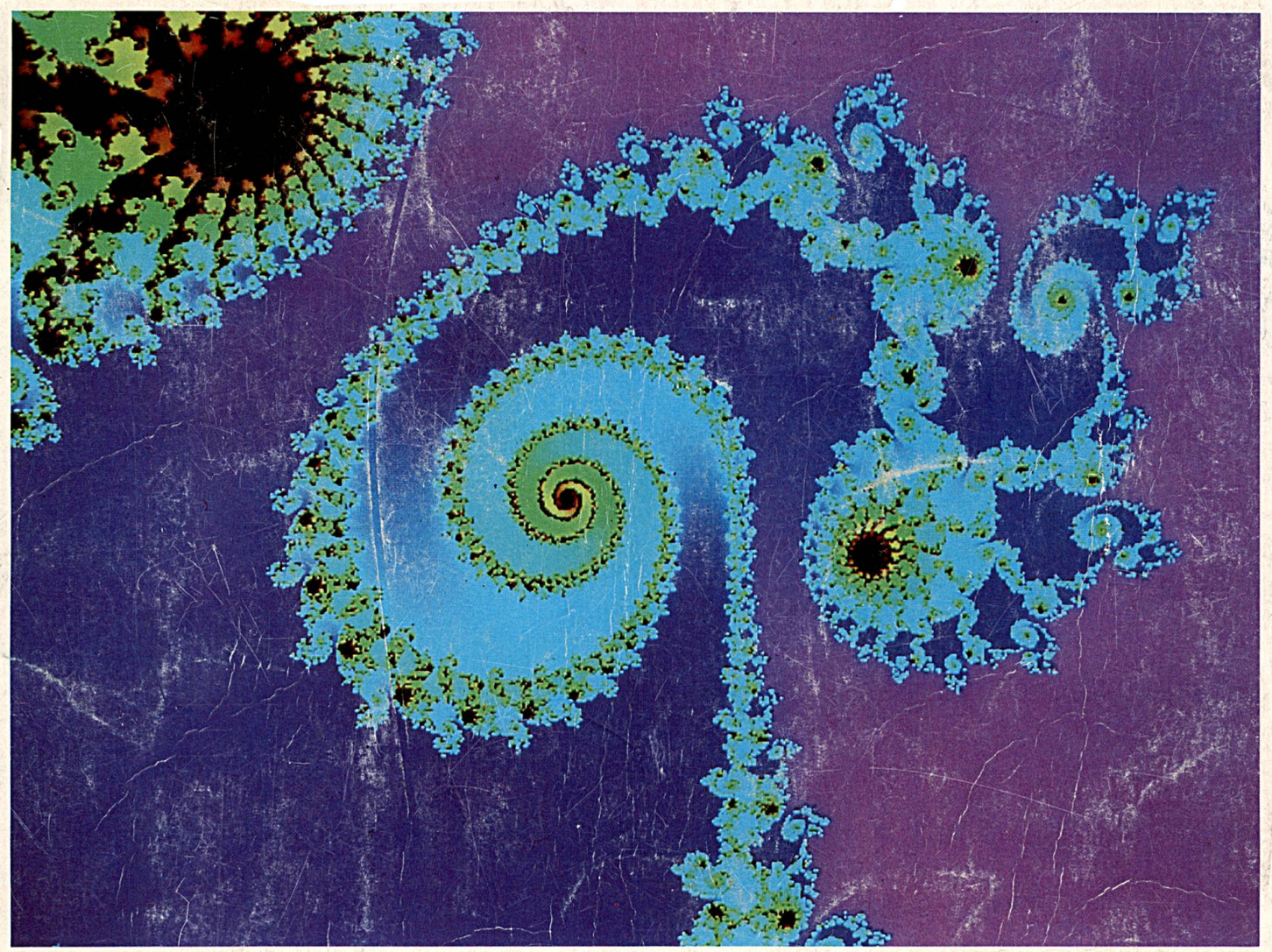
Kraker - Paill

Physik

HTL Band 1

Mechanik Wärmelehre



E. DORNER

Kraker - Paill

Physik, Band 1

Mechanik, Wärmelehre

Gedruckt auf
österreichischem
umweltschonend
gebleichtem Papier

E. DORNER

Mit Bescheid des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Sport, Zl. 41.713/1-I/9/87, für den Unterrichtsgebrauch an Höheren technischen und gewerblichen Lehranstalten,

Fachrichtung Elektronik, für den I. und II. Jahrgang,

Fachrichtung Elektrotechnik, für den I. und III. Jahrgang,

und an allen übrigen Fachrichtungen für den I. Jahrgang

im Unterrichtsgegenstand Physik und angewandte Physik geeignet erklärt.

Benützerhinweise:

Beispiel A, B, C, ...
durchgerechnete Anwendung eben erarbeiteter Inhalte

➤ **Beispiel A, B, C, ...**
Mit einem Pfeil bezeichnete Beispiele vermitteln außerdem einen für das weitere Verständnis unverzichtbaren Lernschritt.

Bildquellenverzeichnis:
Adron Sources: 67.2 – Erich Baumann, Ludwigsburg: 68.4 – BBC, Mannheim: 6.3 – Ann Careg, U.S. Forest Service: 170.4 – dpa, Frankfurt: 18.2 – Deutsches Museum, München: 8.2, 18.4, 95.2 – Flughafen Wien Betriebs-Ges.m.b.H.: 11.2 – Hale Observatories: 156.5 – Hoechst AG: 162.4 – Hauk Iken: 82.3 – Japanische Botschaft, Wien: 55.5 – Jet Propulsion Laboratory/National Aeronautics and Space Administration: 11.1, 77.2 – Dr. Erwin Kretschmann/ Dr. Peter Zacharia: 19.1, 25.3, 73.4 – Kuratorium für Verkehrssicherheit, Wien: 56.2 – F. Maurer und Söhne, München: 117.1 – Bildagentur Mauritius: 98.1, 147.4 – National Gallery, London: 5.3 – Hans Reich Verlag: 8.5, 8.6 – Siemens AG: 82.2 – Spectrum der Wissenschaft: 170.3 – SKF GmbH., Schweinfurt: 54.5 – Hans Tegen, Hambühren: 7.1, 7.3, 28.4, 36.1, 52.2, 54.2, 55.4, 59,2, 63.1, 65.1, 65.4, 68.2, 71.1, 71.2, 80.2, 80.4, 81.3, 82.1, 84.1, 99.1, 101.3, 101.4, 113.1, 113.3, 116.4, 117.2, 117.3, 118.3, 142.5, 148.2, 148.4, 150.4, 152.1 – US Botschaft, Bonn: 5.4, 51.3, 70.1, 79.1 – USIS: 73.1 – Ian Worpole: 86.2, 86.3 – ZEFA: 13.3, 73.3 – Zentralanstalt für Geophysik und Thermodynamik, Wien: 155.2, 3, 4 – Carl Zeiss, Oberkochen: 8.3 – Alle übrigen Bilder: Verlagsarchiv E. Dorner – Umschlagbild: Rollo Silver, Amygdala, San Cristobal, NM.

Buch-Nr. 2208

Kraker - Paill
Physik, Band 1 HTL

© 1990 by
Verlag E. Dorner Ges.m.b.H., Wien

ISBN 3 - 900 942 - 01 - 3

Illustrationen: Fa. Pictures, U. Lindenbauer, H. Prem, Wien
Satz: Verlag E. Dorner Ges.m.b.H., Wien
Druck: Gerstmayer Gesellschaft m.b.H., Wien
Printed in Austria

Inhalt

Einleitung

1. Physik als Naturwissenschaft 5
   - 1.1 Abgrenzung und Aufgaben 5
   - 1.2 Arbeitsweise der Physik 5
   - 1.3 Physik und Technik 5
2. Das Internationale Einheitensystem 5
   - 2.1 Physikalische Größen 5
   - 2.2 Physikalische Einheiten 6
3. Zeit 7
   - 3.1 Festlegung einer Zeiteinheit 7
   - 3.2 Uhren 7
4. Länge 7
   - 4.1 Festlegung einer Längeneinheit 7
   - 4.2 Längenmeßgeräte 8

Mechanik fester Körper

5. Kinematik 9
   - 5.1 Ruhe und Bewegung 9
   - 5.2 Geradlinig gleichförmige Bewegung 9
   - 5.3 Gleichförmig beschleunigte, geradlinige Bewegung 13
   - 5.4 Der freie Fall 18
   - 5.5 Zusammengesetzte Bewegungen 20
   - 5.6 Gleichförmige Drehbewegung 26
   - 5.7 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung 30
6. Statik 32
   - 6.1 Kraft 32
   - 6.2 Drehmoment 35
   - 6.3 Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen 38
7. Elastische Eigenschaften fester Körper 40
   - 7.1 Der atomare Aufbau der Materie 40
   - 7.2 Kraft und Verformung 41
   - 7.3 Spannung, Druck 43
   - 7.4 Spannung und Dehnung 44
8. Dynamik 46
   - 8.1 Trägheit und Masse 46
   - 8.2 Dynamisches Grundgesetz 46
   - 8.3 Anwendungen des dynamischen Grundgesetzes 48
   - 8.4 Gewichtskraft und Masse 51
   - 8.5 Dichte 52
   - 8.6 Reibung 53
   - 8.7 Trägheitskräfte 57
   - 8.8 Arbeit 60
   - 8.9 Energie 63
   - 8.10 Leistung 66
   - 8.11 Wirkungsgrad 68
   - 8.12 Impuls 68
   - 8.13 Schwerpunkt und Impuls 73
   - 8.14 Keplergesetze 74
   - 8.15 Newtons Gravitationsgesetz 75
   - 8.16 Trägheitsmoment 79
   - 8.17 Arbeit und Leistung bei der Rotation 82
   - 8.18 Drehimpuls 83

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

9. Ruhende Flüssigkeiten 87
   - 9.1 Allgemeine Eigenschaften einer Flüssigkeit .. 87
   - 9.2 Hydrostatischer Druck 87
   - 9.3 Auftrieb 91
10. Ruhende Gase 94
   - 10.1 Allgemeine Eigenschaften der Gase 94
   - 10.2 Die Lufthülle 95
   - 10.3 Der Druck in einem geschlossenen Behälter . 96
   - 10.4 Wirkungen und technische Anwendungen des Luftdruckes 97
   - 10.5 Auftrieb in Luft 97
11. Flüssigkeiten und Molekularkräfte 99
   - 11.1 Kohäsions- und Adhäsionskräfte 99
   - 11.2 Oberflächenspannung 99
12. Strömende Flüssigkeiten und Gase 102
   - 12.1 Allgemeine Eigenschaften von Strömungen .. 102
   - 12.2 Ideale Strömungen 102
   - 12.3 Reale Strömungen 107

Wärmelehre

13. Temperatur 112
   - 13.1 Die Temperatur als Grundgröße 112
   - 13.2 Temperaturmeßgeräte 113
14. Molekularbewegung und Diffusion 114
   - 14.1 Thermische Molekularbewegung 114
   - 14.2 Diffusion 115
15. Wärmeausdehnung 116
   - 15.1 Lineare Ausdehnung fester Körper 116
   - 15.2 Volumsausdehnung fester Körper 118
   - 15.3 Volumsausdehnung von Flüssigkeiten und Gasen 118

16. Gasgesetze 120
16.1 Gesetz von Boyle-Mariotte 120
16.2 Gesetz von Gay-Lussac 121
16.3 Gesetz von Amontons 121
16.4 Zustandsgleichung idealer Gase 123
16.5 Gesetz von Dalton 126

17. Wärme und Arbeit 128
17.1 Arbeit als Form der Energieübertragung 128
17.2 Wärme als Form der Energieübertragung 128

18. Erster Hauptsatz der Wärmelehre 129
18.1 Wärmemenge 129
18.2 Spezifische und molare Wärmekapazität 129
18.3 Wärmekapazitäten fester Stoffe 130
18.4 Energieumwandlungen 131
18.5 Erster Hauptsatz der Wärmelehre 133
18.6 Spezifische Wärmekapazitäten von Gasen 134

19. Wärmeübertragung 136
19.1 Wärmeleitung 136
19.2 Konvektion 138
19.3 Wärmeübergang und Wärmedurchgang 138
19.4 Wärmeübertragung durch Strahlung 140

20. Kinetische Gastheorie 141
20.1 Einleitung 141
20.2 Zustandsgleichung 141
20.3 Experimentelle Bestimmung von Teilchengeschwindigkeiten 143
20.4 Gleichverteilungssatz der Energie 145

21. Änderung des Aggregatzustandes 147
21.1 Schmelzen und Erstarren 147
21.2 Verdampfen und Kondensieren 149
21.3 Sublimation 151
21.4 Zustandsdiagramm des Wassers 152
21.5 Zustandsgleichung realer Gase 154
21.6 Luftfeuchtigkeit 154

22. Isotherme, adiabatische und polytrope Zustandsänderung 157
22.1 Isotherme Zustandsänderung 157
22.2 Adiabatische Zustandsänderung 158
22.3 Polytrope Zustandsänderung 160

23. Tiefe Temperaturen 161
23.1 Kompressorkühlschrank 161
23.2 Joule-Thomson-Effekt 161
23.3 Gasverflüssigung 162
23.4 Besondere Eigenschaften von Stoffen bei tiefen Temperaturen 162

24. Kreisprozesse 163
24.1 Carnotscher Kreisprozeß 163
24.2 Der Carnotprozeß als reversibler Prozeß 166
24.3 Die Wärmepumpe 167

25. Wärmekraftmaschinen 168
25.1 Maschinen mit Dampf als Arbeitsmittel 168
25.2 Maschinen mit innerer Verbrennung 169

26. Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre 172

27. Entropie 173
27.1 Entropie und Wahrscheinlichkeit 173
27.2 Entropie und Temperatur 174
27.3 Freie Energie 175

Lösungen zu den Aufgaben 177

Register 181

Einleitung

1. Physik als Naturwissenschaft

1.1 Abgrenzung und Aufgaben

Physik stammt aus dem Griechischen: *physis* bedeutet *Natur*. Einzelne Zweige der allgemeinen Naturlehre haben sich im Lauf der Zeit zu besonderen selbständigen Wissenschaften entwickelt. Etwa die Biologie, die sich mit der belebten Natur befasst, oder die Chemie, die sich mit den Eigenschaften und Reaktionen der chemischen Elemente und deren Verbindungen beschäftigt.

Physik im heutigen Sinn hat die Aufgabe, die Grundgesetze der unbelebten Natur zu erforschen, insbesondere die hier wirksamen Kräfte, Bewegungsvorgänge und Energiebeziehungen.

Eine scharfe Abgrenzung zwischen den Naturwissenschaften ist nicht möglich. So ist z. B. die Atomphysik zugleich ein Teilgebiet der Physik und der Chemie.

1.2 Arbeitsweise der Physik

Die Anfänge der Physik als Naturwissenschaft sind mit drei Namen verbunden: *Galileo Galilei, Johannes Kepler, Isaac Newton*. Sie setzten den Beginn für die Entwicklung eines neuen Weltbildes, welches das des *Aristoteles* (384 - 322 v. Chr.) ersetzte. Die neue Haltung gegenüber der Natur äußerte sich auch darin, dass das *Experiment* eine zentrale Stellung in der physikalischen Forschung einzunehmen begann.

Das Experiment ist ein Nachvollziehen des Naturgeschehens zur Aufstellung, Bestätigung oder Widerlegung von Vermutungen oder Gesetzmäßigkeiten. Da die Experimentierbedingungen "künstlich" herbeigeführt sind, lässt sich das Experiment beliebig oft wiederholen. Bei Versuchen werden Messungen durchgeführt. Dann wird ein Zusammenhang zwischen den Messgrößen gesucht und in einer Formel dargestellt. Lässt sich dieser Zusammenhang (Formel) in allen weiteren Experimenten bestätigen, ist etwas Allgemeingültiges, ein *Naturgesetz* gefunden.

Naturgesetze sind zu jedem Zeitpunkt und an jedem Ort gültig.

Ein Naturgesetz behält so lang seine Gültigkeit, bis ihm ein Naturereignis widerspricht.

1.3 Physik und Technik

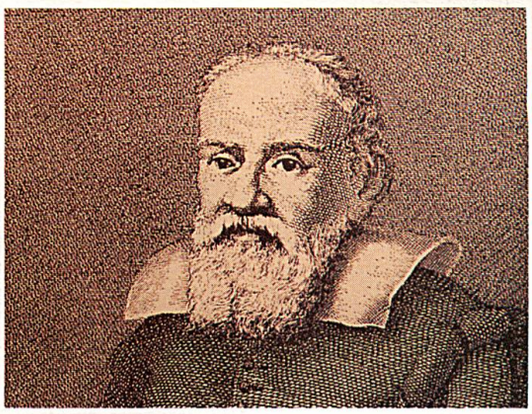
Physik und Technik sind aufeinander angewiesen. Ohne äußerst aufwendige technische Anlagen ist naturwissenschaftliche Forschung beinahe nicht möglich. Die von der Physik gelieferten Erkenntnisse wiederum bilden die Grundlage für den technischen Fortschritt. So hat die physikalische Erforschung der Stromleitung in Halbleitern die Grundlage für eine neue industrielle Revolution geschaffen. Halbleiterbauelemente spielen heute in jedem Bereich der Technik eine große Rolle. Die Entwicklungen auf diesem Gebiet sind noch lange nicht abzusehen.

2. Das Internationale Einheitensystem (SI)

2.1 Physikalische Größen

Zur Beschreibung physikalischer Gesetzmäßigkeiten müssen dabei verwendete Begriffe eindeutig festgelegt sein. Das bedeutet: Sie müssen *messbar* erfasst werden können. Man spricht dann von *physikalischen Größen*.

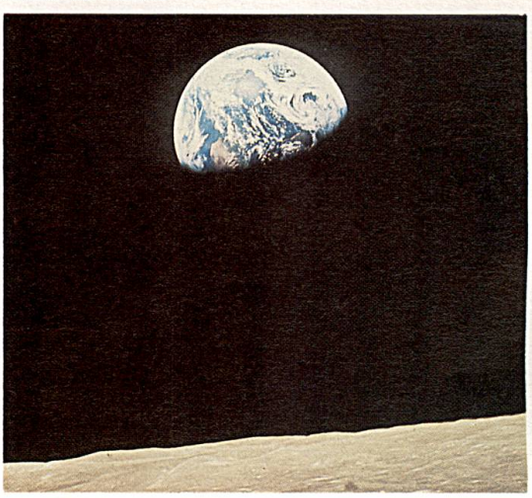
Die Definition einer physikalischen Größe erfolgt im Wesentlichen durch das angewendete Messverfahren.



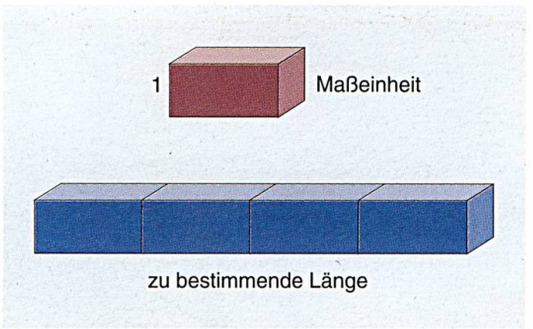
5.1 *Galileo Galilei* (1564 - 1642); seine Arbeits- und Denkweise war Grundlage für die Entwicklung der modernen Naturwissenschaften.

5.2 *Johannes Kepler* (1571 - 1630) fand die Gesetze der Planetenbewegungen.

5.3 *Isaac Newton* (1643 - 1727), Vater der klassischen Mechanik



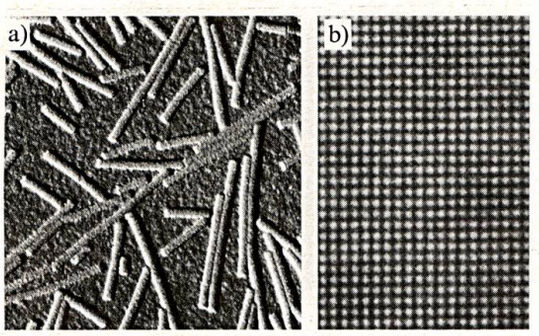
5.4 Ein Blick vom Mond auf die Erde - ohne die Forschungsergebnisse Galileis, Keplers und Newtons undenkbar



6.1 Der Messvorgang ergibt: Die Maßeinheit ist 4mal enthalten.

Messfehler

Jede Messung stellt einen Eingriff in ein System dar; das heißt, dass das System durch die Messung verändert wird. (Wenn man, um ein Beispiel zu nennen, ein Thermometer in eine Flüssigkeit taucht, um deren Temperatur zu messen, wird eben diese Temperatur durch das eingetauchte Thermometer verändert.)
Ziel jeder Messung ist es, *Messfehler* möglichst gering zu halten. Man unterscheidet zwischen *systematischen* und *statistischen Fehlern*. Systematische Fehler sind zum Beispiel Kalibrierungsfehler, schlechte Justierung einer Apparatur, unbeachtete Energieabgabe etwa als Wärme oder Strahlung.
Statistische Fehler - z.B. Ableseungenauigkeiten, Schwankungen in der Genauigkeit von Messinstrumenten - treten bei jeder Messung auf, sie sind unvermeidbar.
Mit Hilfe der *Fehlerrechnung* können die statistischen Fehler abgeschätzt werden. Die Kenngrößen sind *Mittelwert*, die *Abweichung vom Mittelwert* und die *Standardabweichung*. Damit ist es möglich, Aussagen über die Güte einer Messung zu treffen. Weiters kann die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten bestimmter Messwerte angegeben werden.



6.2 a) Tabakmosaik-Virus: Seine Größe liegt im Mikrometerbereich. b) Gitterebenen in einem Goldkristall - Atomabstand 0,2 nm

Alle physikalischen Größen sind im Internationalen Einheitensystem (SI) festgelegt. Man unterscheidet zwischen 7 *Grundgrößen* und Größen, die aus den Grundgrößen abgeleitet sind, den *abgeleiteten Größen*. Die 7 Grundgrößen sind: *Länge, Zeit, Masse, Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge, Lichtstärke.*

2.2 Physikalische Einheiten

Die Messung einer Länge erfolgt z. B. durch Vergleich mit einem Maßstab, welcher die gewählte *Maßeinheit* darstellt. Die *Maßzahl* gibt an, wie oft der Maßstab in der zu bestimmenden Länge enthalten ist. Die Messung einer physikalischen Größe erfolgt durch Vergleich mit einer festgelegten *Maßeinheit.*

Zwischen physikalischer Größe, Maßzahl und Maßeinheit besteht der Zusammenhang:

Physikalische Größe = Maßzahl · Mäßeinheit

Im SI ist für jede physikalische Größe *genau eine* Einheit festgelegt. Man unterscheidet zwischen *Grundeinheiten* und *abgeleiteten Einheiten*. Die Grundeinheiten sind:

das Meter (m) für die Länge
die Sekunde (s) für die Zeit
das Kilogramm (kg) für die Masse
das Ampere (A) für die Stromstärke
das Kelvin (K) für die Temperatur
das Mol (mol) für die Stoffmenge
die Candela (cd) für die Lichtstärke

Das Internationale Einheitensystem entstand aus dem Bedürfnis, ein für Wirtschaft, Wissenschaft und Technik gleichermaßen brauchbares Einheitensystem zu schaffen. Die Grundlage dieses Systems ist die Meterkonvention, die am 20. Mai 1875 in Paris von 17 Staaten, darunter Österreich-Ungarn, unterzeichnet wurde. In diesem Staatsvertrag wurden die Einheiten Meter, Kilogramm, Flächen- und Raumeinheiten festgelegt. Das Internationale Einheitensystem ist in Österreich seit 1978 gesetzlich vorgeschrieben.

Mit der Längeneinheit Meter müssen im Internationalen Einheitensystem sowohl große Entfernungen (in der Astronomie) als auch kleine Distanzen (in der Atomphysik) angegeben werden. Um unbequeme Zahlenwerte zu vermeiden, hat man Vorsilben geschaffen, mit denen Vielfache und Teile der SI-Einheiten ausgedrückt werden können.

SI-Vorsilben:

Vorsilbe	Zeichen	Faktor		
Exa	E	10^{18}	=	1 000 000 000 000 000 000
Peta	P	10^{15}	=	1 000 000 000 000 000
Tera	T	10^{12}	=	1 000 000 000 000
Giga	G	10^{9}	=	1 000 000 000
Mega	M	10^{6}	=	1 000 000
Kilo	k	10^{3}	=	1 000
Hekto	h	10^{2}	=	100
Deka	da	10^{1}	=	10
Dezi	d	10^{-1}	=	0,1
Zenti	c	10^{-2}	=	0,01
Milli	m	10^{-3}	=	0,001
Mikro	µ	10^{-6}	=	0,000 001
Nano	n	10^{-9}	=	0,000 000 001
Piko	p	10^{-12}	=	0,000 000 000 001
Femto	f	10^{-15}	=	0,000 000 000 000 001
Atto	a	10^{-18}	=	0,000 000 000 000 000 001

Abgeleitete Einheiten werden durch Grundeinheiten erklärt. Ein Beispiel:

$$1\ \text{Newton (N)} = 1\ \text{kg} \cdot \frac{1\ \text{m}}{1\ \text{s}^2} = 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

In solchen Gleichungen kommt nur der Zahlenfaktor 1 vor. Ein Einheitensystem heißt *kohärent*, wenn die Einheiten so miteinander verbunden sind, dass kein von 1 abweichender Zahlenfaktor auftritt. Im SI gibt es keine komplizierten Umrechnungen zwischen den einzelnen Einheiten. Das SI ist ein kohärentes System.

3. Zeit

3.1 Festlegung einer Zeiteinheit

Die Zeit ist jene physikalische Größe, deren exakte Beschreibung unmöglich ist. Der Zeitbegriff entspringt der Erfahrung. Die Orientierung der Zeit richtet sich nach dem Schema Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft. Die Grundlage zur Festlegung einer Zeiteinheit ist ein Vorgang, der sich stets in gleicher Weise wiederholt (periodischer Vorgang).

Ein solcher Vorgang ist die Drehbewegung der Erde um ihre Achse. Die Dauer einer Erdumdrehung wird als Tag bezeichnet. Zur Einheitenfestsetzung bot sich als natürlicher periodischer Vorgang der scheinbare Lauf der Sonne um die Erde an. Den Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Stellungen der Sonne an der Himmelssphäre nennt man *wahren Sonnentag*. Da diese Sonnentage nicht gleich lang sind (vornehmlich wegen der Abweichung der Erdbahn von der Kreisbahn), wurde zur Feststellung der Zeiteinheit der Mittelwert aller wahren Sonnentage im Laufe eines Jahres genommen, der *mittlere Sonnentag*.

Auf der 5. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahr 1912 wurde die Zeiteinheit, die *Sekunde*, definiert:

> Eine Sekunde ist der 86400ste Teil des mittleren Sonnentages.

Die Erforschung des Aufbaus der Atome und deren physikalischer Eigenschaften bot auch für die Festlegung der Zeiteinheit neue Möglichkeiten.

Atomuhren beruhen auf den fast unveränderlichen Eigenschwingungen von Atomen. Der Fehler dieser Uhren beträgt in 30 000 Jahren 1 Sekunde. Mit Hilfe der Atomuhren konnte festgestellt werden, daß die Erde ungleichförmig rotiert. Somit war eine genauere Festlegung der Sekunde unumgänglich. Auf der 13. Generalkonferenz 1967/68 erfolgte die Neudefinition der Sekunde:

> 1 Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cäsium 133 entsprechenden Strahlung.

Weitere gebräuchliche Zeiteinheiten sind Minute, Stunde, Tag und Jahr sowie Zehntel-, Hundertstel- und Tausendstelsekunde.

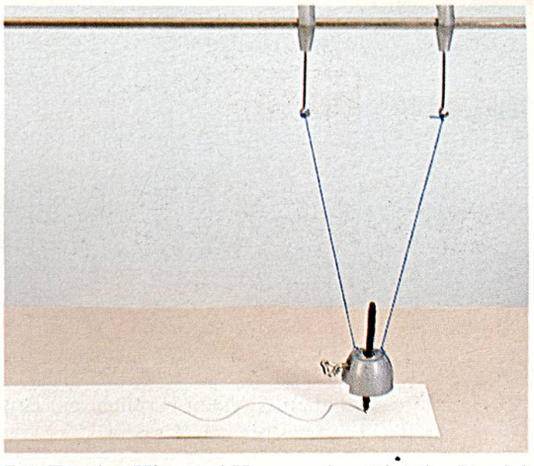
3.2 Uhren

Die älteste Uhr, die wir kennen, ist eine *Sonnenuhr*. Sie wurde im Grab des ägyptischen Königs Thutmosis II. gefunden, der von 1493 - 1479 v. Chr. regierte. Die modernsten Gebrauchsuhren sind Quarzuhren. Ihre Funktionsweise beruht darauf, dass ein Quarzkristall durch periodische elektrische Aufladungen in Schwingungen versetzt wird.

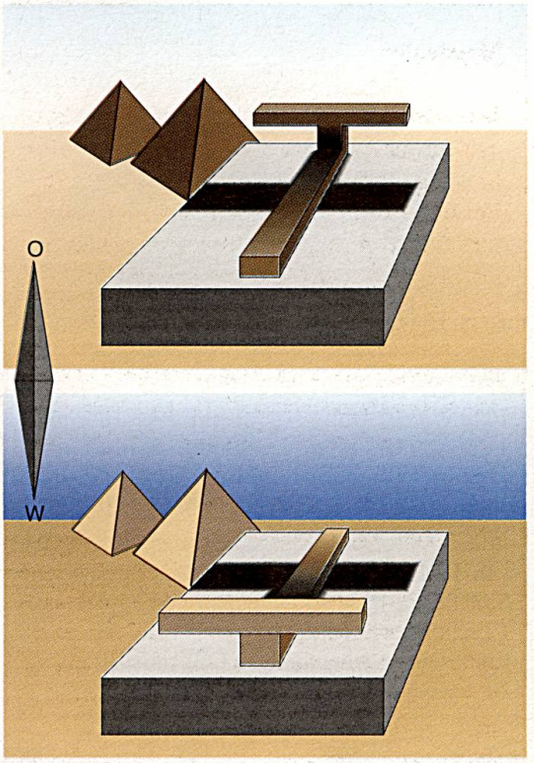
4. Länge

4.1 Festlegung einer Längeneinheit

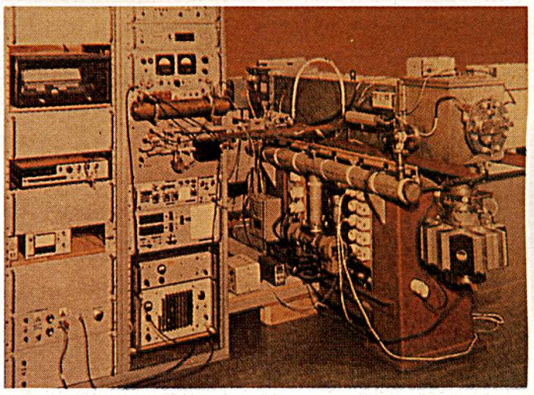
Die Notwendigkeit, Einheiten für die Länge festzulegen, entwickelte sich schon in prähistorischer Zeit. Die ersten Längenmaße wurden von Körperma-



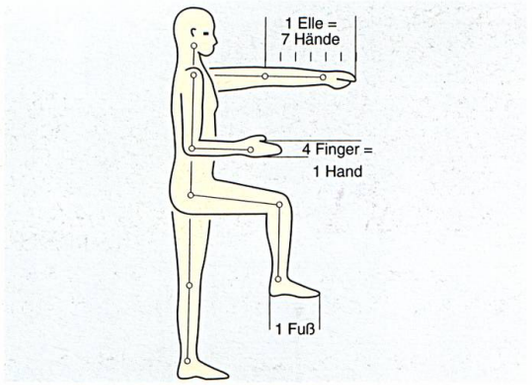
7.1 Für den Hin- und Hergang benötigt das Pendel stets das gleiche Zeitintervall. Die Pendelschwingung ist ein periodischer Vorgang. Dies kommt in der aufgezeichneten Kurve zum Ausdruck.



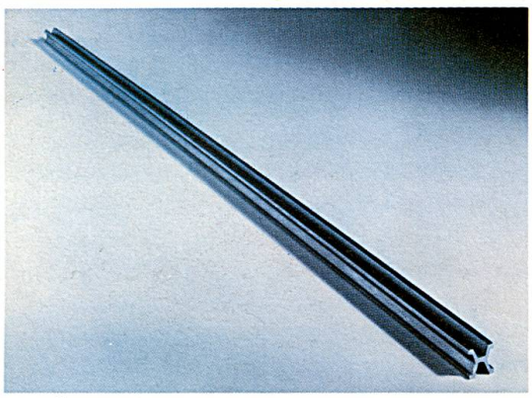
7.2 Bei Morgendämmerung wurde die Uhr so ausgerichtet, daß sich der Querbalken am östlichen Ende eines mit Kerben versehenen Holzes befand. Dieser Balken warf einen Schatten, der bis Mittag immer kürzer wurde. Die Zeit konnte an den Einkerbungen abgelesen werden. Zu Mittag wurde die Uhr gedreht, sodass der Querbalken am Westende lag. Während des Nachmittags wanderte der Schatten wieder bis zur letzten Kerbe.
Weitere Uhren:
Wasseruhren, Sanduhren, Pendeluhren, Taschenuhren, Quarzuhren.



7.3 Atomuhr



8.1 Die Maße im alten Ägypten beruhten auf den Abmessungen des menschlichen Körpers.

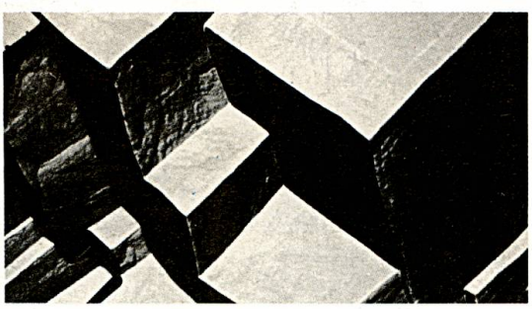


8.2 Österreich erhielt den Prototyp Nr. 15 des Urmeters. Die Genauigkeit beträgt 0,01 mm.

Teile und Vielfache des Meters:

1 km =	10^{3} m	1 µm =	10^{-6} m
1 dm =	10^{-1} m	1 nm =	10^{-9} m
1 cm =	10^{-2} m	1 pm =	10^{-12} m
1 mm =	10^{-3} m	1 fm =	10^{-15} m

In der Astronomie verwendet man zur Angabe von Entfernungen das *Lichtjahr*. Dies ist jene Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt.
1 Lichtjahr = $9{,}4605 \cdot 10^{12}$ km
Eine weitere gebräuchliche Einheit ist 1 Parsec.
1 Parsec (pc) = 3,2596 Lichtjahre



8.3 Metalloberfläche, 10 000fach vergrößert

8.4 Andromeda-Nebel: einige Millionen Lichtjahre entfernt - das sind einige Exakilometer!

ßen des Menschen abgeleitet. Diese Festlegung von Einheiten war auch die Grundlage des Vermessungswesens.

Bei der 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahr 1889 wurde das *Meter* als Längeneinheit festgelegt. Dabei wurden auch die Meterprototypen des *Urmeters* verlost. Diese Meterstäbe mit x-förmigem Querschnitt bestehen aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium.

Die Längeneinheit ist das Meter (m).

Die genaue Definition des Meters lautete damals:

Das Meter ist der Abstand der Mittelstriche der auf dem in Sevres bei Paris aufbewahrten Urmeterstabes angebrachten Strichgruppen bei 0 °C.

Die Verfeinerung der Messmethoden zog eine neue Festlegung nach sich, die eine größere Genauigkeit aufweist. Auf der 11. Generalkonferenz im Jahr 1960 erfolgte eine Definition des Meters mit Hilfe einer orangegelben Spektrallinie des Edelgases Krypton.

Auch mit dieser Meterfestlegung gab man sich nicht zufrieden. Auf der Generalkonferenz im Oktober 1983 legte man den Längenstandard mit Hilfe des Zeitstandards fest. Zu diesem Zweck wurde der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ein fester Wert zugeordnet, nämlich 299 792 458 Meter/Sekunde. Daraus ergibt sich folgende derzeit gültige Definition des Meters:

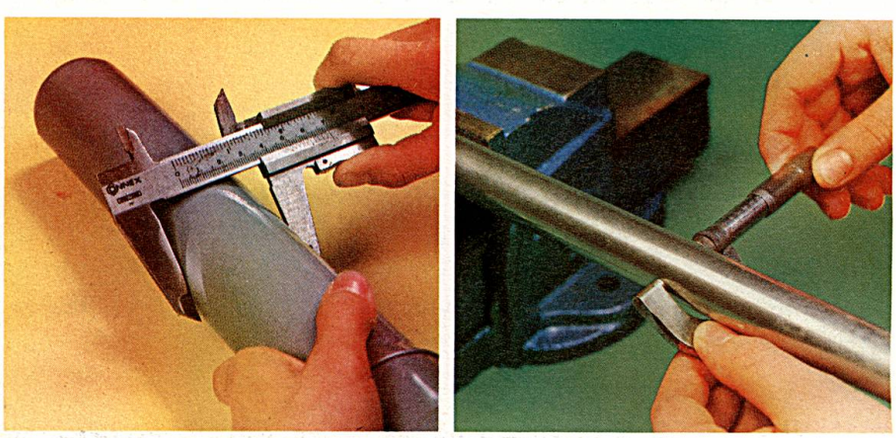
Das Meter ist jene Strecke, die Licht im Vakuum während 1/299 792 458 Sekunden zurücklegt.

Die Ungenauigkeit dieser Festlegung liegt derzeit zwischen 10^{-9} und 10^{-10}. Man könnte damit den Erdradius auf 1 Millimeter genau ausmessen.

4.2 Längenmessgeräte

Eine Möglichkeit der Längenmessung besteht darin, daß die zu messende Strecke mit einem Meterstab verglichen wird. Im Alltagsgebrauch verwendet man häufig Messbänder. Bei der Dickenmessung findet die *Schiebelehre* Anwendung.

Moderne Messmethoden zur Längenmessung mit sehr hoher Genauigkeit beruhen auf optischen und elektrischen Erscheinungen. Ein Beispiel dafür ist das *Radar* (Radio detecting and ranging). Die von einem Radargerät ausgesandte elektromagnetische Welle kann von einem Objekt reflektiert werden, wobei aus der Laufzeit der Welle (Hin- und Rückweg) auf die Entfernung des Objektes geschlossen wird.



8.5 Messen mit der Schiebelehre. Die Schiebelehre besitzt eine Noniusskala, bei welcher 9 Teile des Hauptmaßstabes in 10 gleiche Teile geteilt werden. Die Abstände zweier Teilstriche der Nebenteilung entsprechen 9/10 der Abstände zweier Teilstriche der Hauptteilung. Die Länge kann auf ein Zehntelmillimeter genau abgelesen werden.

8.6 Messen mit der Mikrometerschraube

5. Kinematik (Bewegungslehre)

Die Kinematik beschreibt die *Bewegungen* eines Körpers mit Hilfe der Größen *Weg*, *Zeit*, *Geschwindigkeit* und *Beschleunigung*. Die Bewegungsursachen interessieren dabei nicht.

5.1 Ruhe und Bewegung

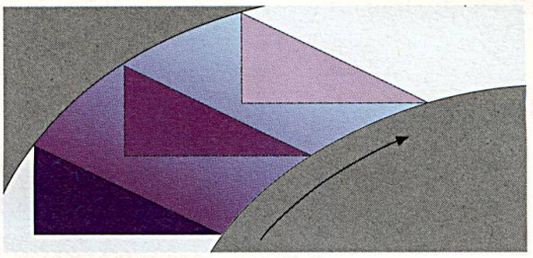
Auf dem herausgeklappten Tisch in einem fahrenden Zug steht eine Flasche. Für eine im Zug sitzende Person ist die Flasche in Ruhe. Für eine am Bahndamm stehende Person ist die Flasche in Bewegung.

Um den Bewegungszustand eines Körpers anzugeben, benötigt man ein *Bezugssystem.*

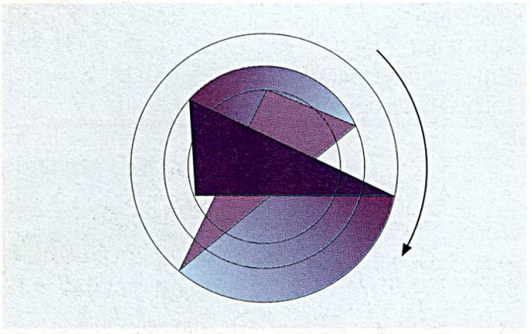
Im Folgenden wird immer die Erde unser Bezugssystem sein, wenn wir nicht ein anderes festlegen. Wir dürfen aber nicht annehmen, dass die Erde ein absolut ruhendes Bezugssystem ist. Denn sie bewegt sich ja selbst relativ zur Sonne. Diese wiederum bewegt sich relativ zu den anderen Fixsternen.

Jede Bewegung erfolgt relativ zu einem als ruhend angenommenen Bezugssystem.

Die Gesamtheit aller Orte, die ein Körper während seiner Bewegung nacheinander durchläuft, nennt man seine *Bahnkurve* oder *Bahn*. Man unterscheidet zwischen der *fortschreitenden Bewegung* (Abb. 9.1) und der *Drehbewegung* (Abb. 9.2).



9.1 Fortschreitende Bewegung, Verschiebung, Translation: Der Körper wird parallel zu sich selbst verschoben.
Die Bahnkurven bei der fortschreitenden Bewegung können geradlinig oder krummlinig sein. Die *geradlinige Bewegung* ist ein Sonderfall der fortschreitenden Bewegung.



9.2 Drehbewegung, Rotation, Kreisbewegung: Die einzelnen Punkte eines Körpers beschreiben Kreisbahnen.

5.2 Geradlinig gleichförmige Bewegung

Geschwindigkeit

Wie schnell sich ein Körper bewegt, hängt vom zurückgelegten Weg und der dazu benötigten Zeit ab und kann durch die *Geschwindigkeit* ausgedrückt werden.

Definitionsgleichung der Geschwindigkeit:

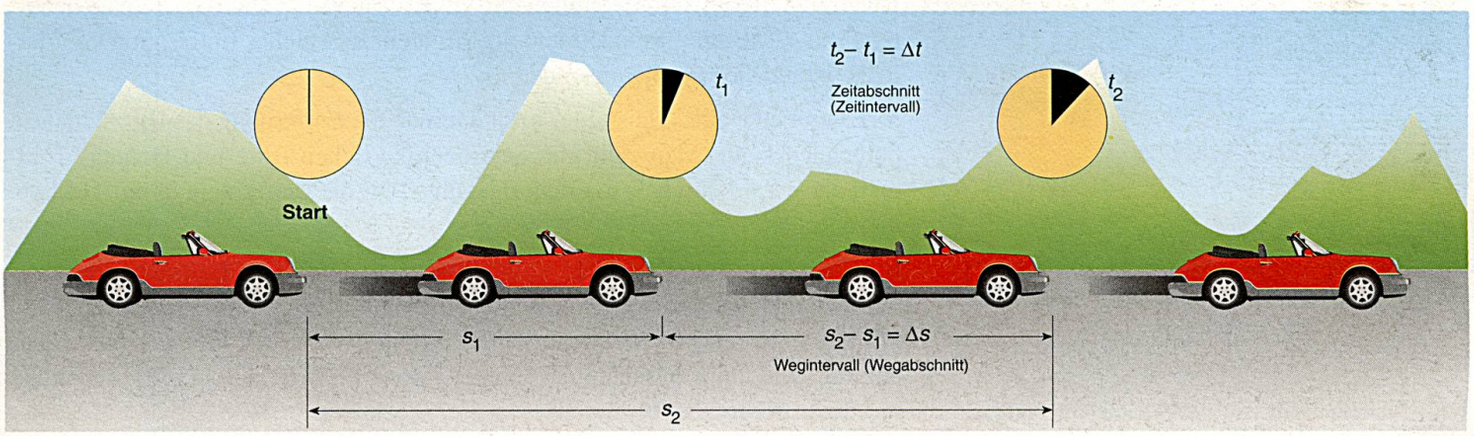
$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Wegabschnitt}}{\text{Zeitabschnitt}} \qquad v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

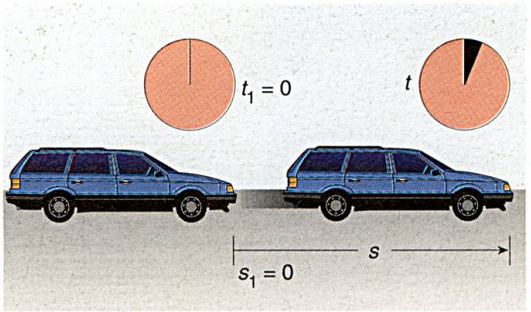
s ... spatium (lat.) = Weg, v ... velocitas (lat.) = Geschwindigkeit,
t ... tempus (lat.) = Zeit

Δs bedeutet eine Wegdifferenz, Δt eine Zeitdifferenz. Die Differenz zweier physikalischer Größen wird häufig durch ein vorgestelltes Δ gekennzeichnet.

9.3 Das Riesenrad: Die Gondeln führen eine Translationsbewegung durch, der Radkranz eine Rotation.

Bestimmung der Geschwindigkeit eines Fahrzeuges auf einem bestimmten Wegabschnitt





10.1 Spezialfall: Die Anfangswerte für s und t sind Null.

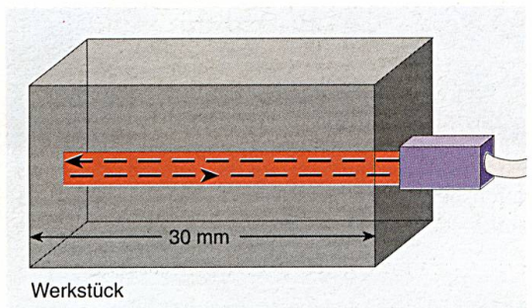
$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_2 - 0 = s_2 = s$$
$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2 - 0 = t_2 = t$$

Beispiele für Geschwindigkeiten in *m/s*	
Fußgänger	1,5
Radfahrer	5
Schall in Luft	340
Erde auf ihrer Bahn	$3 \cdot 10^4$
Licht (Radarsignal, Funksignal)	$3 \cdot 10^8$

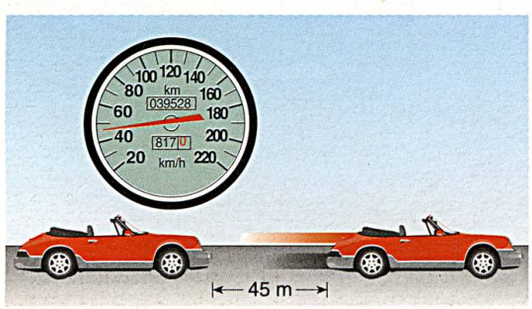
10.2 Im Verkehrswesen wird meist eine andere Einheit verwendet: *1 km/h* (sprich: "Kilometer pro Stunde" und nicht "Stundenkilometer"). Das Verkehrsschild für die Geschwindigkeitsbegrenzung ist physikalisch gesehen falsch beschriftet.

Umrechnung zwischen *km/h* und *m/s* - bei der Umrechnung von Einheiten wird jede Einheit für sich umgerechnet:

$$1\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = \frac{1}{3{,}6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$



10.3 Werkstoffprüfung mit Ultraschall



10.4 Sicherheitsabstand - vergleiche mit Aufgabe 6

Die Schreibweise $\Delta s/\Delta t$ ist nur notwendig, wenn man sich für Abschnitte während eines Bewegungsablaufes interessiert. Zur Vereinfachung der Schreibweise legen wir die Anfangswerte für den Weg- und Zeitabschnitt mit Null fest (siehe Abb. 10.1). Jetzt muß nicht mehr zwischen zwei Werten einer Größe unterschieden werden, daher wird der Index weggelassen.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{benötigte Zeit}} \qquad v = \frac{s}{t}$$

Die Geschwindigkeit ist eine *abgeleitete physikalische Größe*. Sie ist aus den Grundgrößen Länge und Zeit abgeleitet. Die *Einheit [v]* der Geschwindigkeit v ergibt sich zwangsläufig:

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{1\text{ m}}{1\text{ s}} = 1\text{ ms}^{-1}$$

Beispiel A

Welche Strecke legt eine Geschoßkugel mit einer Geschwindigkeit von 1800 km/h in 10 s zurück?

$$\frac{1800}{3{,}6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$s = v\,t = 500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\text{ s} = 5000\text{ m}$$

Beispiel B

Bei einer Werkstoffprüfung wird das Ultraschallsignal an der Werkstückrückseite reflektiert (Abb. 10.3). Nach welcher Zeit kommt es zum Sende-Empfangskopf zurück?

Geschwindigkeit des Signales: $v = 5000$ m/s

$s = 2 \cdot 30$ mm

$$v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{0{,}06\text{ m}}{5000\text{ m/s}} = 0{,}000012\text{ s} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\text{ s} = 12\,\mu\text{s}$$

Aufgaben

1. Ein Fußgänger benötigt 25 min für eine Strecke von 2 km. Berechne die Geschwindigkeit in m/s und km/h.

2. Ein Lichtjahr ist jene Entfernung, die das Licht in einem Jahr zurücklegt. Wieviel km sind das?

3. Ein Radarsignal wird von einem Flugzeug reflektiert und kommt nach 50 µs zurück. Wie weit ist das Flugzeug gerade entfernt?

4. Die Raumsonde Voyager hat beim Vorbeifliegen am Planeten Uranus Bilder von diesem aufgenommen und zur Erde gesandt. Die Funksignale benötigen bis zur Erde 2 Stunden und 40 Minuten. In welcher Entfernung von der Erde befand sich die Raumsonde?

5. Es gibt eine alte "Faustregel", mit der man die Entfernung des Blitzschlages berechnen kann. Man zählt die Sekunden zwischen Blitz und Donner. Teilt man diese Zahl durch 3, so erhält man ungefähr die Entfernung in km. Erkläre diese Regel!

6. Eine "Faustregel" für den Autofahrer sagt: Der Sicherheitsabstand (zum vorausfahrenden Fahrzeug) in Metern soll mindestens der Tachometeranzeige in km/h entsprechen ("Tachoabstand"). Wenn der vordere Fahrer zu bremsen beginnt, wie lange hat dann der hintere Fahrer Zeit (Reaktionszeit), ebenfalls mit dem Bremsen zu beginnen?

Werden in gleichen Zeitabschnitten stets gleiche Wegabschnitte zurückgelegt, dann ist die Geschwindigkeit gleichbleibend (konstant): $v = const.$ Die Bewegung heißt in diesem Fall *gleichförmig*.

Lichtwellen und Schallwellen breiten sich in einem bestimmten Stoff mit konstanter Geschwindigkeit aus. Die meisten Bewegungen verlaufen aber nicht mit konstanter Geschwindigkeit.

Beispiel C

Ein Autofahrer benötigt für eine Strecke von 240 km 4 Stunden.

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{240\ \text{km}}{4\ \text{h}} = 60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Da sich die Geschwindigkeit während einer Fahrt ständig ändert, ist diese berechnete Geschwindigkeit die *Durchschnittsgeschwindigkeit.*

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist jene konstante Geschwindigkeit, die ein Körper haben müsste, um in der gleichen Zeit den gleichen Weg wie in Wirklichkeit zurückzulegen.

Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v} = \dfrac{\text{Gesamtweg}}{\text{Gesamtzeit}}$

Aufgaben

7. Eine Fahrt beginnt um 10.45 Uhr beim Kilometerstand 62138 und endet um 12.18 Uhr beim Kilometerstand 62283. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h?

8. Ein Autofahrer legt normalerweise eine Strecke von 240 km mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h zurück. Wieviel Minuten spart er ein, wenn er durchschnittlich mit 100 km/h fährt?

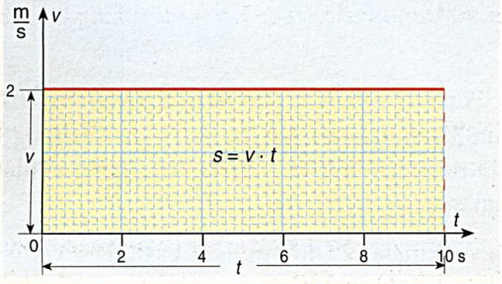
9. Die erste Teilstrecke beträgt 60 km, die zweite 45 km. Ein LKW legt die erste Strecke mit 40 km/h, die zweite mit 30 km/h zurück. Wie lange dauert die gesamte Fahrt (in Minuten) und wie groß ist die Gesamt-Durchschnittsgeschwindigkeit?

10. Ein Autofahrer fährt 10 min mit 80 km/h und dann 15 min mit 65 km/h. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit?

Diagramme zur gleichförmigen Bewegung

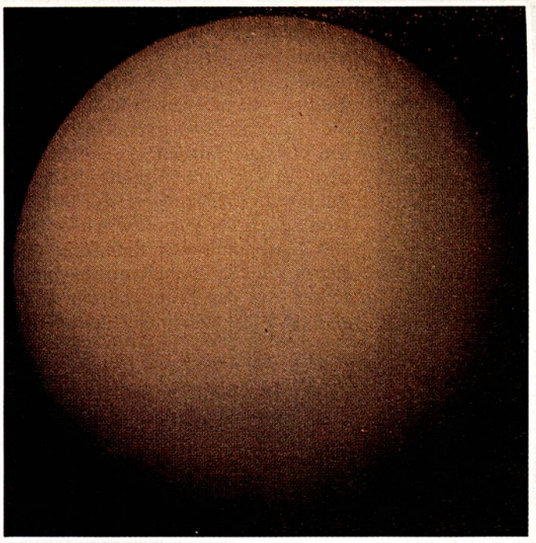
➤ Beispiel D : *v-t*-Diagramm

Ein Körper hat eine konstante Geschwindigkeit von $v = 2$ m/s. Der Zusammenhang zwischen v und t während der ersten 10 s ist grafisch darzustellen.



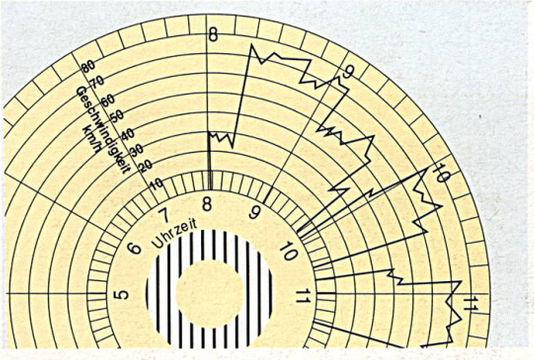
Die Geschwindigkeit ist immer gleich groß, daher verläuft die v-Linie parallel zur t-Achse.

Die Maßzahl des Flächeninhaltes unter der v-Linie entspricht dem zurückgelegten Weg.

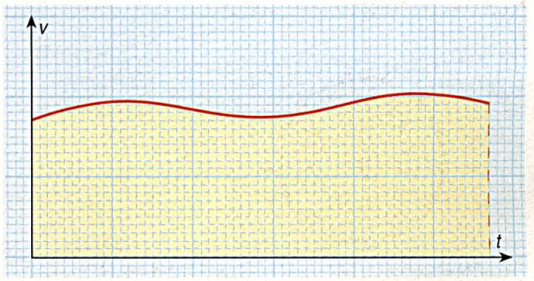


11.1 Dieses Bild des Planeten Uranus wurde aus Funksignalen der Raumsonde Voyager 2 zusammengesetzt. Jedes dieser Signale war rund 2 3/4 Stunden "unterwegs".

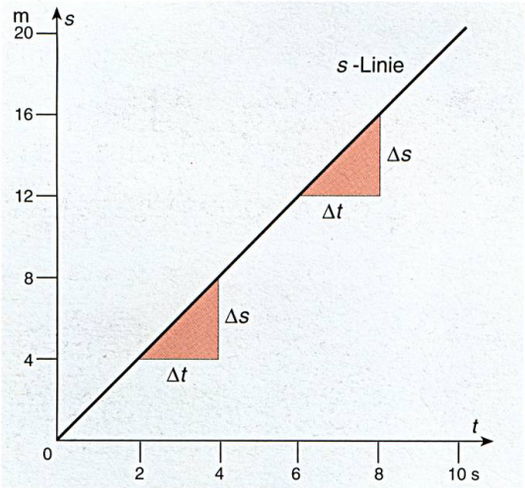
11.2 Eine Radarantenne des Flughafens Wien-Schwechat



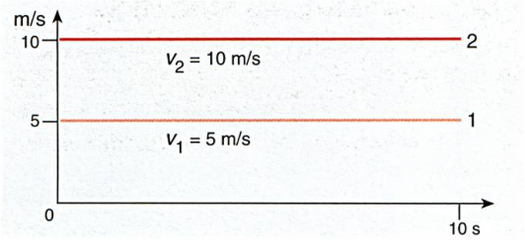
11.3 *v-t*-Diagramm eines Fahrtenschreibers



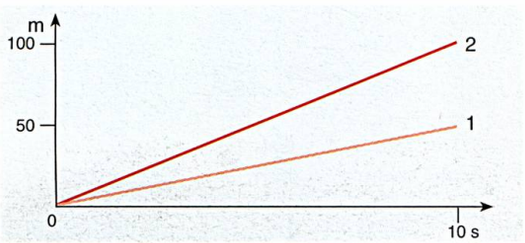
11.4 *v-t*-Diagramm: Kann der Flächeninhalt nicht berechnet werden, behilft man sich durch Abzählen der Kästchen.



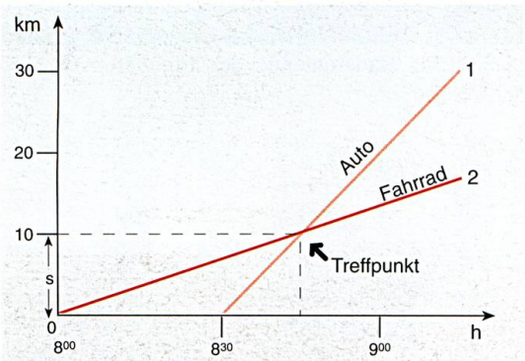
12.1 *s-t*-Diagramm zu Beispiel E



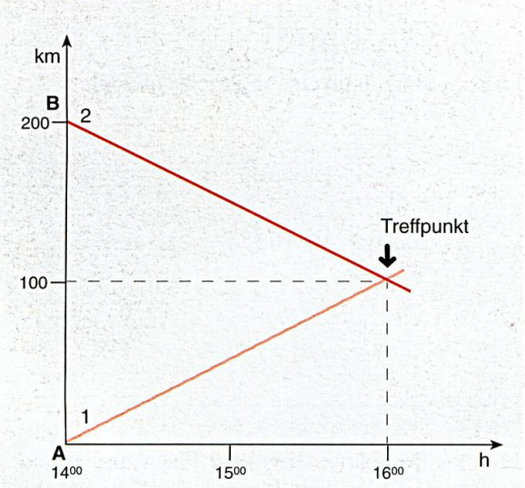
12.2 *v-t*-Diagramm zu Beispiel F



12.3 *s-t*-Diagramm zu Beispiel F



12.4 *s-t*-Diagramm zu Beispiel G



12.5 *s-t*-Diagramm zu Aufgabe 11

➤ Beispiel E: *s-t*-Diagramm

Ein Körper hat eine konstante Geschwindigkeit von $v = 2$ m/s. Der Zusammenhang zwischen s und t während der ersten 10 s ist grafisch darzustellen. In einer Tabelle wird der zurückgelegte Weg für verschiedene Zeiten berechnet: $s = v\,t = 2\,t$

t in s	s in m
0	0
2	4
4	8
6	12
8	16
10	20

Jedem Wertepaar entspricht ein Punkt im Diagramm (Abb. 12.1).

➤ Beispiel F

Zwei Bewegungen mit $v_1 = 5$ m/s und $v_2 = 10$ m/s sind innerhalb der ersten 10 s in einem *v-t-* und einem *s-t*-Diagramm darzustellen (Abb. 12.2 und 12.3). Dabei gilt: $s_1 = 5\,t$ und $s_2 = 10\,t$.

t in s	s_1 in m	s_2 in m
0	0	0
10	50	100

Da die *s*-Linie einer gleichförmigen Bewegung eine Gerade ist, genügt die Bestimmung zweier Punkte.

Je steiler die *s*-Linie ist, desto größer ist die Geschwindigkeit.

Beispiel G

Ein Radfahrer fährt um 8 Uhr mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h los. Nach 30 min folgt ein Auto mit 50 km/h. In welcher Entfernung vom Start und um wieviel Uhr erreicht das Auto den Radfahrer? (Abb. 12.4) Bedingung für den Treffpunkt: Beide legen die gleiche Strecke s zurück.

Der Radfahrer braucht dazu t Stunden.

$s = v_1\,t = 15\,t$

Das Auto benötigt 0,5 Stunden weniger.

$s = v_2\,(t - 0{,}5) = 50\,(t - 0{,}5)$

$15\,t = 50\,(t - 0{,}5)$

$35\,t = 25$

$t = 0{,}71$ h $= 43$ min

$s = v_1\,t = 15 \cdot 0{,}71$ km $= 10{,}7$ km

Das Auto erreicht den Radfahrer um 8.43 Uhr in einer Entfernung von 10,7 km.

Aufgaben

11. Ein Auto (1) fährt um 14.00 Uhr mit 50 km/h von A in Richtung B. In B startet gleichzeitig ein zweites Auto (2) und fährt mit 70 km/h in Richtung A. Um wieviel Uhr treffen sich die Fahrzeuge und wie weit sind sie dann von A entfernt, wenn die Strecke AB 240 km beträgt? (Abb. 12.5)

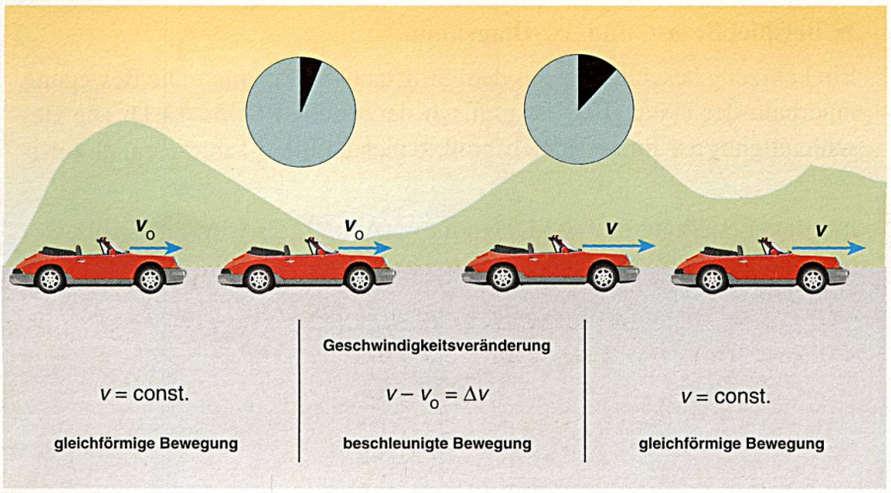
12. Die Orte A und B sind 56 km voneinander entfernt. Um 11.00 Uhr verlässt der Autobus den Ort A und fährt mit 55 km/h in Richtung B. Zur gleichen Zeit fährt der Gegenbus von B weg. Er hat eine Geschwindigkeit von 48 km/h. Um wieviel Uhr treffen sie sich und in welcher Entfernung von A liegt der Treffpunkt?

5.3 Gleichmäßig beschleunigte, geradlinige Bewegung

Beschleunigung

Bei der gleichförmigen Bewegung ist $v = const.$ Nimmt die Geschwindigkeit zu, spricht man von einer *beschleunigten Bewegung*, nimmt sie ab, von einer *verzögerten Bewegung*. In der Physik wird auch die Verzögerung als Beschleunigung bezeichnet. Sie erhält dann ein negatives Vorzeichen.

Die *Beschleunigung* hängt von der Geschwindigkeitsänderung und der dafür benötigten Zeit ab.



Bestimmung der Beschleunigung eines Fahrzeuges in einem bestimmten Zeitabschnitt. Dabei bedeutet v_o die Anfangs- und v die Endgeschwindigkeit im Zeitabschnitt Δt.

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{benötigte Zeit}} \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a ... accelerare (lat.) = beschleunigen

Einheit der Beschleunigung: $[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{1\ \text{m/s}}{1\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\ \text{m s}^{-2}$

Beschleunigung aus dem Stillstand

Beim Anfahren (Beschleunigung aus dem Stillstand) ist die Anfangsgeschwindigkeit $v_o = 0$. (Abb. 13.2)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{t - t_o} = \frac{v - 0}{t - 0} = \frac{v}{t}$$

Für eine Beschleunigung a aus dem Stillstand gilt: $a = \frac{v}{t}$

v ... Endgeschwindigkeit, t ... Beschleunigungszeit

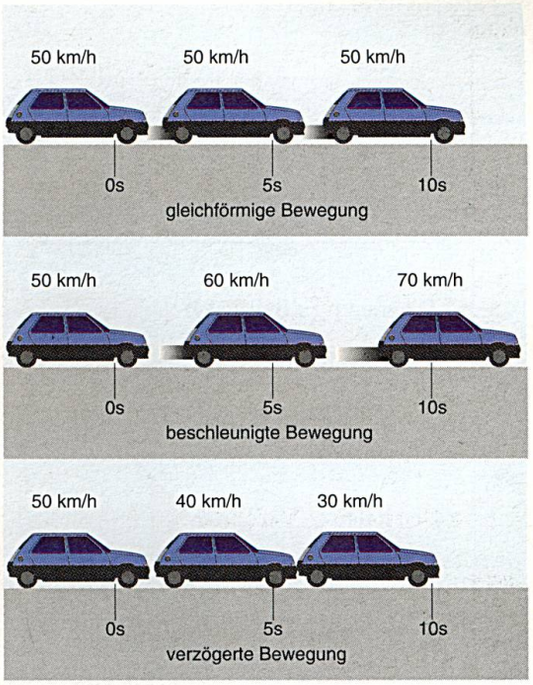
Beispiel A

Ein Fahrzeug erreicht aus dem Stillstand in 10 s eine Geschwindigkeit von 50 km/h. Wie groß ist die Beschleunigung?

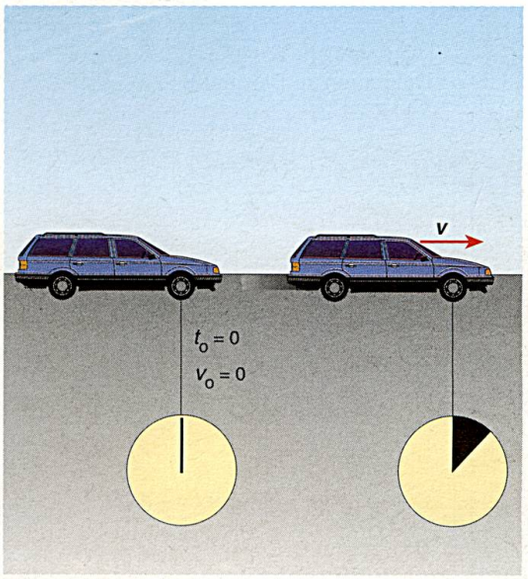
Geschwindigkeitsänderung: $v = 50\ \text{km/h} = 13{,}89\ \text{m/s}$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{13{,}89\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = 1{,}39\ \text{m/s}^2$$

Bleibt die Beschleunigung immer gleich groß (konstant), so heißt die Bewegung gleichmäßig beschleunigt: $a = const.$

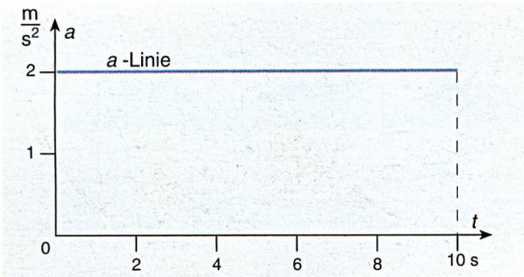


13.1 Gleichförmige und ungleichförmige Bewegungen

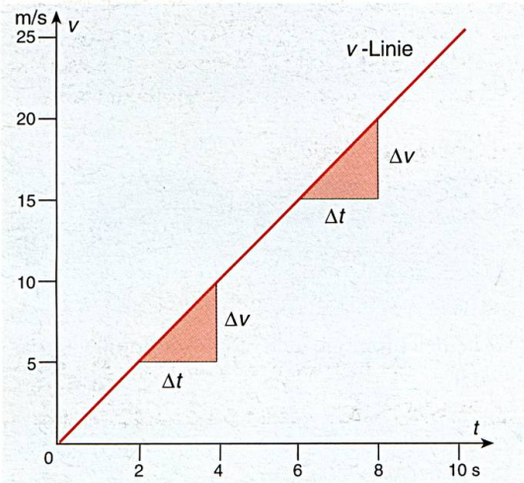


13.2 Beschleunigung aus dem Stillstand

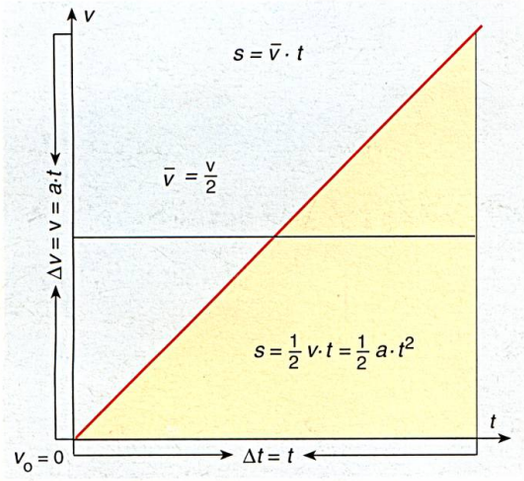
13.3 Die Rakete erreicht in 65 km Höhe bei Beschleunigung aus dem Stillstand eine Geschwindigkeit von 8500 km/h.



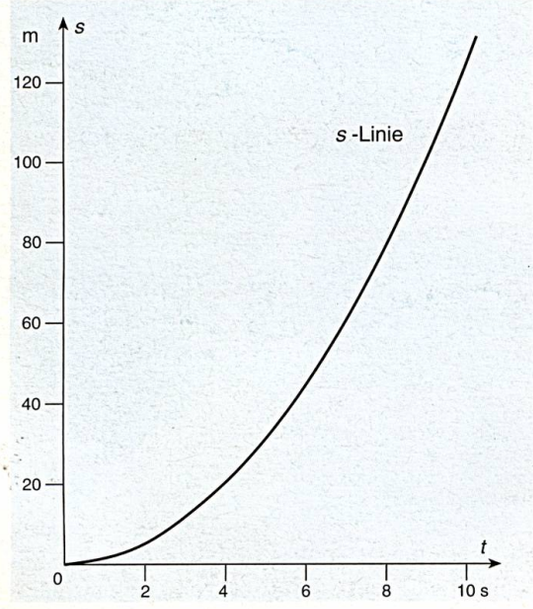
14.1 *a-t*-Diagramm zu Beispiel B



14.2 *v-t*-Diagramm zu Beispiel B



14.3 Der Flächeninhalt unter der *v*-Linie entspricht dem zurückgelegten Weg.



14.4 *s-t*-Diagramm zu Beispiel C

Aufgaben

13. Wie lange braucht ein Triebwagenzug, um aus dem Stillstand eine Geschwindigkeit von 100 km/h zu erreichen, wenn seine Beschleunigung 0,6 m/s^2 beträgt?

14. Welche Geschwindigkeit erreicht ein Fahrzeug in 6,8 s bei einer Beschleunigung von 4,2 m/s^2?

Diagramme zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung

➤ Beispiel B: *a-t*- und *v-t*-Diagramm

Ein Fahrzeug beschleunigt aus dem Stillstand mit 2,5 m/s^2. Die Bewegung innerhalb der ersten 10 s ist grafisch darzustellen (Abb. 14.1). Die Beschleunigung ist immer gleich groß, daher ist die *a*-Linie parallel zur *t*-Achse.

Für die Erstellung des *v-t*-Diagramms (Abb. 14.2) wird zuerst die Geschwindigkeit für verschiedene Zeiten berechnet: $v = a\,t = 2{,}5\,t$.

t in s	v in m/s
0	0
2	5
4	10
6	15
8	20
10	25

Bei einer *gleichmäßig beschleunigten Bewegung* ändert sich die Geschwindigkeit in gleichen Zeitabständen um den gleichen Betrag. Das heißt: $a = const.$

Der zurückgelegte Weg kann nicht wie bei der gleichförmigen Bewegung mit der Formel $s = v\,t$ berechnet werden, da sich v ständig ändert. Bei der gleichförmigen Bewegung haben wir gesehen, daß der zurückgelegte Weg dem Flächeninhalt unter der *v*-Linie entspricht (Abb. 14.3). Das gilt für jedes *v-t*-Diagramm.

Bei einer Beschleunigung aus dem Stillstand gilt für den zurückgelegten Weg:

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,v\,t$$

➤ Beispiel C: *s-t*-Diagramm einer gleichmäßigen Beschleunigung

Die Beschleunigung a beträgt 2,5 m/s^2. In einer Tabelle wird der zurückgelegte Weg für verschiedene Zeiten berechnet (Abb. 14.4).

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = 1{,}25\,t^2$$

t in s	s in m
0	0
2	5
4	20
6	45
8	80
10	125

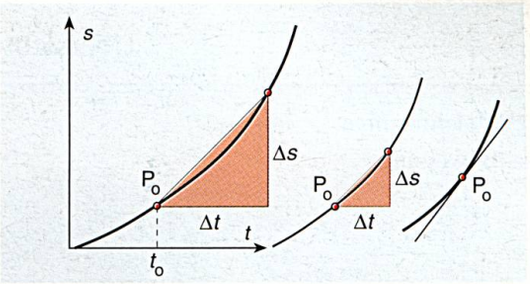
Den zurückgelegten Weg kann man auch mit Hilfe der Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ berechnen:

$$\bar{v} = \frac{v}{2} = \frac{25\ \text{m/s}}{2} = 12{,}5\ \text{m/s}$$

$$s = \bar{v}\,t = 12{,}5\ \text{m/s} \cdot 10\ \text{s} = 125\ \text{m}$$

Momentangeschwindigkeit

$v = \Delta s/\Delta t$ ist die Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitabschnitt Δt. Um die Geschwindigkeit (*Momentangeschwindigkeit*) genau zum Zeitpunkt t_o zu erhalten, muß man den Zeitabschnitt möglichst klein machen. Man läßt Δt "gegen 0 streben" - siehe Abb. 15.1 !



15.1 Für die Bestimmung der Momentangeschwindigkeit gibt es eigene Rechenvorschriften, die aber erst in einer höheren Klasse besprochen werden. Das Ergebnis lautet: Die Momentangeschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt t_o entspricht der Tangentensteigung der s-Linie im Punkt P_o.

➤ Beispiel D

Ein Fahrzeug beschleunigt aus dem Stillstand mit 3,5 m/s² auf einer Strecke von 60 m. Welche Geschwindigkeit erreicht es dabei?

$$s = \frac{1}{2}\,v\,t$$

Die Zeit t ist nicht gegeben. Daher müssen wir t mittels einer weiteren Gleichung gesondert bestimmen. Wir gehen so vor:

$$a = \frac{v}{t} \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \qquad s = \frac{1}{2}\,v \cdot \frac{v}{a} = \frac{v^2}{2\,a}$$

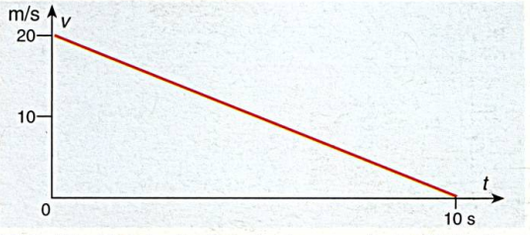
$$v^2 = 2\,a\,s \Leftrightarrow v = \sqrt{2\,a\,s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 3{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 60\ \text{m}} = 20{,}49\ \text{m/s} = 73{,}78\ \text{km/h}$$

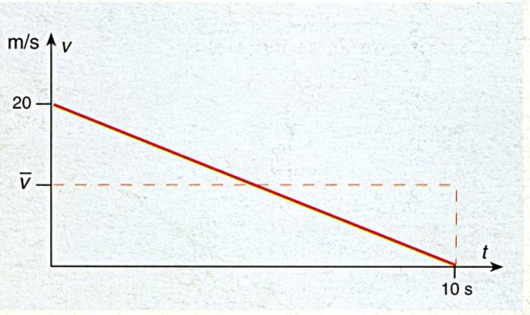
Die "zeitfreie" Gleichung gibt den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Weg und Beschleunigung an:

$$v = \sqrt{2\,a\,s}$$

Abbildung zu Beispiel E:



15.2 Die Geschwindigkeit nimmt mit der Zeit ab.



15.3 Zur Bestimmung des Bremsweges

Verzögerung bis zum Stillstand

➤ Beispiel E

Ein Fahrzeug mit einer Geschwindigkeit von 72 km/h wird innerhalb von 10 s vollständig abgebremst.
Endgeschwindigkeit $v = 0$

$$v_o = \frac{72\ \text{km/h}}{3{,}6} = 20\ \text{m/s} \qquad \bar{v} = \frac{v_o}{2} = \frac{20\ \text{m/s}}{2} = 10\ \text{m/s}$$

Bremsweg: $s = \bar{v}\,t = 10\ \text{m/s} \cdot 10\ \text{s} = 100\ \text{m}$

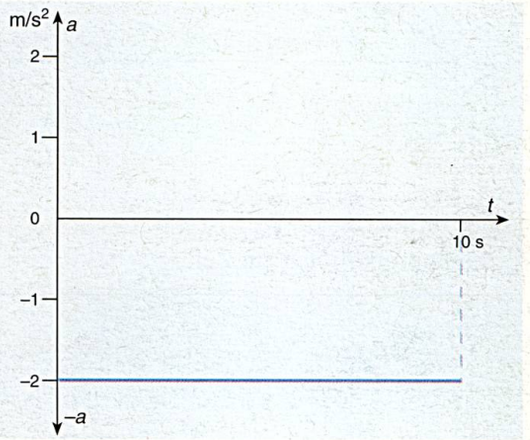
Beschleunigung: $a = \frac{v - v_o}{t} = \frac{0 - 20\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = -2\ \text{m/s}^2$

Das negative Vorzeichen der Beschleunigung sagt uns, dass es sich um eine Verzögerung handelt. Die verzögerte Bewegung läßt sich wie eine beschleunigte Bewegung behandeln, wenn mit dem positiven Wert von a gerechnet wird.

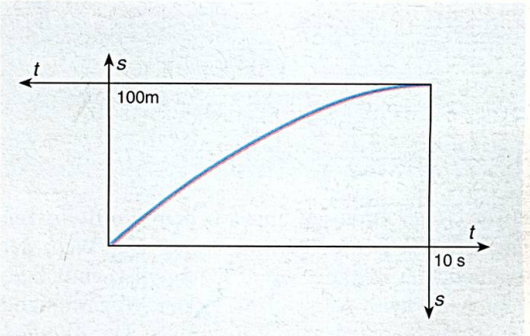
Hätte man die verzögerte Bewegung gefilmt und ließe man diesen Film rückwärts ablaufen, so könnte man eine beschleunigte Bewegung sehen.

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m/s}^2 \cdot 10^2\ \text{s}^2 = 100\ \text{m}$$

Auch in diesem Fall kann die "zeitfreie" Gleichung $v = \sqrt{2\,a\,s}$ verwendet werden.

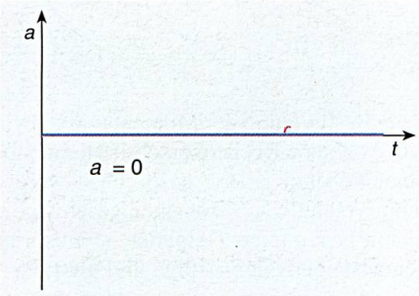
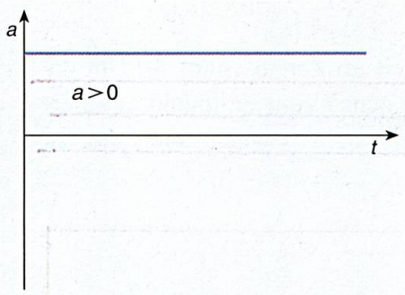
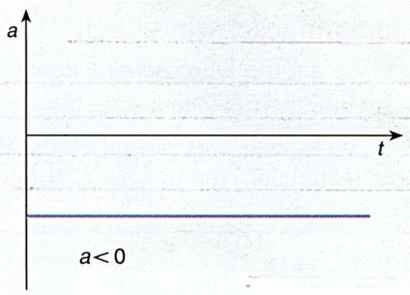
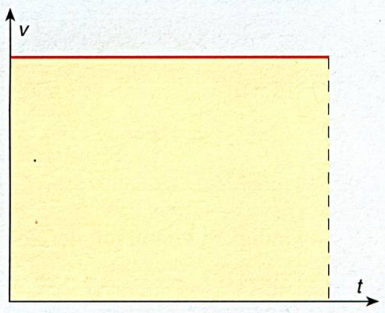
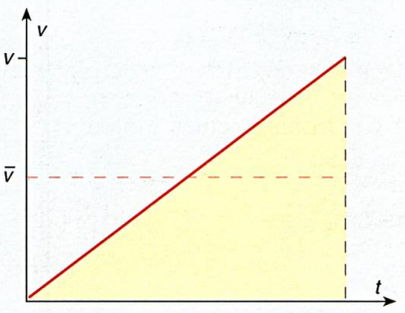
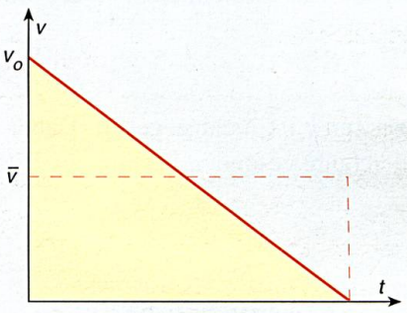
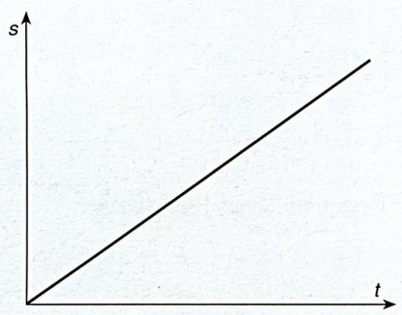
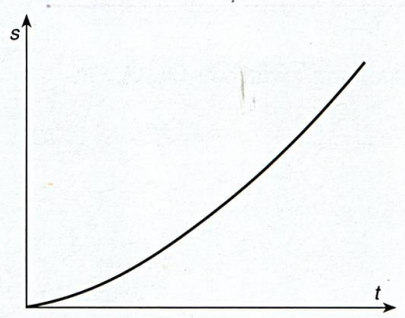
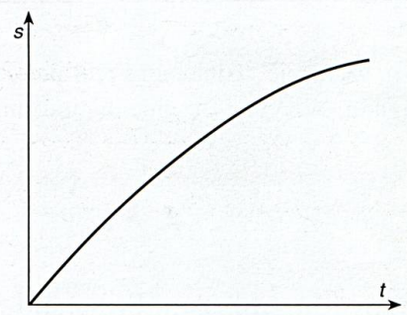


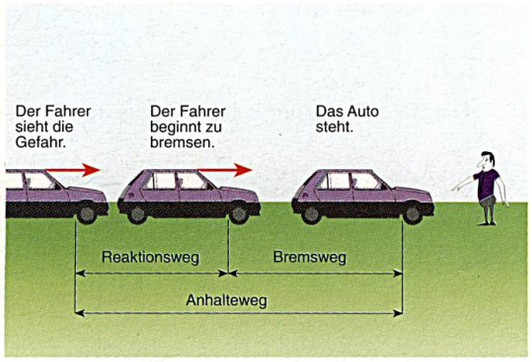
15.4 Die Beschleunigung a hat ein negatives Vorzeichen.



15.5 Im "verkehrten" Koordinatensystem läuft die Bewegung in umgekehrter Richtung – also beschleunigt – ab.

Übersicht über die verschiedenen Bewegungsarten

gleichförmige Bewegung	gleichmäßig beschleunigte Bewegung	gleichmäßig verzögerte Bewegung
		
		
	$v = \sqrt{2\,a\,s}$	$v = \sqrt{2\,\lvert a\rvert\,s}$
		
$s \sim t$	$s \sim t^2$	$s \sim t^2$
$s = v\,t$	$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2$	$s = \frac{1}{2}\,\lvert a\rvert\,t^2$
Der zurückgelegte Weg ist direkt proportional zur Zeit.	Der zurückgelegte Weg ist direkt proportional zum Quadrat der Zeit.	



16.1 Beim Bremsen spielt neben der Bremszeit auch die Reaktionszeit eine Rolle: Der Weg, der während der Reaktionszeit (ungebremst) zurückgelegt wird, heißt *Reaktionsweg*. Der Weg während des Bremsvorganges heißt *Bremsweg*. Der *Anhalteweg* setzt sich also aus *Reaktionsweg* und *Bremsweg* zusammen. Reaktions- und Bremsweg hängen von der Geschwindigkeit des Fahrzeuges ab.

Aufgaben

15. Ein Fahrzeug erreicht aus dem Stillstand auf einer Strecke von 80 m eine Geschwindigkeit von 60 km/h. Wie groß sind Beschleunigung und Beschleunigungszeit?

16. Ein Hochgeschwindigkeitszug leitet bei 260 km/h eine Vollbremsung ein. Die Verzögerung beträgt $-0{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Berechne Bremsweg und Bremszeit.

17. Einem Autoprospekt kann man entnehmen, dass das Fahrzeug in 12,9 s vom Stillstand auf 100 km/h beschleunigt. Wie groß sind Beschleunigung und Beschleunigungsweg?

18. Ein Fahrzeug beschleunigt vom Stillstand 8 s lang. Dabei legt es innerhalb der 5. Sekunde 4 m zurück. Berechne Beschleunigung, Endgeschwindigkeit und den gesamten Beschleunigungsweg.

19. Eine Straßenbahn fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h und benötigt einen Bremsweg von 30 m. Berechne Verzögerung und Bremszeit.

20. Bei einer beschleunigten Bewegung legt ein Körper in der ersten Sekunde 5 m zurück. Welche Strecke legt er in 4 s zurück?

Beispiel F

Ein Autofahrer sieht bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h ein Hindernis und führt nach einer Reaktionszeit von 1 s eine Vollbremsung mit $-4{,}5\ \text{m/s}^2$ durch. Berechne Bremszeit, Bremsweg und Anhalteweg. (Abb. 17.1)

$$v_0 = \frac{100\ \text{km/h}}{3{,}6} = 27{,}78\ \text{m/s}$$

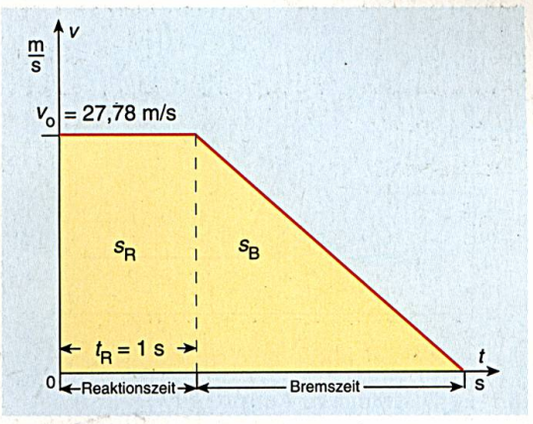
$$\Delta v = 0 - v_0 = -27{,}78\ \text{m/s}$$

Bremszeit: $$t_B = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-27{,}78\ \text{m/s}}{-4{,}5\ \text{m/s}^2} = 6{,}17\ \text{s}$$

Reaktionsweg: $$s_R = v_0\, t_R = 27{,}78\ \text{m/s} \cdot 1\ \text{s} = 27{,}78\ \text{m}$$

Bremsweg: $$s_B = \frac{1}{2}\, v_0\, t_B = \frac{1}{2} \cdot 27{,}78\ \text{m/s} \cdot 6{,}17\ \text{s} = 85{,}70\ \text{m}$$

Anhalteweg: $$s = s_R + s_B = 27{,}78\ \text{m} + 85{,}70\ \text{m} \approx 113\ \text{m}$$



17.1 v-t-Diagramm zu Beispiel F

Beispiel G

Ein Fahrzeug beschleunigt bei einer Geschwindigkeit von 45 km/h mit $1{,}5\ \text{m/s}^2$. Welche Endgeschwindigkeit erreicht es nach 8 s, und welche Strecke wird während der Beschleunigung zurückgelegt? (Abb. 17.2, 17.3)

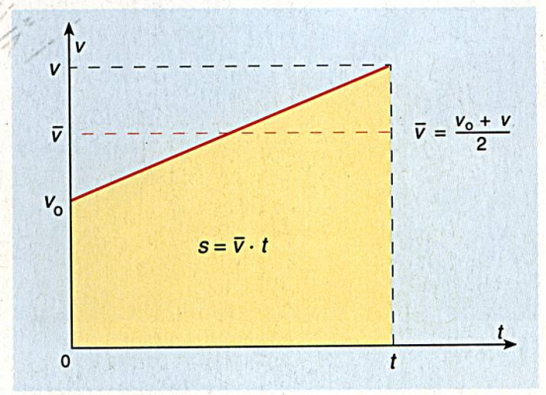
$$v_0 = \frac{45\ \text{km/h}}{3{,}6} = 12{,}50\ \text{m/s}$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t = 1{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 8\ \text{s} = 12\ \text{m/s}$$

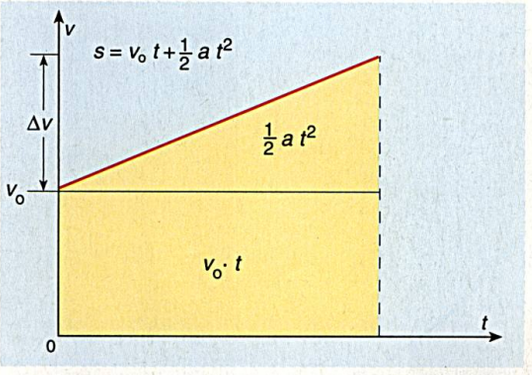
Endgeschwindigkeit: $$v = v_0 + \Delta v$$
$$= 12{,}5\ \text{m/s} + 12\ \text{m/s} = 24{,}5\ \text{m/s} = 88{,}2\ \text{km/h}$$

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{12{,}5\ \text{m/s} + 24{,}5\ \text{m/s}}{2} = 18{,}5\ \text{m/s}$$

$$s = \bar{v}\, t = 18{,}5\ \text{m/s} \cdot 8\ \text{s} = 148\ \text{m}$$



17.2 Zur Bestimmung von $\bar{v}$ in Beispiel G



17.3 Eine andere Bestimmung des Weges s in Beispiel G

Beispiel H

Ein Fahrzeug wird aus dem Stillstand in 4 s auf 3 m/s beschleunigt. Diese Geschwindigkeit behält es 3 s bei und wird dann innerhalb von 2 s auf 6 m/s beschleunigt. Anschließend wird es in 5 s bis zum Stillstand abgebremst. a-t- und v-t-Diagramm sind zu skizzieren (Abb. 17.4). Gesamtweg und Durchschnittsgeschwindigkeit sind zu berechnen.

Beschleunigung: $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

① $\Delta v = 3\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s} = 3\ \text{m/s}$ $\qquad a_1 = \frac{3\ \text{m/s}}{4\ \text{s}} = 0{,}75\ \text{m/s}^2$

② $\Delta v = 0$ $\qquad a_2 = 0$

③ $\Delta v = 6\ \text{m/s} - 3\ \text{m/s} = 3\ \text{m/s}$ $\qquad a_3 = \frac{3\ \text{m/s}}{2\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$

④ $\Delta v = 0\ \text{m/s} - 6\ \text{m/s} = -6\ \text{m/s}$ $\qquad a_4 = \frac{-6\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} = -1{,}2\ \text{m/s}^2$

Zurückgelegter Weg:

① $s_1 = \frac{1}{2}\, v_1 \cdot \Delta t_1 = \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} = 6\ \text{m}$

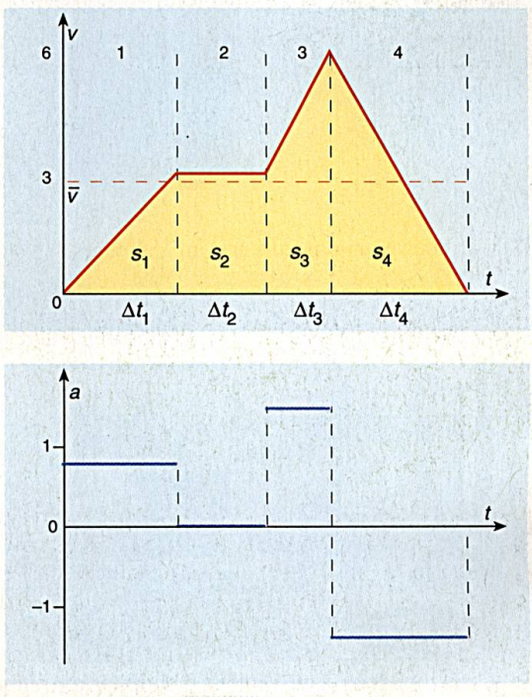
② $s_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 = 3\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s} = 9\ \text{m}$

③ $s_3 = \frac{1}{2}\, (v_1 + v_2) \cdot \Delta t_3 = \frac{1}{2}\, (3\ \text{m/s} + 6\ \text{m/s}) \cdot 2\ \text{s} = 9\ \text{m}$

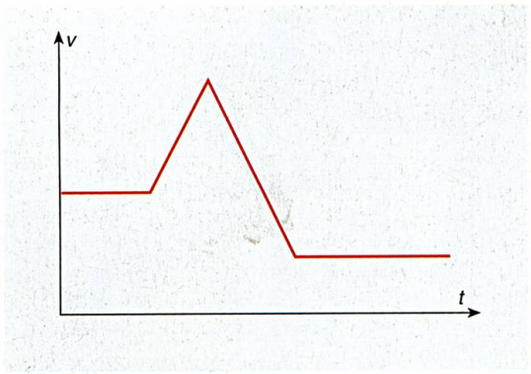
④ $s_4 = \frac{1}{2}\, v_3 \cdot \Delta t_4 = \frac{1}{2} \cdot 6\ \text{m/s} \cdot 5\ \text{s} = 15\ \text{m}$

$\Big\}\ s = 39\ \text{m}$

Durchschnittsgeschwindigkeit: $$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{39\ \text{m}}{14\ \text{s}} = 2{,}79\ \text{m/s}$$

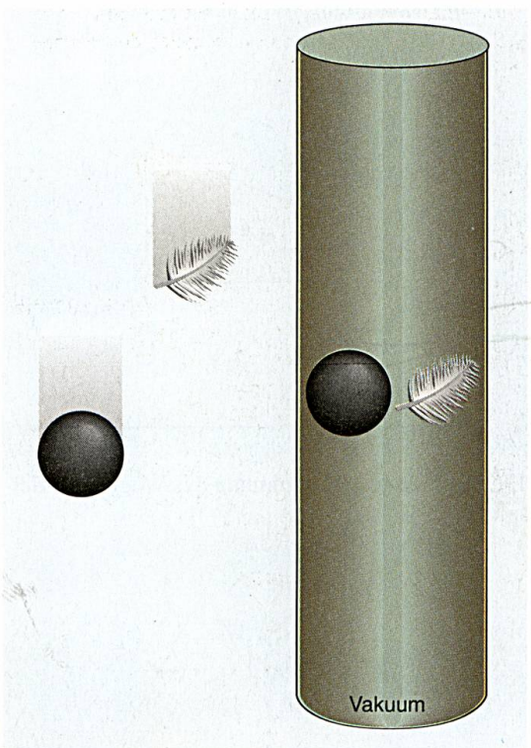


17.4 Diagramme zu Beispiel H

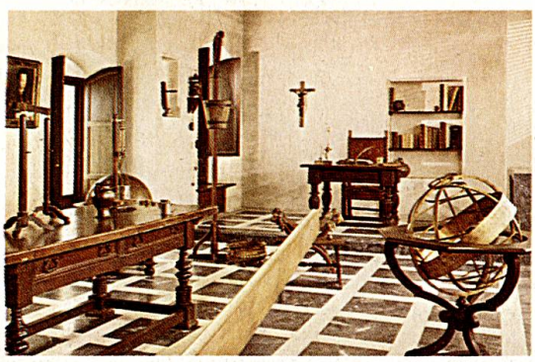


18.1 *v-t*-Diagramm zu Aufgabe 23

18.2 Fallschirmspringen im "freien" Fall



18.3 Fallbewegung in Luft und im Vakuum



18.4 Nachbildung von Galileis Laboratorium, im Vordergrund die Fallrinne

Aufgaben

21. Eine Straßenbahn beschleunigt aus dem Stillstand 15 s lang mit 0,45 m/s^2. Dann fährt sie 40 s lang mit konstanter Geschwindigkeit und bremst schließlich in 6 s vollständig ab. Skizziere das *v-t*- und das *a-t*-Diagramm. Berechne den zurückgelegten Weg und die Durchschnittsgeschwindigkeit.

22. Ein Autofahrer verringert verkehrsbedingt innerhalb von 5 s seine Geschwindigkeit von 100 km/h auf 60 km/h. Berechne Verzögerung und Bremsweg. Skizziere das *v-t*-Diagramm und benütze es für die Rechnung.

23. Beschreibe die Bewegung in Abb. 18.1 und skizziere das *a-t*-Diagramm.

24. Für das Bremsen beim Autofahren gibt es folgende Faustregel zur Berechnung des Bremsweges:

$$\text{Bremsweg (in m)} \approx \left(\frac{v \text{ in km/h}}{10}\right)^2$$

Welche Verzögerung ist erforderlich, damit diese Regel stimmt? (Verwende die "zeitfreie" Gleichung!)

25. Ein Fahrzeug mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 40 km/h beschleunigt 10 s lang mit 1,5 m/s^2. Berechne Endgeschwindigkeit und Beschleunigungsstrecke. Skizziere das *v-t*-Diagramm und benütze es für die Rechnung.

26. Ein Autofahrer sieht bei einer Geschwindigkeit von 75 km/h eine Gefahr und leitet nach einer Schrecksekunde eine Vollbremsung mit einer Verzögerung von $-2{,}5$ m/s^2 ein. Berechne den Anhalteweg und die dafür benötigte Zeit. Verwende das *v-t*-Diagramm!

5.4 Der freie Fall

Galileo Galilei hat durch Fallversuche gefunden, daß verschieden schwere Körper gleich schnell fallen. Läßt man eine Holzkugel und einen Papiertrichter fallen, so stimmt das überhaupt nicht! (Abb. 19.1) Durch den Luftwiderstand wird das Papier stark gebremst. In einer luftleer gepumpten (evakuierten) Glasröhre fallen jedoch beide Körper gleich schnell.

Im luftleeren Raum fallen alle Körper gleich schnell.

Einfache Beobachtungen zeigen uns schon, daß die Fallbewegung eine *beschleunigte Bewegung* ist. Ein Stein, der aus 10 m Höhe fällt, erreicht eine viel größere Geschwindigkeit als ein Stein aus 1 m Höhe.

Genaue Beobachtungen und Messungen sind aber nicht ganz einfach, da die Fallbewegung sehr schnell verläuft. Galilei hat dieses Problem durch die Verwendung einer *Fallrinne* gelöst. Die Fallrinne ist eine schiefe Ebene, die in einem späteren Abschnitt besprochen wird.

Schnell verlaufende Bewegungen lassen sich mit Hilfe *stroboskopischer Beleuchtung* sichtbar machen. Ein Lichtblitzstroboskop sendet Lichtblitze in kurzen Zeitabständen aus. Wird ein Körper, der sich schnell bewegt, in einem dunklen Raum in kurzen Zeitabständen angeblitzt, so wird die Bewegung in *Einzelbilder* "zerlegt". Bleibt der Verschluß einer Kamera während des gesamten Bewegungsvorganges geöffnet, so werden diese Einzelbilder auf dem Film festgehalten. Bei dieser stroboskopischen Aufnahme wurde die fallende Kugel in Abständen von 1/25 s durch Lichtblitze beleuchtet. Eine Auswertung der Aufnahme zeigt, daß die Fallstrecke mit dem Quadrat der Zeit wächst: $s \sim t^2$ Das ist aber das Kennzeichen für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Der *freie Fall* ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Fallbeschleunigung $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

Die Fallbeschleunigung wird auch als *Schwerebeschleunigung* - auf der Erde auch als *Erdbeschleunigung* - bezeichnet. Der freie Fall wird durch die Erdanziehung verursacht.

Für die Fallbewegung gelten die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

Bewegungsgleichungen	
für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung	für den freien Fall
$a = const.$	$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2 = const.$
$v = a\,t$	$v = g\,t$
$s = \frac{1}{2}\,v\,t = \frac{1}{2}\,a\,t^2$	$h = \frac{1}{2}\,v\,t = \frac{1}{2}\,g\,t^2$
$v = \sqrt{2\,a\,s}$	$v = \sqrt{2\,g\,h}$

$v = \sqrt{2\,g\,h}$ ist die Geschwindigkeit, die ein Körper nach dem "Durchfallen" der Höhe (Fallstrecke) h besitzt.

Beispiel A

Welche Geschwindigkeit besitzt ein Körper nach dem "Durchfallen" von 12 m ? Wie groß ist die Fallzeit? (Abb. 19.2)

Geschwindigkeit: $v = \sqrt{2\,g\,h}$

$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 12\ \text{m}} = 15{,}34\ \text{m/s} = 55{,}24\ \text{km/h}$

Fallzeit: $v = g\,t \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$

$t = \frac{15{,}34\ \text{m/s}}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 1{,}56\ \text{s}$

oder $h = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$

$t = 1{,}56\ \text{s}$

Aufgaben

27. Ein Körper fällt 3,6 s lang. Wie groß ist seine Geschwindigkeit beim Aufschlagen und aus welcher Höhe wurde er fallengelassen?

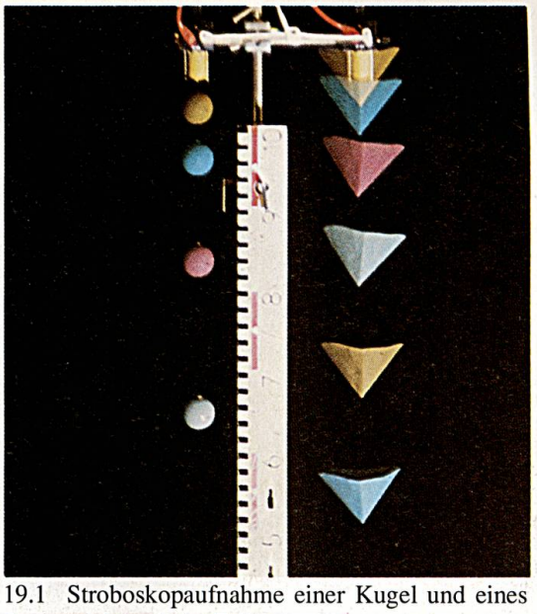
28. Aus welcher Höhe muss ein Körper fallen, um eine Geschwindigkeit von 50 km/h zu erreichen?

29. Wie lange dauert der freie Fall aus 80 m Höhe?

30. Nach welcher Zeit hört man einen Stein aufschlagen, der in einen 40 m tiefen Schacht fällt? Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s. (Abb. 19.3)

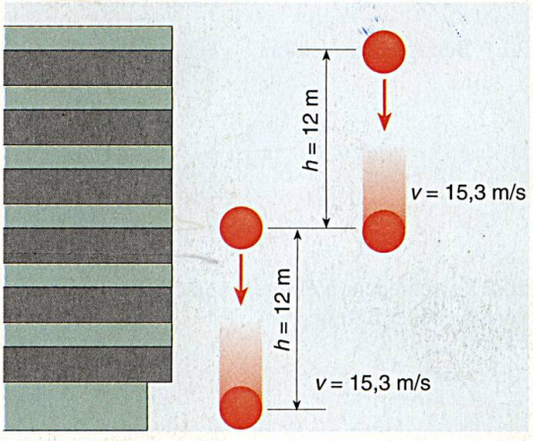
31. Welche Strecke durchfällt ein Körper innerhalb der ersten, innerhalb der zweiten und innerhalb der dritten Sekunde?

32. Ein Körper fällt aus 100 m Höhe. Wie lange braucht er für die letzten 50 m?

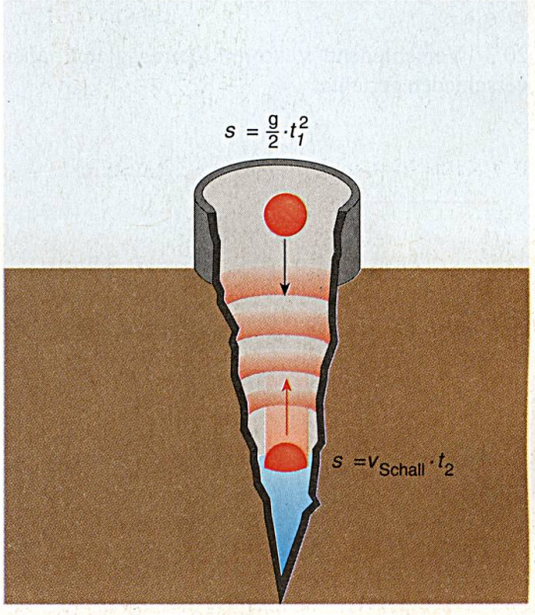


19.1 Stroboskopaufnahme einer Kugel und eines Papiertrichters beim Fall

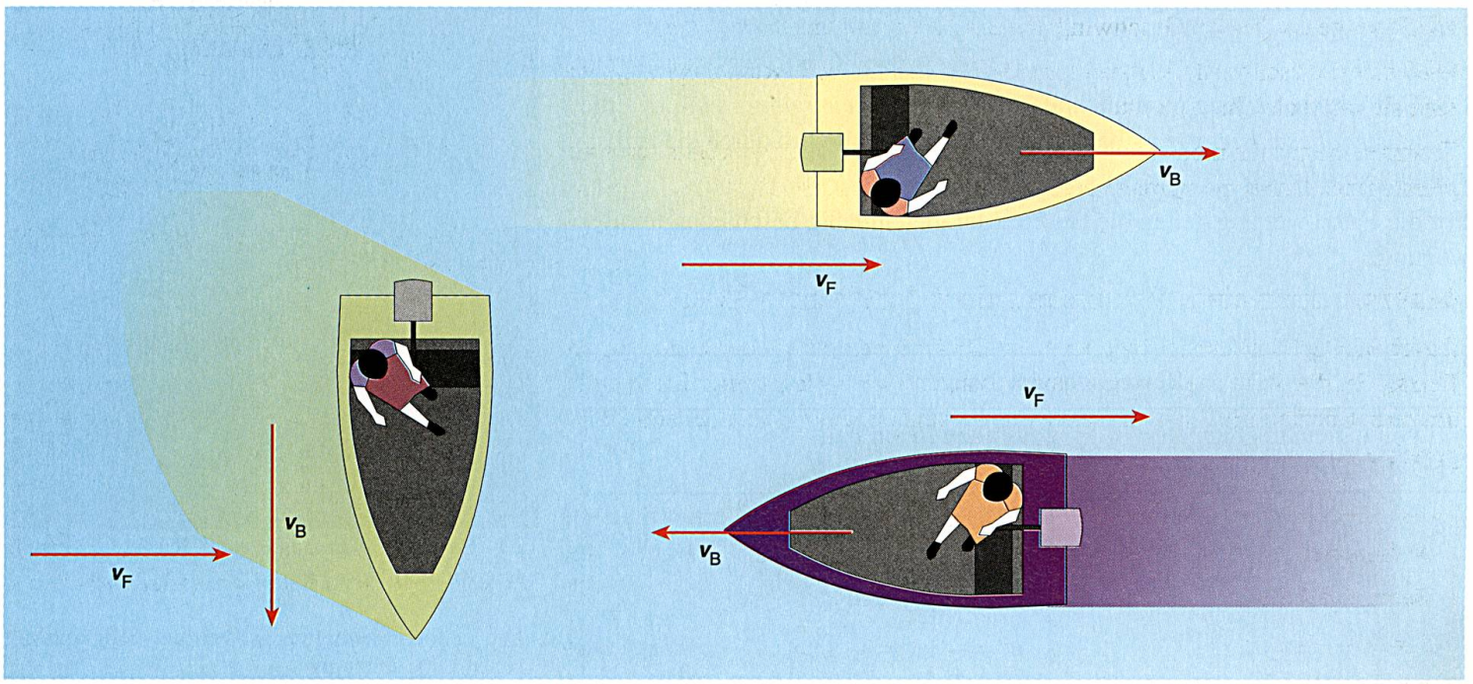
Die Fallbeschleunigung ist von der geographischen Lage abhängig.
An den Polen: $g = 9{,}83\ \text{m/s}^2$
Am Äquator: $g = 9{,}78\ \text{m/s}^2$
Für internationale Vergleiche hat man die Normalfallbeschleunigung festgelegt:
$g = 9{,}80665\ \text{m/s}^2$
Auf dem Mond beträgt der Wert für die Fallbeschleunigung nur rund ein Sechstel des Wertes auf der Erde.

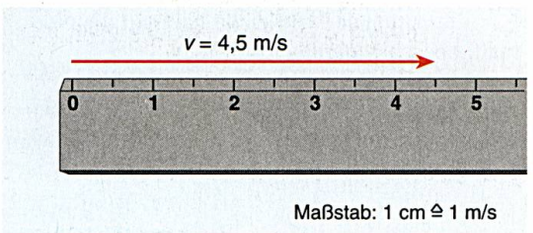


19.2 Abbildung zu Beispiel A

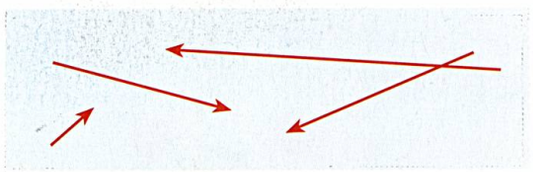


19.3 Abbildung zu Aufgabe 30

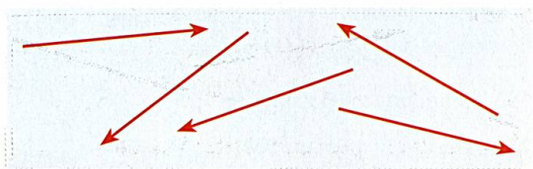




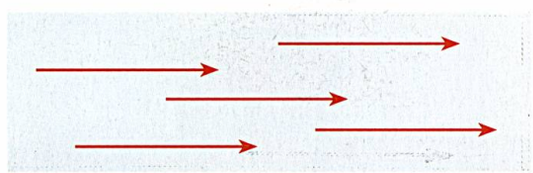
20.1 Betrag eines Vektors



20.2 Verschiedene Vektoren: verschieden gerichtet, verschiedener Betrag



20.3 Verschiedene Vektoren: betragsgleich, aber verschieden gerichtet



20.4 Gleiche Vektoren: gleiche Richtung, gleicher Betrag

Skalar	**Vektor**
Länge l	Weg s
Fläche A	Geschwindigkeit v
Zeit t	Beschleunigung a
...	...
...	...

Die Bewegung eines Bootes in einem Fluß ist eine *zusammengesetzte Bewegung*, da zwei Teilbewegungen gleichzeitig ablaufen. Die eine wird durch den Motor des Bootes verursacht, die andere durch die Flußströmung. Zu jeder Teilbewegung gehört eine Geschwindigkeit.

v_B ... Bootsgeschwindigkeit, Eigengeschwindigkeit des Bootes in einem ruhenden Gewässer

v_F ... Strömungsgeschwindigkeit des Flusses

Vektoren

Bisher haben wir eine Geschwindigkeit nur durch Maßzahl (*Betrag*) und Einheit angegeben, z. B.: $v = 3$ m/s. Dies reicht aber nicht in jedem Fall.

Betrachtet man die Bewegungen der drei Boote im Bild, so kann man erkennen, daß nicht nur der Betrag der Geschwindigkeit von Bedeutung ist. Die Geschwindigkeit ist erst dann vollständig bestimmt, wenn auch die *Richtung* angegeben ist. Man sagt: Die Geschwindigkeit ist eine *vektorielle Größe* (ein *Vektor*).

Physikalische Größen, die durch Betrag und Richtung bestimmt sind, heißen *Vektoren (vektorielle Größen).*

Ein Vektor kann grafisch durch einen Pfeil dargestellt werden. Die *Pfeillänge* gibt im Zusammenhang mit einem Maßstab den *Betrag* des Vektors an. Die *Pfeilrichtung* entspricht der Richtung der vektoriellen Größe. (Abb. 20.1)

Soll der Vektorcharakter einer Größe angezeigt werden, so wird der entsprechende Buchstabe durch **Fettdruck** gekennzeichnet ($\boldsymbol{v}$) oder mit einem Pfeil versehen: $\vec{v}$. In diesem Buch sind Vektoren durch Fettdruck gekennzeichnet. Der Betrag des Vektors wird so geschrieben: v.

Im Gegensatz zu Vektoren gibt es Größen, die allein durch den Betrag vollständig bestimmt sind. Sie heißen *Skalare (skalare Größen).*

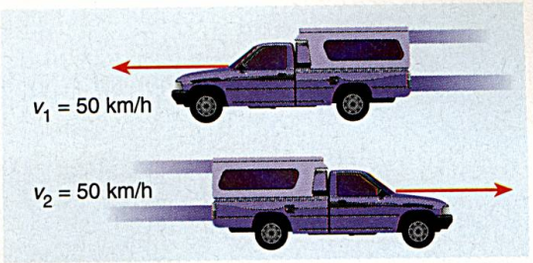
Wir werden auch weiterhin mit dem Betrag der Geschwindigkeit rechnen. Allerdings werden wir bei verschiedenen Problemen die Richtung der Geschwindigkeit (also den Vektorcharakter) berücksichtigen müssen. Daher benötigen wir einige Regeln aus der *Vektorrechnung.*

Gleichheit von Vektoren

Die Beträge der beiden Geschwindigkeiten sind gleich groß: $v_1 = v_2$

Die beiden Geschwindigkeitsvektoren haben verschiedene Richtungen. Daher sind sie nicht gleich: $\boldsymbol{v}_1 \neq \boldsymbol{v}_2$

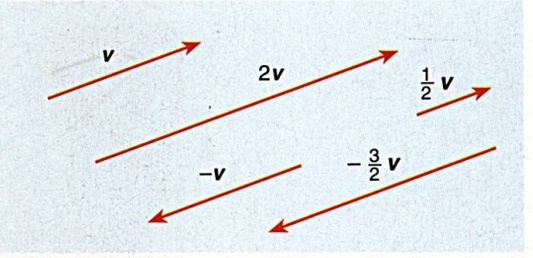
Trotzdem sagt man meist etwas ungenau: Die beiden Geschwindigkeiten sind gleich groß. Dabei meint man aber nur ihre Beträge. (Abb. 21.1)



21.1 Betragsgleiche, aber entgegengerichtete Geschwindigkeitsvektoren

Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl (einem Skalar)

Durch Multiplikation mit einer positiven Zahl r erhält der Vektor den r-fachen Betrag. Ist die Zahl negativ, so kommt es außerdem noch zu einer Richtungsumkehr. Spezialfall: Die Vektoren $\boldsymbol{v}$ und $-\boldsymbol{v}$ sind betragsgleich, aber entgegengerichtet. (Abb. 21.2)

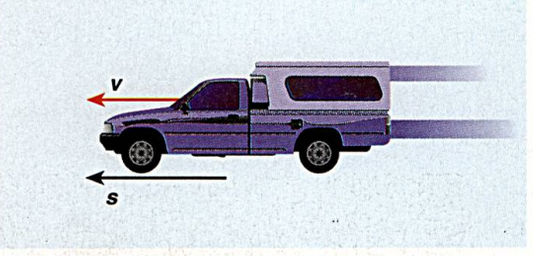


21.2 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar

➤ **Beispiel A** (Abb. 21.3)

Betragsgleichung	Vektorgleichung
$s = v\,t$	$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{v}\,t$

$\boldsymbol{v}$ wird mit dem positiven Skalar t multipliziert. $\boldsymbol{s}$ hat daher die gleiche Richtung wie $\boldsymbol{v}$.



21.3 Abbildung zu Beispiel A

Addition von Vektoren

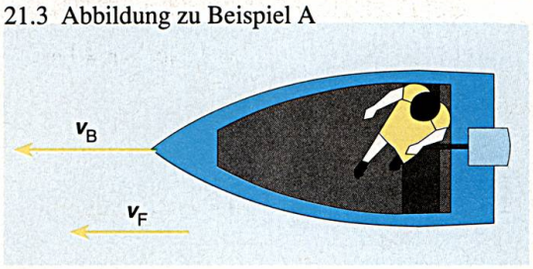
➤ **Beispiel B** (Abb. 21.4)

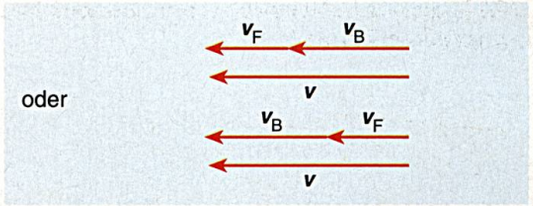
Ein Motorboot fährt flussabwärts: $v_B = 5$ km/h, $v_F = 3$ km/h

Zwei Vektoren werden addiert, indem man einen Vektor so parallel verschiebt, dass sein Anfangspunkt an der Spitze des anderen Vektors zu liegen kommt. Der resultierende Vektor geht vom Anfangspunkt des ersten Vektors bis zur Spitze des zweiten. Bei der Vektoraddition darf die Reihenfolge der Vektoren vertauscht werden.

An der Zeichnung kann man erkennen, dass der Betrag des resultierenden Vektors gleich der Summe der Einzelbeträge ist.

Vektorgleichung	Betragsgleichung
$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_F$	$v = v_B + v_F$
	$v = 5$ km/h + 3 km/h = 8 km/h
	Diese Geschwindigkeit besitzt das Boot relativ zum Ufer.



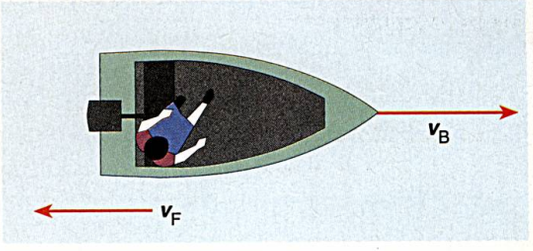


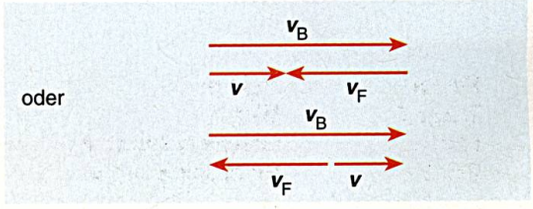
21.4 Addition gleichgerichteter Vektoren (zu Beispiel B)

➤ **Beispiel C** (Abb. 21.5)

Ein Motorboot fährt flussaufwärts: $v_B = 5$ km/h, $v_F = 3$ km/h

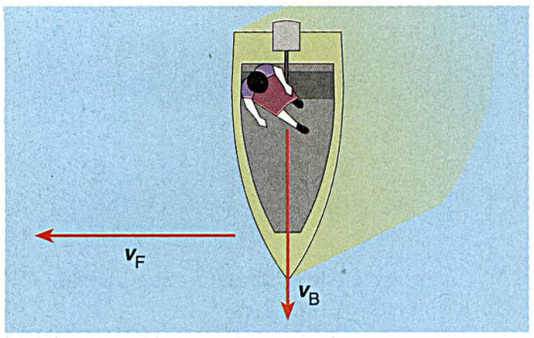
Vektorgleichung	Betragsgleichung
$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_F$	$v = v_B - v_F$
	$v = 5$ ~~m/s~~ $- 3$ ~~m/s~~ $= 2$ ~~m/s~~
	Diese Geschwindigkeit besitzt das Boot relativ zum Ufer.

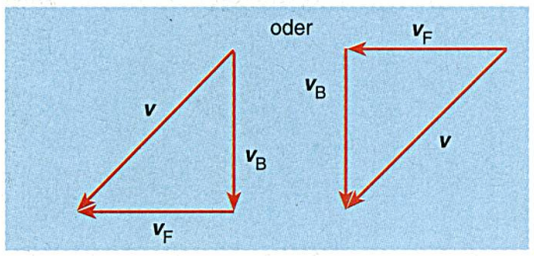




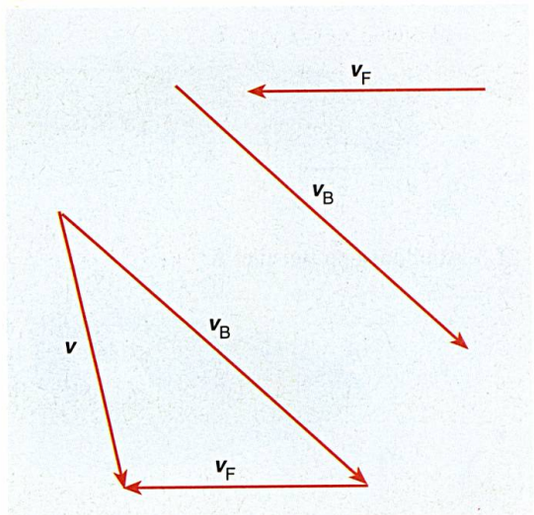
21.5 Addition entgegengerichteter Vektoren (zu Beispiel C)

Betrag des Summenvektors:
Summe der Beträge bei gleichgerichteten Vektoren, Differenz der Beträge bei entgegengerichteten Vektoren

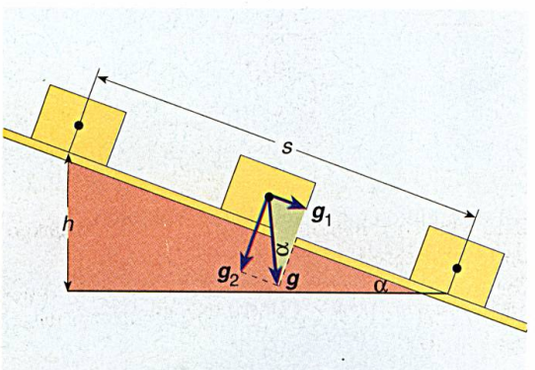




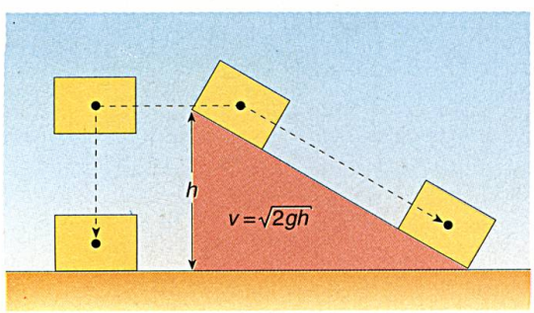
22.1 Addition von Vektoren, die aufeinander normal stehen



22.2 Der allgemeine Fall der Vektoraddition



22.3 Komponentenzerlegung eines Vektors



22.4 Die Endgeschwindigkeit ist unabhängig vom Neigungswinkel.

➤ Beispiel D

Das Motorboot fährt quer zum Fluss und wird dabei durch die Strömung abgetrieben. $v_B = 5$ km/h, $v_F = 3$ km/h

Der Abb. 22.1 kann man entnehmen, daß der Betrag des resultierenden Vektors nicht gleich der Summe der Einzelbeträge ist. Der Betrag des resultierenden Vektors läßt sich mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

Vektorgleichung

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_F$

Betragsgleichung

$v = \sqrt{v_B^2 + v_F^2}$

$v = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5{,}83$ km/h

Diese Geschwindigkeit besitzt das Boot relativ zum Ufer.

Die Bewegungsrichtung des Bootes ist durch die Richtung von $\boldsymbol{v}$ bestimmt.

➤ Beispiel E (Abb. 22.2)

Das Motorboot fährt schräg (43°) gegen die Flussrichtung.

$v_B = 5$ m/s, $v_F = 3$ m/s

Vektorgleichung

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_F$

Der Betrag der resultierenden Geschwindigkeit läßt sich nur mit Hilfe von Winkelfunktionen berechnen. Daher werden wir den allgemeinen Fall nur grafisch lösen. Aus der Zeichnung entnehmen wir: $v \approx 3{,}5$ m/s

Komponentenzerlegung eines Vektors

➤ Beispiel F: Bewegung entlang einer schiefen Ebene

Der Beschleunigungsvektor $\boldsymbol{g}$ ist nach zwei Richtungen (Bewegungsrichtung und Normale dazu) zu zerlegen.

$\boldsymbol{g}_1$ und $\boldsymbol{g}_2$ sind die *Komponenten* von $\boldsymbol{g}$. Die Komponente $\boldsymbol{g}_1$ liegt in Bewegungsrichtung und ist daher die wirksame Beschleunigung.

Verläuft eine Bewegung entlang einer schiefen Ebene, so ist die Beschleunigung kleiner als beim freien Fall.

Die beiden unterlegten Dreiecke in Abb. 22.3 sind ähnlich. Daraus folgt:

$$\frac{g_1}{g} = \frac{h}{s} \Leftrightarrow g_1 = \frac{h}{s}\, g$$

$$v = \sqrt{2\, g_1\, s} = \sqrt{2\, \frac{h}{s}\, g\, s} = \sqrt{2\, g\, h}$$

Bei der Bewegung entlang einer schiefen Ebene erhält ein Körper dieselbe Endgeschwindigkeit wie beim freien Fall. (Abb. 22.4)

Das bedeutet: Die Endgeschwindigkeit ist unabhängig vom Neigungswinkel der schiefen Ebene und nur vom Höhenunterschied abhängig. Je kleiner der Neigungswinkel ist, desto kleiner ist die Beschleunigung. Dafür dauert aber die Bewegung länger.

Galilei hat durch Verwendung einer wenig geneigten Fallrinne die Fallbewegung wesentlich verlangsamt. Dadurch konnte er mit seinen einfachen Messgeräten brauchbare Ergebnisse erzielen.

Das Unabhängigkeitsprinzip

➤ **Beispiel G** (Abb. 23.1)

Ein Boot fährt mit der Bootsachse quer zur Strömung über einen $s_b = 72$ m breiten Fluss. Dabei wird es um die Strecke s_a abgetrieben. $v_B = 6$ m/s, $v_F = 1$ m/s

Resultierende Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{v_B^2 + v_F^2} = \sqrt{6^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 1^2\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 6{,}08\ \text{m/s}$$

Diese Geschwindigkeit besitzt das Boot relativ zum Ufer.

Fahrzeit:

Für einen Beobachter auf der Brücke überquert das Boot die Flussbreite s_b mit der Geschwindigkeit v_B in der Zeit t.

$$t = \frac{s_b}{v_B} = \frac{72\ \text{m}}{6\ \text{m/s}} = 12\ \text{s}$$

Abtrieb:

Für einen Beobachter am Ufer scheint das Boot mit der Flussgeschwindigkeit v_F in der Zeit t um die Strecke s_a abgetrieben zu werden.

$$s_a = v_F \cdot t = 1\ \text{m/s} \cdot 12\ \text{s} = 12\ \text{m}$$

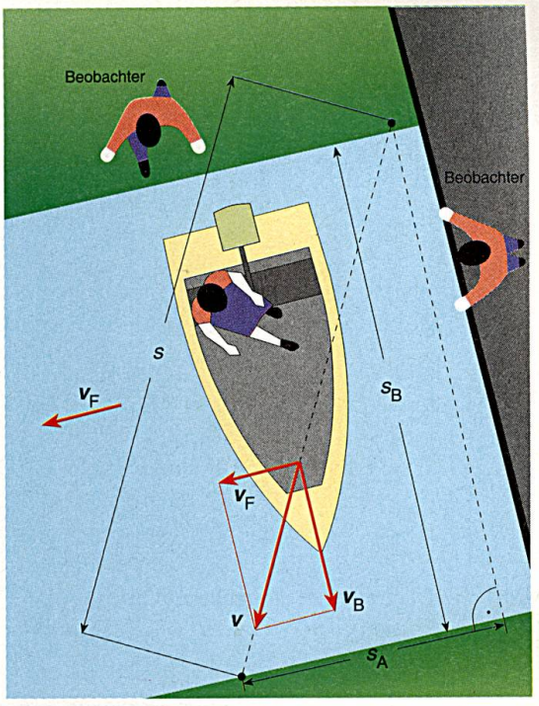
Wirkliche Fahrstrecke:

Ein in einem Hubschrauber über dem Fluss befindlicher Beobachter sieht das Boot die wirkliche Strecke s mit der resultierenden Geschwindigkeit v in der Fahrzeit t zurücklegen.

$$s = v\,t = 6{,}08\ \text{m/s} \cdot 12\ \text{s} \approx 73\ \text{m}$$

Kontrolle:

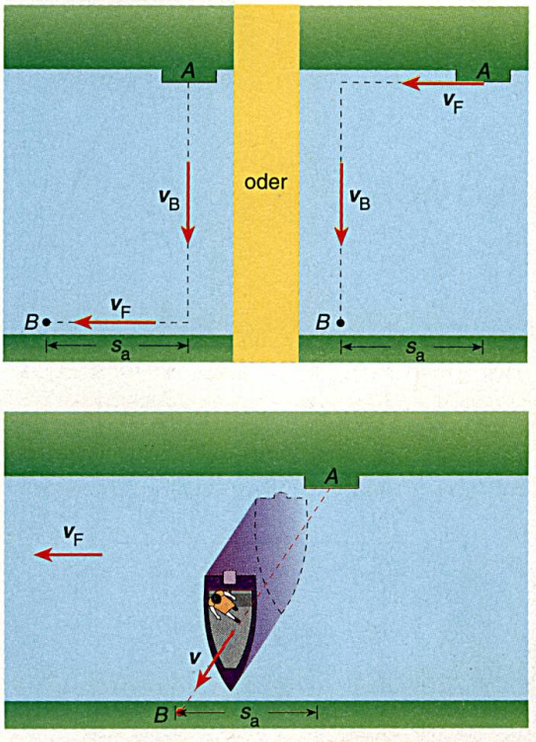
$$s = \sqrt{s_a^2 + s_b^2} = \sqrt{12^2 + 72^2} \approx 73\ \text{m}$$



23.1 Abbildung zu Beispiel G

Aus Beispiel G können wir folgenden Schluss ziehen:

Führt ein Körper zwei Bewegungen gleichzeitig aus, so stören sich diese gegenseitig nicht. Für die Rechnung ist es unerheblich, ob die Bewegungen gleichzeitig oder nacheinander vor sich gehen. Geschwindigkeiten und Wege werden vektoriell zusammengesetzt. (Unabhängigkeitsprinzip)



23.2 Das Unabhängigkeitsprinzip. In Wirklichkeit verlaufen beide Bewegungen gleichzeitig.
Zum gleichen Ergebnis kommt man, wenn man sich die beiden Teilbewegungen nacheinander ablaufend vorstellt.

Der lotrechte Wurf nach oben

Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 lotrecht nach oben geworfen. Gäbe es keine Erdanziehung, so würde der Körper eine gleichförmige, geradlinige Bewegung mit der Geschwindigkeit v_0 durchführen. Durch die Erdanziehung wird der Körper aber auch lotrecht nach unten beschleunigt (Fallbeschleunigung). Die Überlagerung (Zusammensetzung) der gleichförmigen Bewegung nach oben mit der beschleunigten Fallbewegung nach unten ergibt die wirkliche Bewegung des Körpers.

Geschwindigkeit:

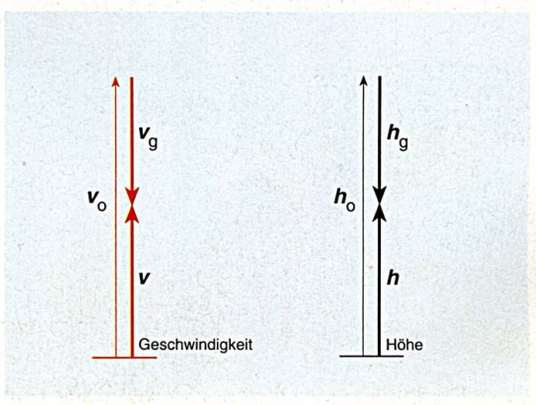
v_0 ... Anfangsgeschwindigkeit
$v_g = g\,t$ ... Fallgeschwindigkeit nach der Zeit t
$v = v_0 - g\,t$ ... Geschwindigkeit nach der Zeit t

Höhe:

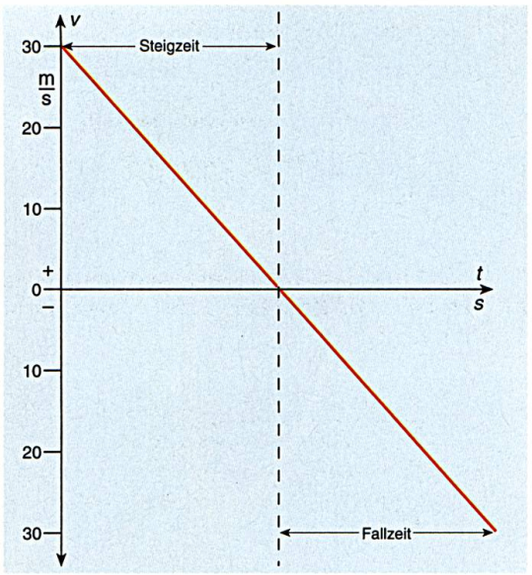
$h_0 = v_0\,t$ ... Höhe durch die Anfangsgeschwindigkeit

$h_g = \frac{1}{2}\,g\,t^2$ ... Fallhöhe

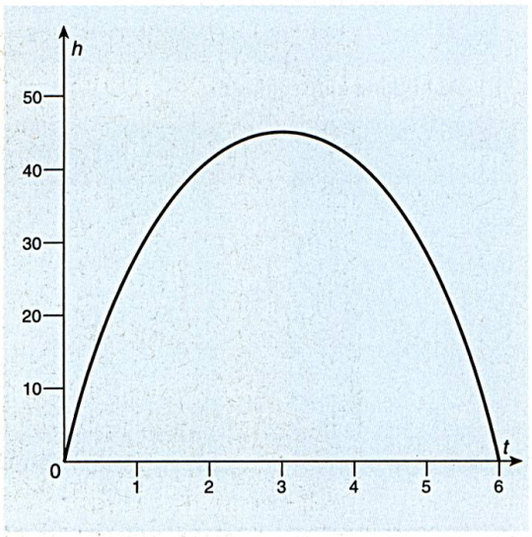
$h = v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$ Höhe nach der Zeit t



23.3 Geschwindigkeit und Höhe beim lotrechten Wurf

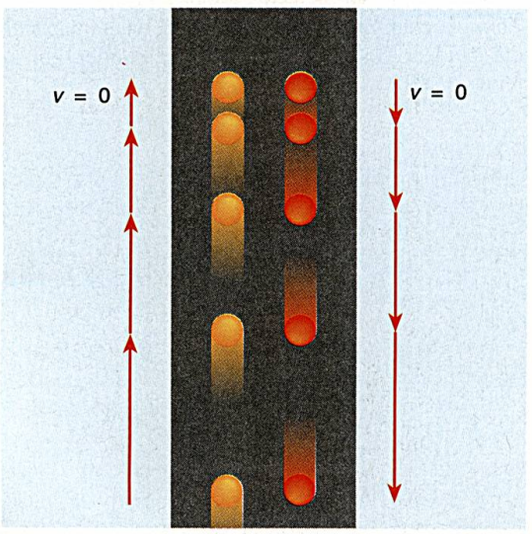


24.1 *v-t*-Diagramm des lotrechten Wurfes



24.2 Weg-Zeit-Diagramm des lotrechten Wurfes

t in s	h in m
0	0
1	25
2	40
3	45
4	40
5	25
6	0



24.3 "Stroboskop"-Bild einer Kugel beim lotrechten Wurf

➤ **Beispiel H** (Abb. 24.1)

Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 30$ m/s lotrecht in die Höhe geworfen. Berechne die Steigzeit t_H und die Scheitelhöhe H. (Wir rechnen in diesem Beispiel mit $g = 10$ m/s²)

t in s	v in m/s
0	30
1	20
2	10
3	0
4	– 10
5	– 20
6	– 30

Tabelle und v-t-Diagramm zeigen uns: Wird ein Körper lotrecht nach oben geworfen, so nimmt seine Geschwindigkeit ständig ab. Im höchsten Punkt (Umkehrpunkt, Scheitelhöhe) ist die Geschwindigkeit Null. Dann beginnt der Körper frei zu fallen und erreicht beim Auftreffen wieder die Anfangsgeschwindigkeit.

Steigzeit = Fallzeit

Im Umkehrpunkt (Scheitelhöhe H) ist $v = 0$:

$$v_0 - g\,t_H = 0 \;\Leftrightarrow\; t_H = \frac{v_0}{g}$$ Steigzeit (Zeit zum Erreichen der Scheitelhöhe H)

$$t_H = \frac{30\ \text{m/s}}{10\ \text{m/s}^2} = 3\ \text{s}$$

Setzt man die Steigzeit in die Formel für die Höhe ein, so erhält man die Scheitelhöhe H.

$$H = v_0\,t_H - \frac{1}{2}\,g\,t_H^2 = v_0\,\frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}\,g\,\frac{v_0^2}{g^2}$$

$H = \frac{v_0^2}{2\,g}$ Scheitelhöhe $\qquad H = \frac{(30\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 10\ \text{m/s}^2} = 45\ \text{m}$

(Das ist die uns schon bekannte "zeitfreie" Gleichung.)

Beispiel I

Ein Geschoß wird lotrecht nach oben abgeschossen und erreicht eine Höhe von 5 km. Berechne Anfangsgeschwindigkeit, Steigzeit, Geschwindigkeit und Höhe nach 10 s.

Anfangsgeschwindigkeit:

$$v_0 = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 5000\ \text{m}} = 313{,}2\ \text{m/s} = 1127{,}6\ \text{km/h}$$

Steigzeit:

$$t_H = \frac{v_0}{g} = \frac{313{,}2\ \text{m/s}}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 31{,}9\ \text{s}$$

Geschwindigkeit nach 10 s:

$$v = v_0 - g\,t = 313{,}2\ \text{m/s} - 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s} = 215\ \text{m/s}$$

Höhe nach 10 s:

$$h = v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 313{,}2\ \text{m/s} \cdot 10\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2\,(10\ \text{s})^2 = 2641{,}5\ \text{m}$$

Der horizontale Wurf

Ein Körper wird horizontal mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 weggeschossen. Gäbe es keine Erdanziehung, so würde er eine gleichförmige, geradlinige Bewegung durchführen. Durch die Erdanziehung wird der Körper nach unten beschleunigt (Fallbeschleunigung). Der gleichförmigen Bewegung in horizontaler Richtung ist die Fallbewegung nach unten überlagert (zusammengesetzte Bewegung) - siehe Abb. 25.1 und 25.3.

Beispiel J: Die Bahnkurve beim horizontalen Wurf (Abb. 25.4)

Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v = 10$ m/s horizontal weggeschossen. (Wir rechnen wieder mit $g = 10$ m/s^2)

t in s	x in m	y in m
0	0	0
1	10	5
2	20	20
3	30	45
4	40	80

Die beiden Teilbewegungen kann man für die Rechnung nacheinander ablaufen lassen. Man erhält dasselbe Ergebnis wie bei der wirklichen Bewegung.

Gleichung der Wurfparabel: (1) $x = v_0 t \quad \Leftrightarrow \quad t = \dfrac{x}{v_0}$

(2) $y = \dfrac{1}{2} g t^2$

Mit Hilfe der ersten Gleichung wird t aus der zweiten Gleichung eliminiert.

$y = \dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{v_0^2}$

Beispiel K

Ein Stein wird von einem 20 m hohen Turm mit $v_0 = 15$ m/s horizontal weggeworfen. Flugzeit und Wurfweite sind zu berechnen.

Für die Rechnung stellen wir uns vor, dass der Stein zuerst t Sekunden lang mit der Geschwindigkeit v_0 horizontal fliegt. Anschließend fällt er t Sekunden frei nach unten. Die wirkliche Bewegung dauert ebenfalls t Sekunden.

Flugzeit: $y = \dfrac{1}{2} g t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\dfrac{2y}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 20\ \text{m}}{9{,}81\ \text{m/s}^2}} = 2{,}02\ \text{s}$

Wurfweite: $x = v_0 t = 15\ \text{m/s} \cdot 2{,}02\ \text{s} = 30{,}3\ \text{m}$

Der schiefe Wurf

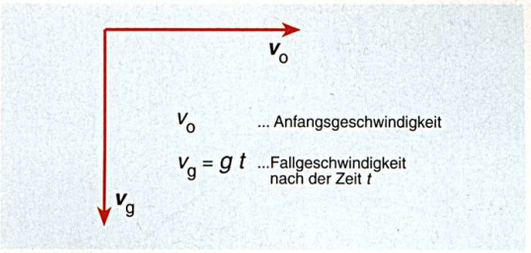
Beispiel L (Abb. 25.5)

Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 20$ m/s unter einem Winkel $\alpha = 60^\circ$ gegen die Horizontale abgeschossen.

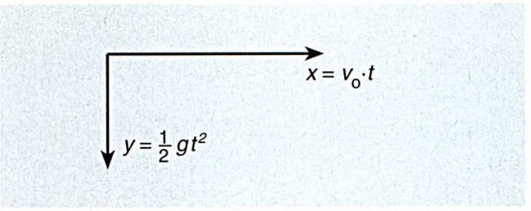
Für die Berechnung des schiefen Wurfes benötigt man im Allgemeinen die Winkelfunktionen. Daher wollen wir nur die Bahnkurve konstruieren.

$y = \dfrac{1}{2} g t^2$

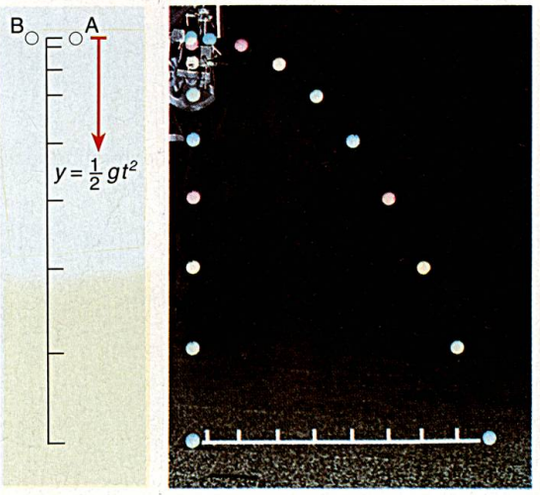
t in s	$v_0 t$ in m	y in m
0	0	0
1	20	5
2	40	20
3	60	45
4	80	80



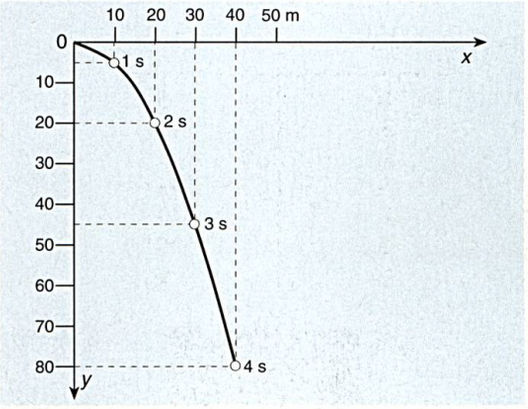
25.1 Die beiden Geschwindigkeitsvektoren sind nicht parallel, daher dürfen ihre Beträge nicht addiert werden.



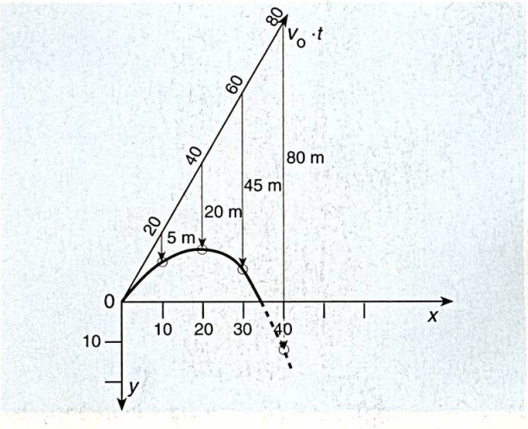
25.2 Zur Darstellung der Bahnkurve verwenden wir ein x, y-Koordinatensystem.



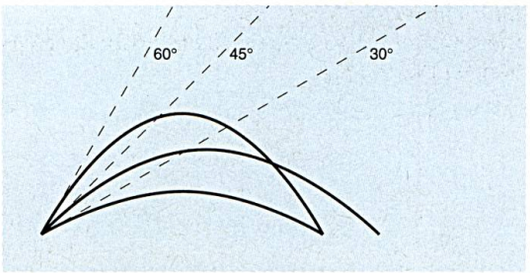
25.3 Stroboskopaufnahme von horizontalem Wurf und Fall



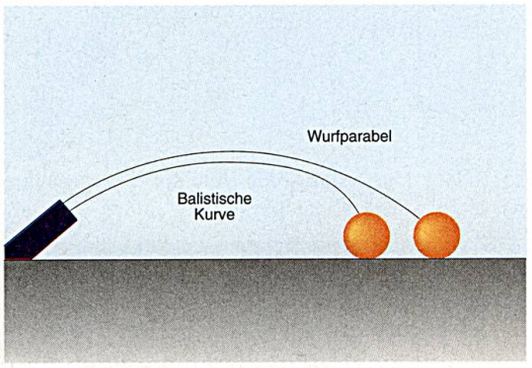
25.4 Die Bahnkurve beim horizontalen Wurf



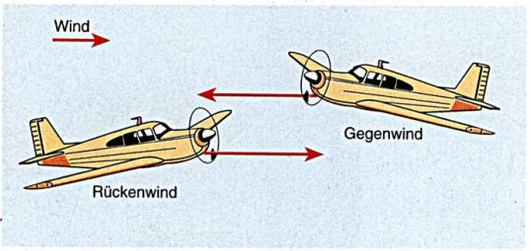
25.5 Die Bahnkurve beim schiefen Wurf



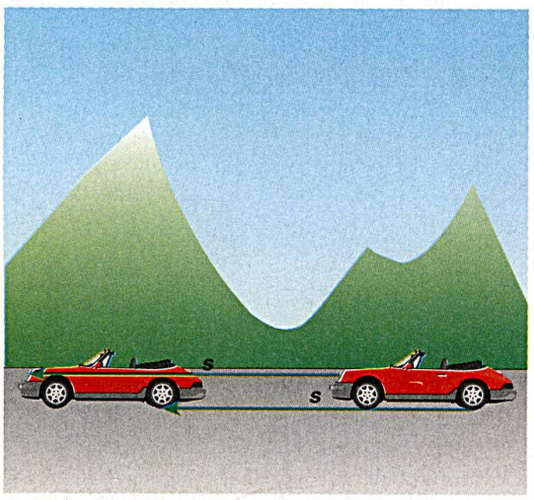
26.1 Schiefer Wurf bei verschiedenen Winkeln: maximale Wurfweite bei 45°, gleiche Wurfweite bei Komplementärwinkeln



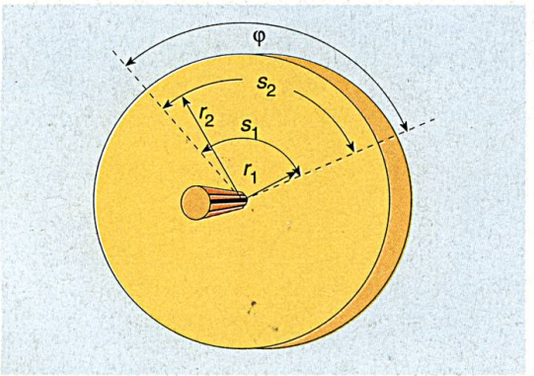
26.2 Die Bahnkurve bei Berücksichtigung des Luftwiderstandes heißt ballistische Kurve.



26.3 Abbildung zu Aufgabe 34



26.4 Translation



26.5 Rotation

Aufgaben

33. Ein Motorboot fährt 10 km flussabwärts und anschließend wieder zurück. Wieviel Minuten dauert die Fahrt?
Bootsgeschwindigkeit = 25 km/h, Flussgeschwindigkeit = 8 km/h

34. Für eine 300 km lange Strecke benötigt ein Flugzeug bei Gegenwind 1 h 12 min und bei Rückenwind 54 min. Berechne die Eigengeschwindigkeit des Flugzeuges und die Windgeschwindigkeit. (Abb. 26.3)

35. Ein Ball wird lotrecht in die Höhe geworfen und kommt nach 2,2 s zum Ausgangspunkt zurück. Berechne Anfangsgeschwindigkeit und Scheitelhöhe.

36. Vom Dachrand eines 30 m hohen Hauses wird ein Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 25 m/s lotrecht in die Höhe geworfen. Nach welcher Zeit trifft er auf dem Boden auf und wie groß ist seine Auftreffgeschwindigkeit?

37. Ein Tennisball wird in 1,5 m Höhe mit der Anfangsgeschwindigkeit v = 18 m/s lotrecht nach oben geschlagen. Welche Maximalhöhe erreicht der Ball und nach welcher Zeit erreicht er den Erdboden?

38. Ein durch ein Unwetter von der Umgebung abgeschnittenes Gebiet soll vom Flugzeug aus mit Lebensmitteln versorgt werden. Der Pilot läßt das Paket aus 120 m Höhe bei einer Geschwindigkeit von 130 km/h genau über einem Haus fallen. In welcher Entfernung vom Haus trifft das Paket auf?

39. Ein Kind rutscht reibungsfrei eine 2 m hohe Rutsche hinunter. In welcher Entfernung landet es in einem 1 m tiefer gelegenen Wasserbecken?

40. Ein Körper erreicht beim lotrechten Wurf eine Scheitelhöhe von 80 m.
a) Berechne Anfangsgeschwindigkeit und Steigzeit.
b) Wie lange ist der Körper bis zum Aufschlagen unterwegs?
c) In welcher Höhe befindet sich der Körper 1 s vor Erreichen der Scheitelhöhe?

41. Ein Boot wird bei einer Flussüberquerung 30 m weit abgetrieben.
Flussgeschwindigkeit = 3 m/s, resultierende Geschwindigkeit = 6 m/s
Berechne die Eigengeschwindigkeit des Bootes, die Fahrzeit und die Flussbreite.

42. Ein Boot überquert in 25 s einen Fluss und landet genau gegenüber.
Flussgeschwindigkeit = 3 m/s, Eigengeschwindigkeit des Bootes = 5 m/s
Berechne Flussbreite und resultierende Geschwindigkeit.

43. Ein Körper wird in 40 m Höhe horizontal weggeschossen. Die Wurfweite beträgt 50 m. Berechne Anfangsgeschwindigkeit und Flugzeit.

44. Ein Körper wird unter einem Winkel von 35° gegen die Horizontale mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 30 m/s abgeschossen. Konstruiere die Bahnkurve.

5.6 Gleichförmige Drehbewegung

Drehwinkel φ

Bei der geradlinigen Bewegung legen alle Punkte in der gleichen Zeit t gleich große Wegstücke s zurück. Sie besitzen daher die gleiche Geschwindigkeit (Abb. 26.4).

Bei der *Drehbewegung* legen Punkte mit verschiedenen Abständen von der Drehachse in der gleichen Zeit t verschieden große Wegstücke s zurück und haben daher verschiedene Geschwindigkeiten. An der Zeichnung (Abb. 26.5) kann man erkennen, dass der "überstrichene" Winkel für alle Punkte gleich groß ist. Daher hat der *Drehwinkel* φ für die *Drehbewegung* die gleiche Bedeutung wie der *Weg s* für die *geradlinige Bewegung*.

Das Verhältnis von Weg (Bogenlänge) zu Abstand (Radius) ist konstant.

$$\frac{s_1}{r_1} = \frac{s_2}{r_2} = const.$$

Definition des Winkels φ im *Bogenmaß:*

$$\text{Drehwinkel} = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}} \qquad \varphi = \frac{s}{r}$$

Einheit: $[\varphi] = \frac{[s]}{[r]} = \frac{1\ \text{m}}{1\ \text{m}} = 1\ \text{(Radiant)} = 1\ \text{(rad)}$

Winkelgeschwindigkeit

Da der Drehwinkel bei der Drehbewegung die gleiche Bedeutung hat wie der Weg bei der geradlinigen Bewegung, definiert man:

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{Änderung des Drehwinkels}}{\text{benötigte Zeit}}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Wählt man die Anfangswerte für den Drehwinkel und die Zeit gleich Null, vereinfacht sich die Definitionsgleichung:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

Einheit: $[\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ oder $\frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$

Die Winkelgeschwindigkeit ist ein Vektor, der in der Drehachse liegt. Die Richtung ist durch die *Rechtsschraubenregel* festgelegt.

Rechtsschraubenregel (Abb. 27.2): Die Richtung des Vektors entspricht der Richtung, in die eine Rechtsschraube hineingedreht wird.

Beispiel A: Die Winkelgeschwindigkeit der Erde

In 24 Stunden überstreicht ein Punkt auf der Erde einen Winkel von $2\,\pi$ (rad).

$t = 24\ \text{h} = 24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s} = 86\,400\ \text{s}$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{86400\ \text{s}} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\text{s}}$$

Bei einer gleichförmigen Drehbewegung bleibt die Winkelgeschwindigkeit immer gleich groß ($\omega = const$). Das heißt: In gleichen Zeiten werden immer gleich große Winkel überstrichen.

Drehzahl und Frequenz

Ist der Drehwinkel $2\,\pi$ (360°), so hat der Körper eine Umdrehung durchgeführt. Bringt man auf einem Körper eine Markierung an, kann man die Anzahl z der Umdrehungen zählen.

Die Anzahl der Umdrehungen in einer bestimmten Zeit heißt *Drehzahl.*

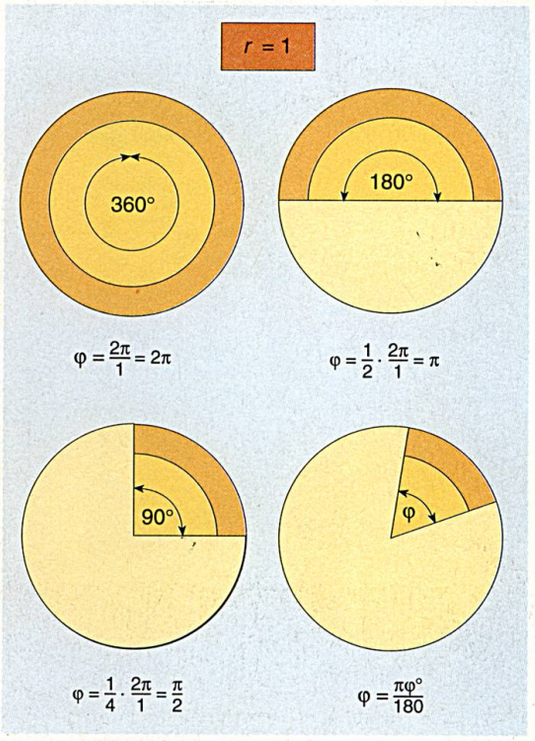
$$\text{Drehzahl} = \frac{\text{Anzahl der Umdrehungen}}{\text{Zeit}} \qquad n = \frac{z}{t}$$

Einheit: $[n] = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$ oder U/s Umdrehungen pro Sekunde

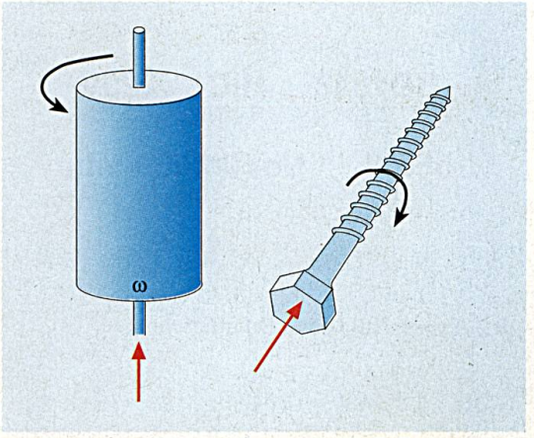
In der Technik wird die Anzahl der Umdrehungen meist auf 1 Minute bezogen:

$[n] = \frac{1}{\text{min}} = \text{min}^{-1}$ oder U/min Umdrehungen pro Minute

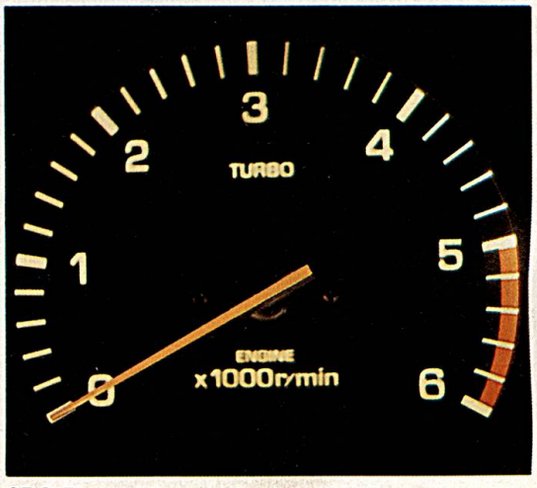
Im Einheitskreis ($r = 1$) gilt: $\varphi = s$
Der Drehwinkel im Bogenmaß entspricht der zugehörigen Bogenlänge.



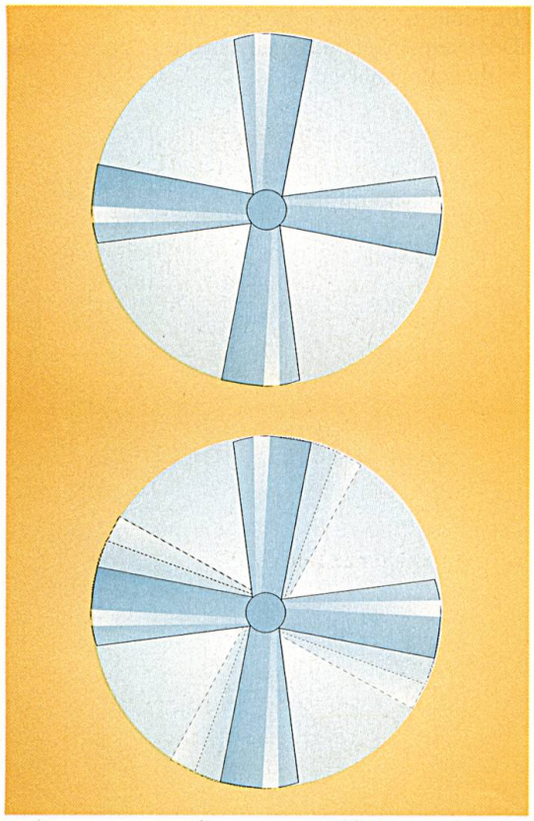
27.1 Drehwinkel im Bogenmaß



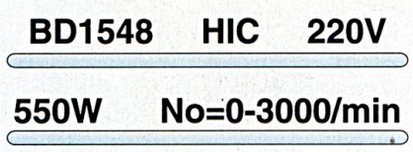
27.2 Die Rechtsschraubenregel



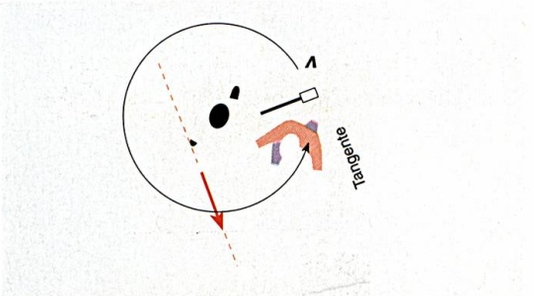
27.3 Drehzahlmesser in einem PKW



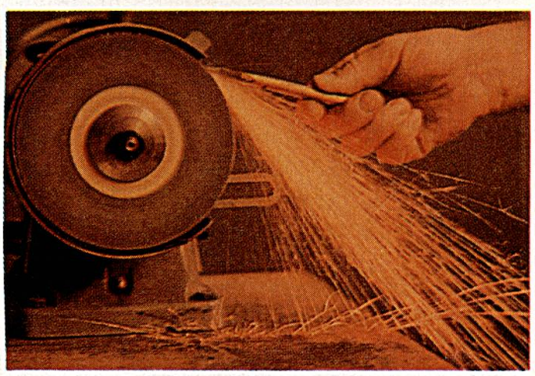
28.1 Drehzahlmessung mittels Stroboskop: Stimmen Blitzfrequenz und Drehzahl überein, scheint der rotierende Ventilator zu stehen.



28.2 Typenschild einer Bohrmaschine



28.3 Die Geschwindigkeit nach dem Loslassen ist gleich der Tangentialgeschwindigkeit im Augenblick des Loslassens.



28.4 Die Funken fliegen von der Schleifscheibe tangential weg.

Die Drehbewegung ist ein periodischer Vorgang: Nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang.

Frequenz f = Anzahl der periodischen Vorgänge pro Sekunde

Einheit: $[f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} = 1\ \text{Hz}$ (Hertz)

Bei der Drehbewegung ist die Frequenz gleich der *Drehzahl* (U/s).

Umlaufzeit und Frequenz

Für 1 Umdrehung pro Sekunde gilt: $f = 1\ \text{Hz}$, $T = 1\ \text{s}$

Für 2 Umdrehungen pro Sekunde gilt: $f = 2\ \text{Hz}$, $T = 1/2\ \text{s}$

Für 3 Umdrehungen pro Sekunde gilt: $f = 3\ \text{Hz}$, $T = 1/3\ \text{s}$

Die Umlaufzeit T ist die Zeit für eine ganze Umdrehung (für den Drehwinkel 2π).

$$T = \frac{1}{f}$$

Zusammenhang zwischen ω, T und f

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$ WICHTIG

Beispiel B

Eine Bohrmaschine hat die Drehzahl $n = 1200$ U/min.
Berechne Drehzahl in U/s, Frequenz f, Umlaufzeit T und Winkelgeschwindigkeit ω.

Frequenz: $f = 20\ \text{Hz}$

Umlaufzeit: $T = \frac{1}{f}$ $\qquad T = \frac{1}{20\ \text{Hz}} = 0{,}05\ \text{s}$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 20\,\frac{1}{\text{s}} = 125{,}66\,\frac{1}{\text{s}}$

Bahngeschwindigkeit

Ein Stein wird an einer Schnur im Kreis geschleudert. Wird die Schnur losgelassen, so bewegt sich der Stein entlang der Tangente weiter. Das bedeutet: Der Stein besitzt vor dem Loslassen eine Geschwindigkeit in Tangentenrichtung.

Ein auf einer Kreisbahn umlaufender Körper besitzt stets eine tangential gerichtete Geschwindigkeit: *Bahngeschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit* oder *Tangentialgeschwindigkeit.* (Abb. 28.3)

Zusammenhang zwischen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit:

Für eine Umdrehung gilt: $s = 2\pi r$, $t = T$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f r = \omega r$$

$$v = \omega r$$

Beispiel C (Abb. 29.1)

Auf einer Drehscheibe befinden sich zwei Personen in verschiedenen Abständen von der Drehachse. $r_1 = 1$ m, $r_2 = 2{,}5$ m
Eine relativ zur Scheibe ruhende Person zählt 10 Umdrehungen in 50 s.

$$n = \frac{10}{50\ \text{s}} = 0{,}2\ \text{U/s}$$

$$f = 0{,}2\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 5\ \text{s}$$

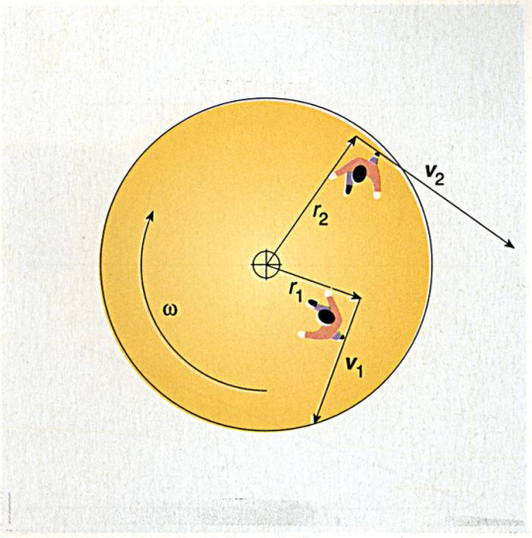
$$\omega = 2\,\pi f = 1{,}26\ \text{s}^{-1}$$

Bahngeschwindigkeit im Abstand $r_1 = 1$ m:

$$v_1 = \omega\, r_1 = 1{,}26\ \text{s}^{-1} \cdot 1\ \text{m} = 1{,}26\ \text{m/s}$$

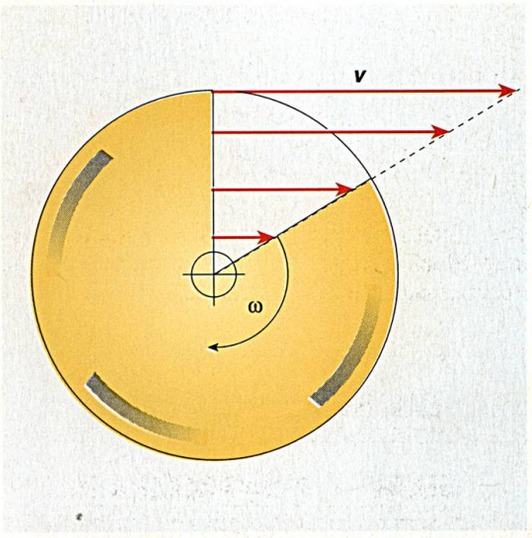
Bahngeschwindigkeit im Abstand $r_2 = 2{,}5$ m:

$$v_2 = 1{,}26\ \text{s}^{-1} \cdot 2{,}5\ \text{m} = 3{,}14\ \text{m/s}$$



29.1 Abbildung zu Beispiel C

Die Winkelgeschwindigkeit ist für alle Punkte eines Drehkörpers gleich groß. Die Bahngeschwindigkeit nimmt mit dem Abstand von der Drehachse zu.



29.2 Je weiter ein Punkt von der Drehachse entfernt ist, desto größer ist der zurückgelegte Weg bei einer Umdrehung und desto größer ist daher auch die Bahngeschwindigkeit.

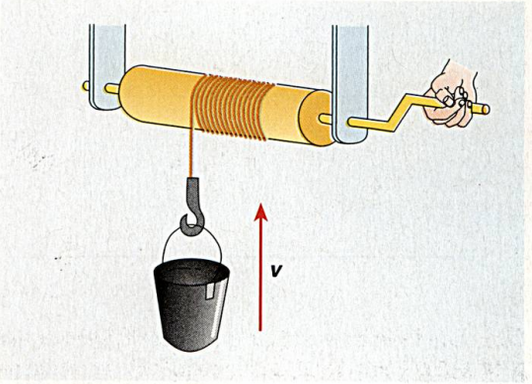
Beispiel D (Abb. 29.3)

Die Seiltrommel einer Seilwinde hat einen Durchmesser von 20 cm und eine Drehzahl von 42 U/min. Mit welcher Geschwindigkeit wird die Last gehoben? Die Hubgeschwindigkeit ist gleich der Bahngeschwindigkeit (Umfangsgeschwindigkeit) der Seiltrommel.

$$f = \frac{n}{60} = \frac{42}{60} = 0{,}7\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\,\pi f = 2\,\pi \cdot 0{,}7\ \text{s}^{-1} = 4{,}4\ \text{s}^{-1}$$

$$v = \omega\, r = 4{,}4\ \text{s}^{-1} \cdot 0{,}1\ \text{m} = 0{,}44\ \text{m/s}$$



29.3 Seilwinde (Beispiel D)

Beispiel E: Riementrieb (Abb. 29.4)

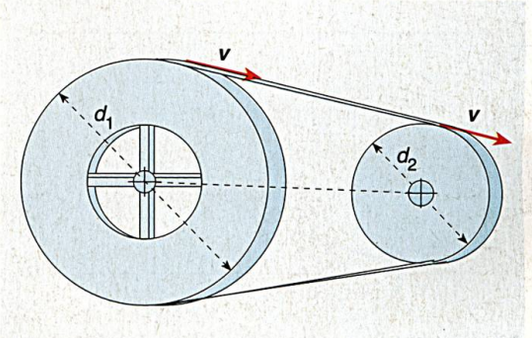
Die Umfangsgeschwindigkeit der Räder ist gleich der Riemengeschwindigkeit. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Durchmessern und den Drehzahlen beim Riementrieb?

$$v = \omega\, r \qquad \omega = 2\,\pi f \qquad f = \frac{n}{60} \qquad n \text{ in U/min}$$

$$r = \frac{d}{2} \qquad v = \frac{d\,n\,\pi}{60}$$

$$\frac{d_1\,n_1\,\pi}{60} = \frac{d_2\,n_2\,\pi}{60} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Die Drehzahlen verhalten sich umgekehrt wie die Durchmesser.

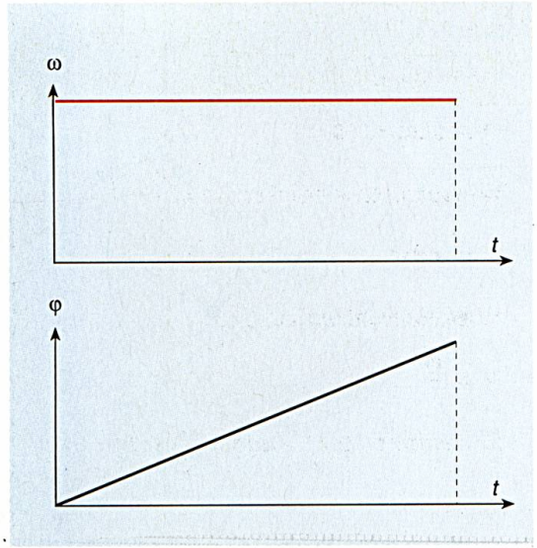


29.4 Riementrieb (Beispiel E)

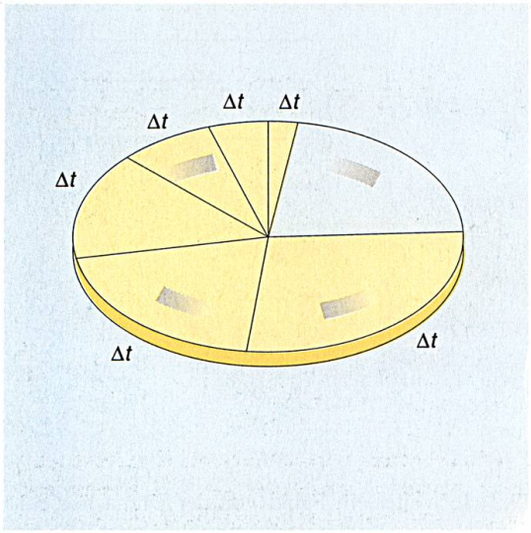
Aufgaben

45. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Geschwindigkeit eines Autos und der Umfangsgeschwindigkeit des Rades?

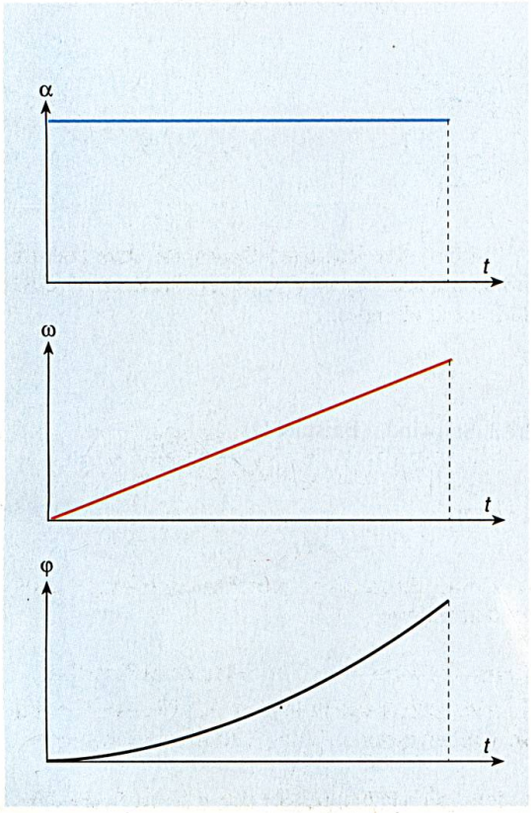
46. Ein Radfahrer fährt mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h. Sein Fahrrad hat 28"-Reifen. Berechne Drehzahl, Umlaufdauer und Umfangsgeschwindigkeit des Reifens.



30.1 Diagramme zur gleichförmigen Drehbewegung



30.2 Beschleunigte Drehbewegung



30.3 Diagramme zur gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung

47. Bei einem Riementrieb beträgt die Riemengeschwindigkeit 10 m/s. Die Durchmesser der Riemenscheiben betragen 12 cm und 20 cm. Berechne ihre Drehzahlen.

48. Eine Schleifscheibe mit 320 mm Durchmesser darf höchstens eine Umfangsgeschwindigkeit von 30 m/s erreichen. Wie groß ist die maximale Drehzahl?

49. Welche Geschwindigkeit hat ein Fahrzeug, wenn die Drehzahl der Räder (d = 680 mm) 580 U/min beträgt?

5.7 Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Wird ein Motor eingeschaltet, so ist bis zum Erreichen der Nenndrehzahl eine beschleunigte Drehbewegung vorhanden. Nach dem Abschalten ist die Drehbewegung verzögert. Dabei ändert sich jeweils die Winkelgeschwindigkeit. Deren Änderung in einer bestimmten Zeitspanne wird als *Winkelbeschleunigung* bezeichnet.

$$\text{Winkelbeschleunigung} = \frac{\text{Änderung der Winkelgeschwindigkeit}}{\text{benötigte Zeit}}$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Erfolgt die Beschleunigung aus dem Stillstand und wählt man diesen Zeitpunkt gleich Null, vereinfacht sich die Definitionsgleichung:

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

Einheit: $[\alpha] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{\text{s}^{-1}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}^2} = \text{s}^{-2}$

Bei einer *gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung* ist $\alpha = const.$ Das heißt: In gleichen Zeiten ändert sich die Winkelgeschwindigkeit um den gleichen Wert.

Für den zurückgelegten Weg bei der Translation gilt: $s = \frac{1}{2} v t = \frac{1}{2} a t^2$

Entsprechend erhalten wir für den "überstrichenen" Drehwinkel φ:

$$\varphi = \frac{1}{2} \omega t = \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Beispiel A

Eine Schleifscheibe von 400 mm Durchmesser benötigt nach dem Einschalten 20 s, um die Nenndrehzahl von 1430 U/min zu erreichen.

$$\omega = 2\pi \frac{n}{60} = 2\pi \frac{1430\ \text{U/min}}{60} = 149{,}75\ \text{s}^{-1}$$

$$v = \omega r = 149{,}75\ \text{s}^{-1} \cdot 0{,}2\ \text{m} = 29{,}95\ \text{m/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{149{,}75\ \text{s}^{-1}}{20\ \text{s}} = 7{,}49\ \text{s}^{-2}$$

Überstrichener Drehwinkel während der Beschleunigung:

$$\varphi = \frac{1}{2} \omega t = \frac{1}{2} \cdot 149{,}75\ \text{rad/s} \cdot 20\ \text{s} = 1497{,}5\ \text{rad}$$

Zahl der Umdrehungen während der Beschleunigung:

$$\varphi = z \cdot 2\pi \Leftrightarrow z = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1497{,}5\ \text{rad}}{2\pi\ \text{rad}} = 238$$

Gegenüberstellung von Bahn- und Drehgrößen (1)

Bahngröße	Zusammenhang	Drehgröße
Weg s	$s = \varphi r$	Drehwinkel φ
Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t}$	$v = \omega r$	Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\varphi}{t}$
$v = const$	gleichförmige Bewegung	$\omega = const$
Beschleunigung a		Winkelbeschleunigung α
$a = \frac{v}{t}$	$a = \alpha r$	$\alpha = \frac{\omega}{t}$
Weg $s = \frac{1}{2} v t = \frac{1}{2} a t^2$		Drehwinkel $\varphi = \frac{1}{2} \omega t = \frac{1}{2} \alpha t^2$
$a = const$	gleichmäßig beschleunigte Bewegung	$\alpha = const$

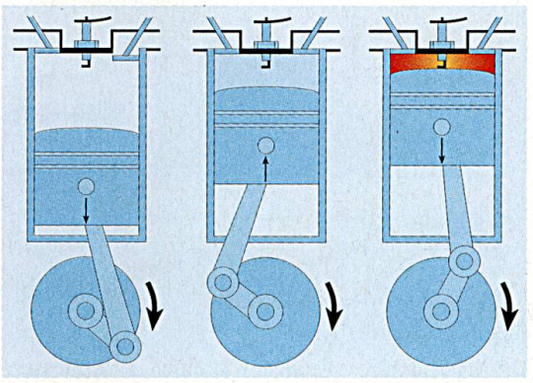
Wird eine Drehgröße mit dem Radius multipliziert, erhält man die entsprechende Bahngröße.

Aufgabe

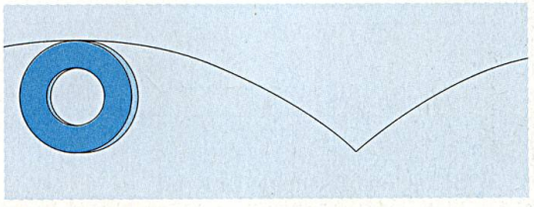
50. Welche Geschwindigkeit hat ein Auto 10 s nach dem Anfahren, wenn ein Rad ($d = 600$ mm) dabei 52 Umdrehungen durchgeführt hat?

Kontrollfragen

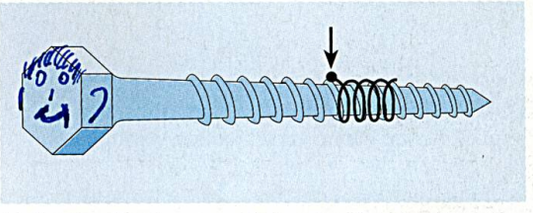
1. Wie ist die Geschwindigkeit definiert?
2. Wie heißen die wichtigsten Einheiten für die Geschwindigkeit und wie kann man sie umrechnen?
3. Was versteht man unter einer geradlinig gleichförmigen Bewegung?
4. Was ist die Durchschnittsgeschwindigkeit? Wie kann sie berechnet werden?
5. Welche Bedeutung hat der Flächeninhalt unter der v-Linie im v-t-Diagramm?
6. Was gibt die Steigung der s-Linie im s-t-Diagramm an?
7. Was versteht man unter einer ungleichförmigen Bewegung?
8. Wie ist die Beschleunigung definiert und in welcher Einheit wird sie gemessen?
9. Was ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung?
10. Was ist die Momentangeschwindigkeit?
11. Welche Proportionalität besteht zwischen dem zurückgelegten Weg und der Zeit bei der gleichförmigen bzw. bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung?
12. Aus welchen Teilen setzt sich der Anhalteweg beim Bremsen infolge einer plötzlichen Gefahr zusammen? Beschreibe die Teilwege.
13. Beschreibe die Fallbewegung.
14. Erkläre den Unterschied zwischen einem Skalar und einem Vektor. Zähle Beispiele dafür auf.
15. Beschreibe die Sonderfälle der Addition von Vektoren.
16. Was versteht man unter der Komponentenzerlegung eines Vektors?
17. Wie kann man erklären, dass die Bewegung entlang einer schiefen Ebene unabhängig vom Neigungswinkel ist?
18. Was besagt das Unabhängigkeitsprinzip?
19. Beschreibe die Teilbewegungen und den Gesamtweg a) beim lotrechten Wurf nach oben, b) beim horizontalen Wurf.
20. Was versteht man unter einem Winkel im Bogenmaß?
21. Was versteht man unter der Winkelgeschwindigkeit?
22. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen Winkelgeschwindigkeit und Frequenz?
23. Wie ist die Winkelbeschleunigung definiert?



31.1 Eine wichtige Anwendung der Kreisbewegung findet man beim *Schubkurbelgetriebe.* Dieses dient zur Umwandlung einer geradlinigen Hin- und Herbewegung in eine Drehbewegung und umgekehrt. Es findet Anwendung in Verbrennungskraftmaschinen, Kolbenpumpen und Kompressoren.



31.2 Beim Abrollen eines Rades auf einer ebenen Straße beschreibt jeder Punkt am Radumfang eine Radlinie (Zykloide).



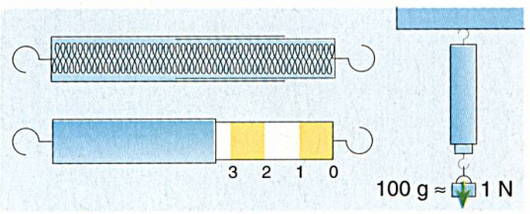
31.3 Ein Punkt der Schraube beschreibt eine Schraubenlinie.

Zusammensetzung von Translation und Rotation

Sie tritt in der Technik oft auf. Beispiele dafür sind die Rollbewegung und die Schraubenbewegung.

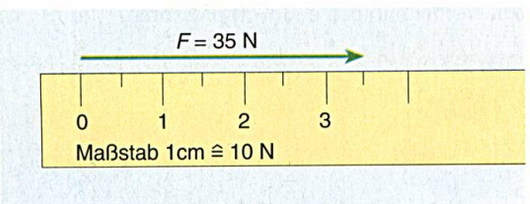
In den Lauf von Schusswaffen werden Schraubengänge eingefräst. Dadurch erhält das Geschoß einen "Drall", der die Bahn stabilisiert.

32.1 Erde-Funkstelle bei Aflenz - dank statischer Berechnungen mit minimalem Materialaufwand errichtet

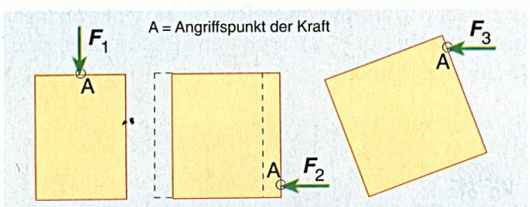


32.2 Messung der Kraft

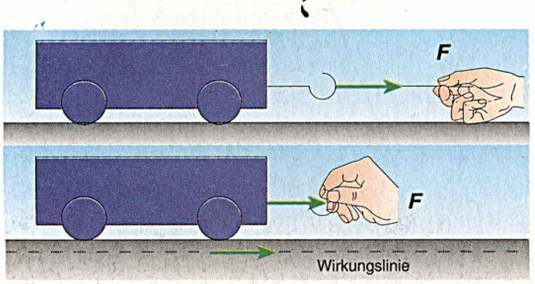
Als Messgerät verwenden wir einen Kraftmesser. Dieser besteht aus einer Schraubenfeder mit Gehäuse und Skala. Hängt man an einen kalibrierten Kraftmesser ein 100-g-Massestück, so kann man an der Skala eine Kraft von ca. 1 N (genau 0,981 N) ablesen.



32.3 Betrag und Richtung der Kraft



32.4 Auf den Angriffspunkt kommt es an - gleich "große" Kräfte haben verschiedene Wirkungen.



32.5 Der Kraftpfeil darf entlang seiner Wirkungslinie verschoben werden.

6. Statik

Die *Statik* beschäftigt sich mit dem *Gleichgewichtszustand* (meist Ruhezustand) eines Körpers unter Krafteinwirkung.

Die *Dynamik* beschäftigt sich mit der *Bewegung* von Körpern im Zusammenhang mit den wirkenden Kräften.

6.1 Kraft

Aus Erfahrung kennen wir alle die Muskelkraft und die Gewichtskraft. Eine Kraft kann man an ihren *Wirkungen* erkennen.

Eine Kraft kann einen Körper verformen. Die Verformung wird durch die wirkende Kraft und durch die *elastischen Eigenschaften* des Körpers bestimmt. Eine Kraft kann den Bewegungszustand eines Körpers ändern (beschleunigen, verzögern).

Einheit der Kraft F: $[F] = 1$ N (Newton)

Eigentlich ist die Kraft eine abgeleitete Größe. Ihre Definitionsgleichung und damit ihre Einheit werden in der Dynamik erklärt.

Die Kraft ist ein Vektor

Die Pfeillänge gibt im Zusammenhang mit einem Maßstab den Betrag der Kraft $\boldsymbol{F}$ an. Die Pfeilrichtung legt die Richtung der Kraft fest. (Abb. 32.3)

➤ **Beispiel A** (Abb. 32.4)

$\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$ unterscheiden sich durch verschiedene Richtungen und Angriffspunkte: $\boldsymbol{F}_1 \neq \boldsymbol{F}_2 \neq \boldsymbol{F}_3$

Aber ihre Beträge sind gleich: $F_1 = F_2 = F_3$

Meist werden die Kräfte dann - etwas ungenau - als gleich groß bezeichnet. Gleich "große" Kräfte können verschiedene Wirkungen haben.

Eine Kraft ist erst durch *Betrag*, *Richtung* und *Angriffspunkt* vollständig bestimmt.

Wirkungslinie einer Kraft

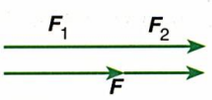
Ob die Zugkraft direkt oder über ein Seil angreift, ist für die Wirkung gegenstandslos. Denke etwa an das Abschleppen eines Autos. (Abb. 32.5)

Der Kraftpfeil darf auf seiner *Wirkungslinie* verschoben werden.

Man nennt die Kraft auch einen *linienflüchtigen Vektor*.

Zusammensetzung von Kräften

➤ **Beispiel B: Gleichgerichtete Kräfte auf derselben Wirkungslinie**



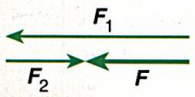
$\boldsymbol{F}$ ... Resultierende, Gesamtkraft

Die *Resultierende* hat dieselbe Wirkung wie die Einzelkräfte. Sie ersetzt diese.

Vektorgleichung	Betragsgleichung
$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$	$F = F_1 + F_2$

Sind die Kräfte gleichgerichtet, so ist die Summe ihrer Beträge gleich dem Betrag der Resultierenden.

➤ Beispiel C: Entgegengerichtete Kräfte auf derselben Wirkungslinie (Abb. 33.1)

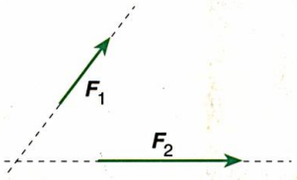


Vektorgleichung $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$

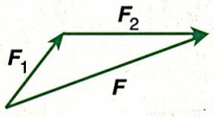
Betragsgleichung $F = F_1 - F_2$

Sind die Kräfte entgegengerichtet, so ist die Differenz ihrer Beträge gleich dem Betrag der Resultierenden.

➤ Beispiel D: Kräfte auf Wirkungslinien, die einander schneiden (Abb. 33.2)



Krafteck



Die Kräfte dürfen in den Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien, den gemeinsamen *Angriffspunkt*, verschoben werden.

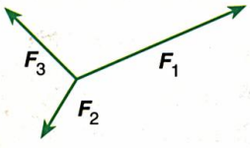
Der Betrag der Resultierenden ist *nicht gleich* der Summe der Einzelbeträge!

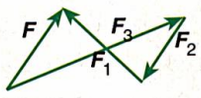
Sind die Kräfte nicht parallel, dann entspricht der Betrag der Resultierenden dem Betrag des grafisch dargestellten Summenvektors $\boldsymbol{F}$.

Stehen die beiden Kräfte normal aufeinander, dann kann der Betrag der Resultierenden mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnet werden. Im Allgemeinen benötigt man für die Berechnung die Winkelfunktionen.

➤ Beispiel E: Mehr als zwei Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt

Ein Mast ist durch drei Seile belastet. Die Resultierende ist grafisch zu ermitteln. (Abb. 33.4)





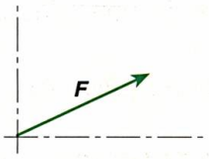
Krafteck

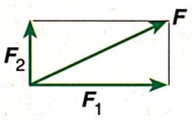
Die drei Seilkräfte können durch die Resultierende ersetzt werden. Diese zeigt uns die tatsächliche Belastung des Mastes.

Zerlegung einer Kraft

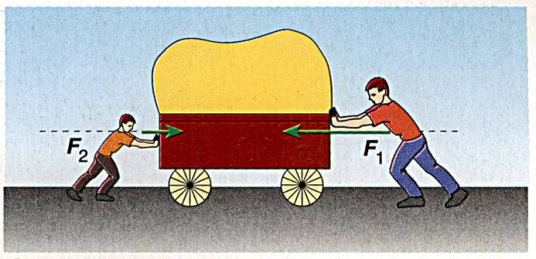
➤ Beispiel F:

Eine Kraft wird nach zwei vorgegebenen Richtungen zerlegt. (Abb. 33.5)

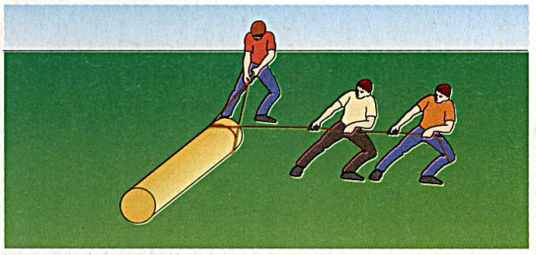




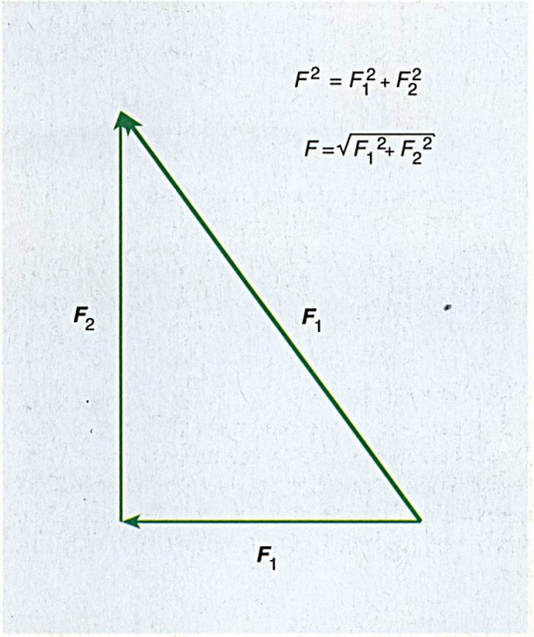
$\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ sind die Komponenten von $\boldsymbol{F}$. Sie haben gemeinsam die gleiche Wirkung wie $\boldsymbol{F}$. Daher kann man anstelle der Kraft $\boldsymbol{F}$ auch ihre Komponenten $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ einzeichnen. Die Komponente $\boldsymbol{F}_1$ liegt in Bewegungsrichtung und verursacht daher die Bewegung.



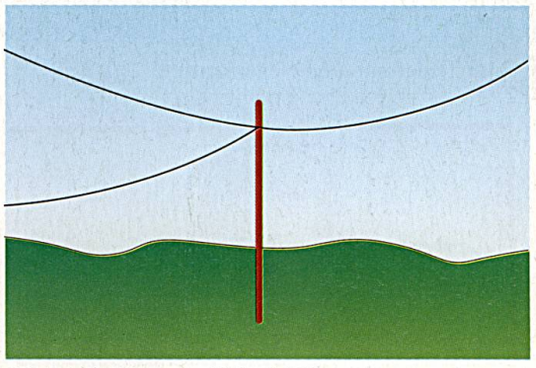
33.1 Abbildung zu Beispiel C



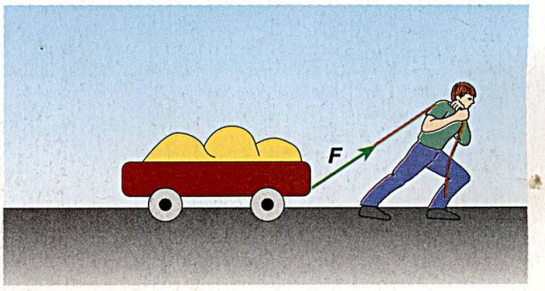
33.2 Zwei Kräfte, deren Wirkungslinien sich schneiden



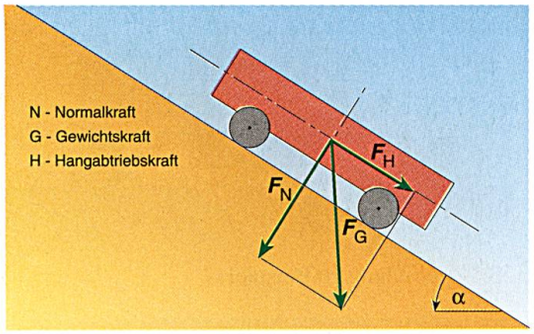
33.3 Sonderfall: Die beiden Kräfte stehen normal aufeinander.



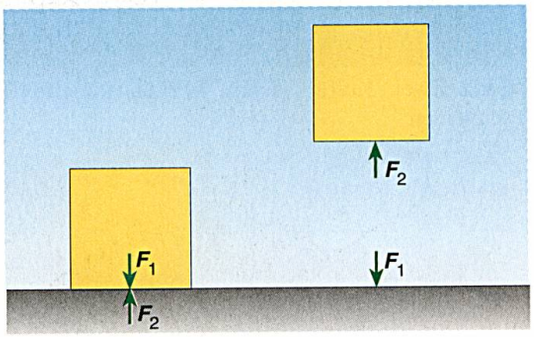
33.4 Abbildung zu Beispiel E



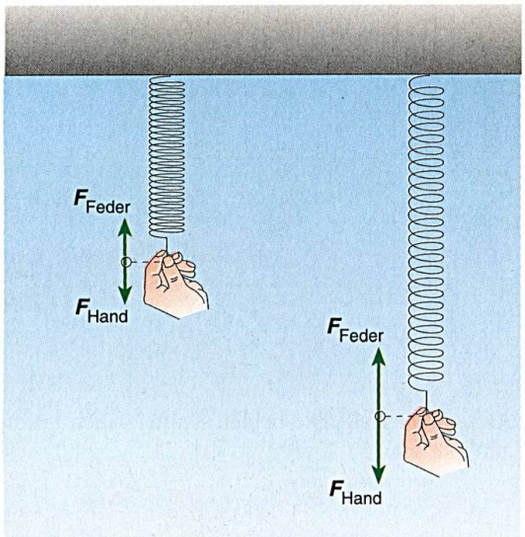
33.5 Abbildung zu Beispiel F



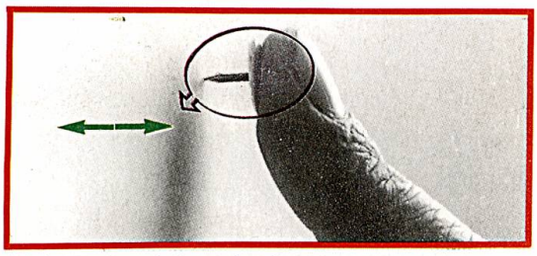
34.1 Kräfte auf der schiefen Ebene: Die Gewichtskraft wird in zwei Komponenten zerlegt. Eine zeigt die Bewegungsrichtung, die andere steht senkrecht zur schiefen Ebene.



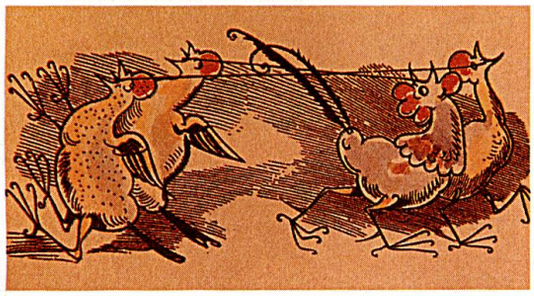
34.2 Gewichtskraft und Gegenkraft



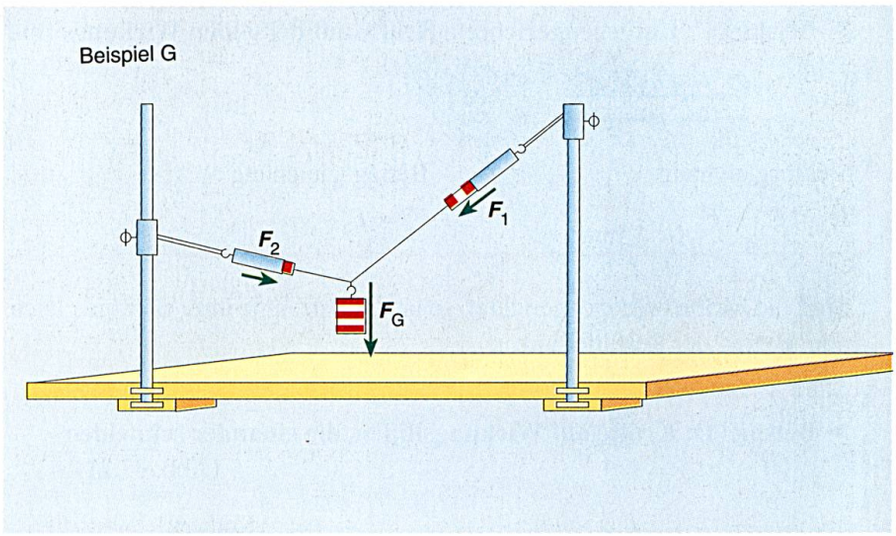
34.3 Federkraft und Gegenkraft



34.4 Kraft und Gegenkraft



34.5 Das Gleichgewicht von vier Kräften



Die beiden Kraftmesser zeigen die Komponenten der *Gewichtskraft* $\boldsymbol{F}_G$ an.

Das Wechselwirkungsgesetz

Ein Körper wirkt mit einer Kraft $\boldsymbol{F}_1$ (Gewichtskraft) auf seine Unterlage. Die Unterlage wirkt mit einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft $\boldsymbol{F}_2$ auf den Körper zurück (Abb. 34.2).

Die beiden Kräfte sind betragsgleich: $F_1 = F_2$

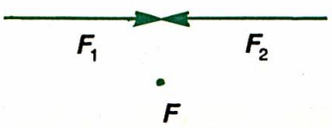
Sie sind entgegengerichtet: $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$

Wirkt ein Körper mit einer Kraft (Aktion) auf einen zweiten Körper, so wirkt der zweite Körper mit einer gleich großen, aber entgegesetzt gerichteten Kraft (Gegenkraft, Reaktion) auf den ersten Körper. Kräfte treten immer paarweise auf. Kraft und Gegenkraft greifen an verschiedenen Körpern an.

Das Wechselwirkungsgesetz wird auch als das Prinzip von *Wirkung und Gegenwirkung (Aktion und Reaktion)* bezeichnet. Jede der beiden Kräfte kann als Reaktionskraft der anderen angesehen werden.

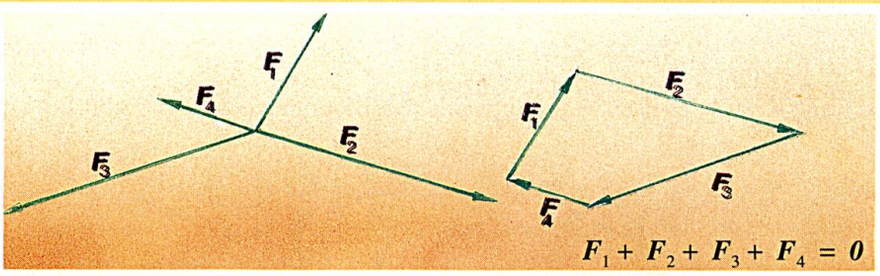
Beim Dehnen einer Schraubfeder wird die Gegenkraft der Feder wirksam. Diese ist umso größer, je stärker die Feder gedehnt wird. (Abb. 34.3)

Gleichgewicht von Kräften mit gemeinsamem Angriffspunkt



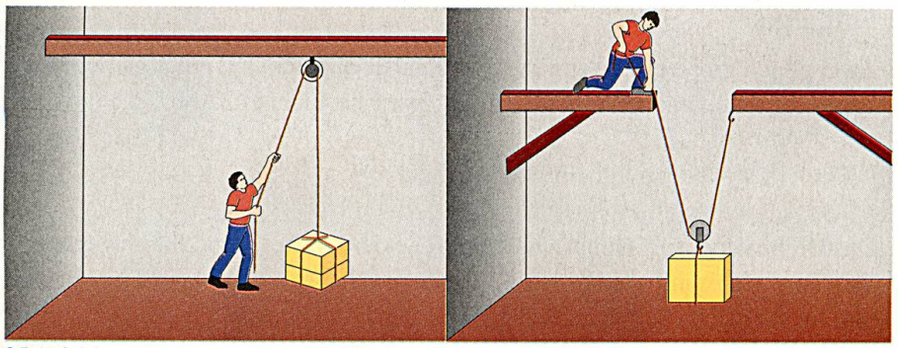
$F = F_1 - F_2 = 0$ oder $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{0}$

Zwei Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind. Der Betrag der Resultierenden ist Null.



Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn das Krafteck geschlossen ist. Der Betrag der Resultierenden ist Null.

Körper sind nicht deshalb in Ruhe, weil keine Kräfte auf sie einwirken, sondern weil alle angreifenden Kräfte im Gleichgewicht sind.



35.1, 35.2 Abbildungen zu Aufgabe 51

Aufgaben

51. Vergleiche Abb. 35.1 und Abb. 35.2. Durch welche Kraft kann einer Last von 500 N das Gleichgewicht gehalten werden?
Beschreibe den Unterschied zwischen einer festen und einer losen Rolle.

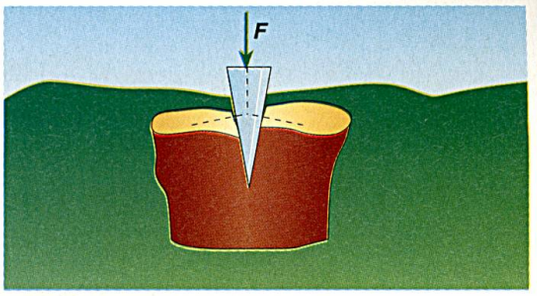
52. Die beiden Keilflächen üben Kräfte auf das Holz aus (Abb. 35.3). Diese Kräfte stehen senkrecht zu den Keilflächen und werden daher als Normalkräfte bezeichnet.

a) Führe die Kraftzerlegung mit angenommenen Werten für die Kraft F und den Keilwinkel α durch. Was lässt sich über das Größenverhältnis der Kraft F zur Normalkraft sagen?
b) Wähle einen spitzeren Keil. Welcher wesentliche Unterschied besteht zwischen einem spitzen und einem stumpfen Keil bezüglich der Kraftzerlegung?

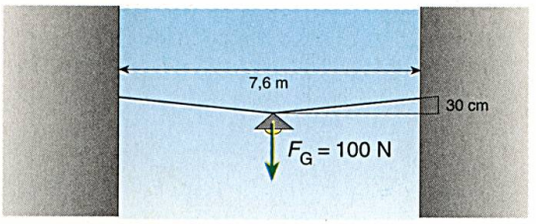
53. Ermittle die Seilkräfte durch Komponentenzerlegung der Gewichtskraft der Straßenlaterne (Abb. 35.4). Welche Kraft wirkt auf einen Mauerhaken?

54. Ermittle grafisch die Haltekraft im Zugseil der Seilbahn. (Abb. 35.5)

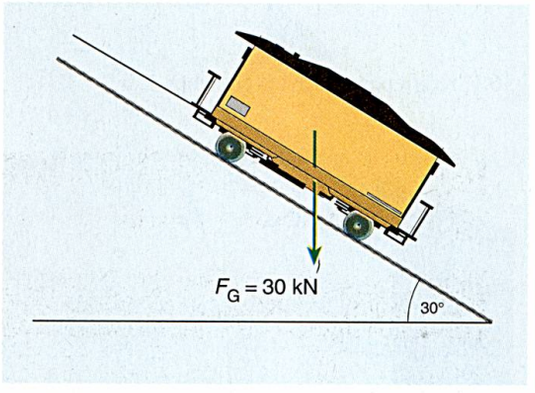
55. Auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° liegt ein Körper mit einer Gewichtskraft von 80 N.
a) Ermittle grafisch die Hangabtriebskraft und die Normalkraft.
b) Versuche, die beiden Kräfte rechnerisch zu ermitteln (gleichseitiges Dreieck).



35.3 Abbildung zu Aufgabe 52



35.4 Abbildung zu Aufgabe 53



35.5 Abbildung zu Aufgabe 54

6.2. Drehmoment

Eine angerostete Schraubenmutter soll gelöst werden. Der erste Versuch mit einem kurzen Schraubenschlüssel scheitert. Mit einem langen Schraubenschlüssel gelingt es mühelos, obgleich der Krafteinsatz nicht größer ist. Offenbar hängt die *Drehwirkung* einer Kraft nicht nur von deren Größe ab, sondern auch von der Länge des Schraubenschlüssels (der Länge des *Kraftarmes*). Kurzum: Die Drehwirkung - wir sprechen vom *Drehmoment* M - ist umso größer, je größer die Kraft und je größer der Kraftarm ist (Abb. 35.6).

Der Kraftarm ist der Normalabstand der Wirkungslinie der Kraft von der Drehachse (Abb. 35.7, links).

Geht die Wirkungslinie der Kraft durch die Drehachse, so erzeugt die Kraft kein Drehmoment: $M = 0$ (Abb. 35.7, rechts).

M wird allgemein als Moment einer Kraft oder als *Kraftmoment* bezeichnet. Bewirkt das Moment eine Drehung, so nennt man es Drehmoment.

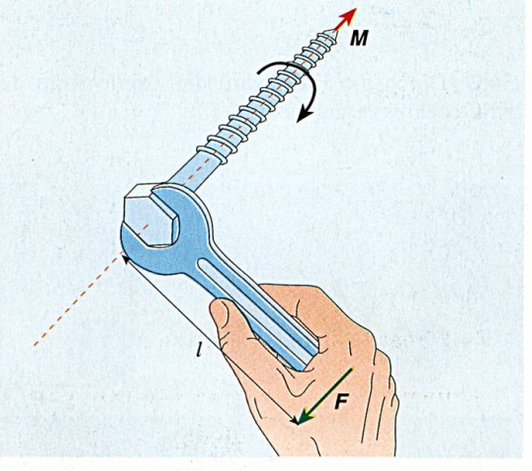
Ein Maß für die Drehwirkung einer Kraft ist das Produkt aus Kraft und Kraftarm. Es wird als *Drehmoment* bezeichnet.

$$\text{Drehmoment} = \text{Kraft} \cdot \text{Kraftarm}$$

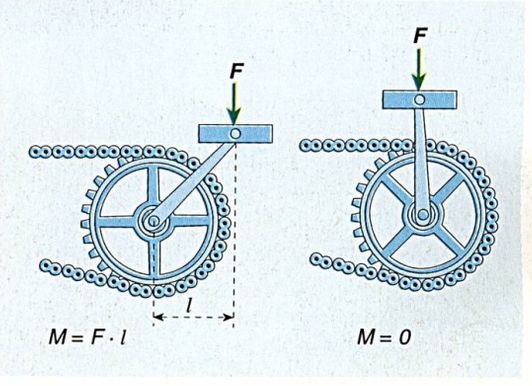
$$M = F \cdot l$$

Einheit $[M] = [F] \cdot [l] = 1\ \text{Nm}$

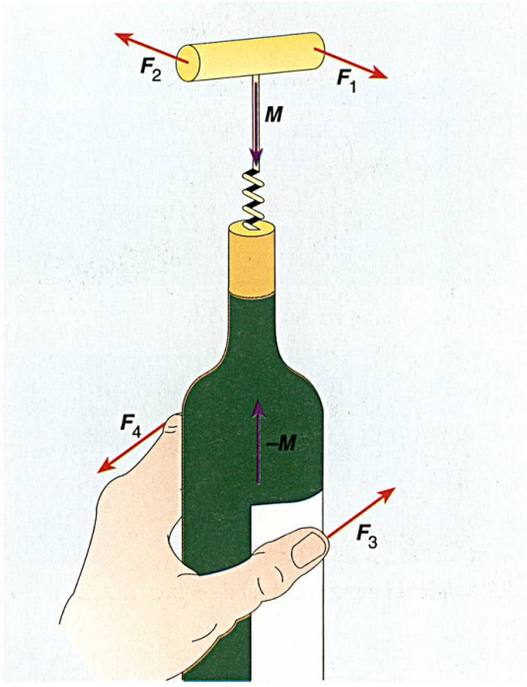
Das Drehmoment $\boldsymbol{M}$ ist ein Vektor, der in der Drehachse liegt. Die Richtung lässt sich mit der Rechtsschraubenregel finden. (Abb. 35.6)



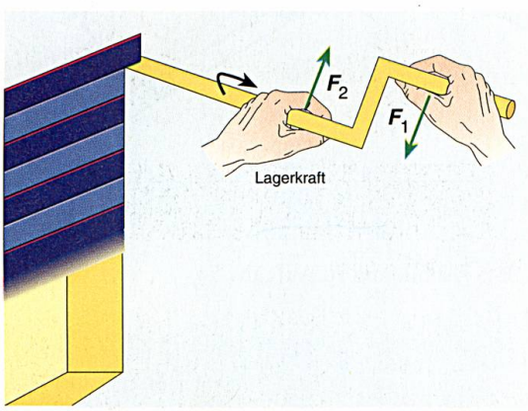
35.6 Drehmomentvektor und Rechtsschraubenregel



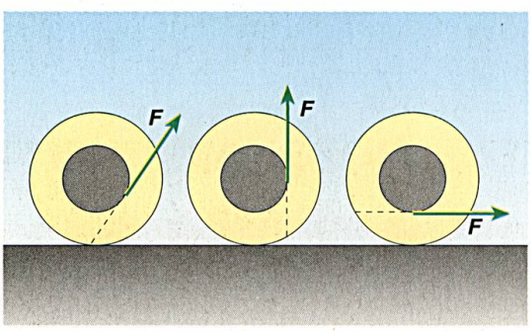
35.7 Kraftarm l



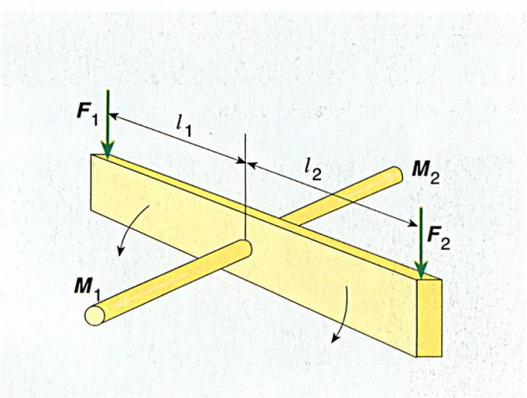
36.1 Kräftepaar am Korkenzieher



36.2 Durch die Hand wird die zweite Kraft des Kräftepaares aufgebracht.



36.3 Welchen Drehsinn haben die Rollen?



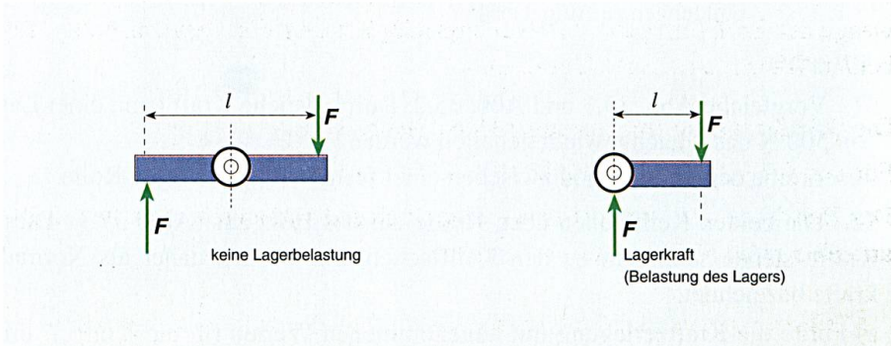
36.4 Der Hebel

Kräftepaar

Zwei gleich große entgegengerichtete Kräfte, die nicht auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen, werden als *Kräftepaar* bezeichnet. (Abb. 36.1)

Ein Kräftepaar erzeugt ein Drehmoment.

Das Drehmoment M ist nur von der Größe der Kräfte F und ihrem gegenseitigen Normalabstand l abhängig. Es ist von der Lage des Drehpunktes unabhängig. Es gilt stets: $M = F \cdot l$ (vgl. Abb. 36.5 und 36.6).



36.5 Wird ein Drehmoment durch ein "äußeres" Kräftepaar erzeugt, dann wird das Lager nicht beansprucht.

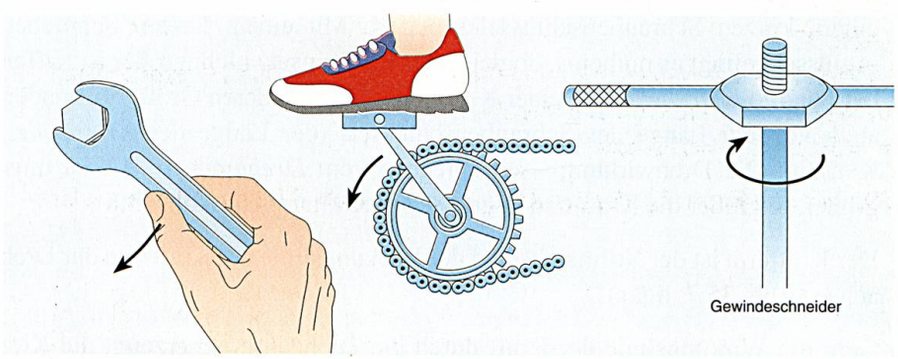
36.6 Wird das Drehmoment jedoch durch eine "äußere" Einzelkraft verursacht, so tritt eine Lagerkraft, also eine Beanspruchung des Lagers auf.

Die Kurbel der Jalousie kann nur gedreht werden, wenn man mit der Hand "dagegen" hält (Abb. 36.2). In vielen Fällen kann man die "zweite" Kraft des Kräftepaares nicht sofort erkennen. Auch wenn man "glaubt", daß die Drehung durch eine Einzelkraft verursacht wird, ist doch immmer eine "zweite" Kraft (*Lagerkraft*) vorhanden.

Aufgaben

56. Bestimme den Drehsinn der Rollen in Abb. 36.3.

57. Zeichne in eine Skizze die beiden Kräfte des Drehmomentes ein (Abb. 36.7). In welchen Fällen findet eine Beanspruchung des Lagers statt? Erkläre!



36.7 Schraubenschlüssel, Tretkurbel, Gewindeschneider

Gleichgewicht am Hebel

Ein starrer, drehbarer Körper wird als Hebel bezeichnet (Abb. 36.4).

Drehmoment der Kraft F_1: $M_1 = F_1 \cdot l_1$

M_1 ist *linksdrehend.* Es versucht, den Hebel gegen den Uhrzeigersinn zu drehen.

Drehmoment der Kraft F_2: $M_2 = F_2 \cdot l_2$

M_2 ist *rechtsdrehend.* Es versucht, den Hebel im Uhrzeigersinn zu drehen.

Der Hebel ist dann im Gleichgewicht, wenn das rechtsdrehende Moment gleich groß ist wie das linksdrehende: $M_1 = M_2$

Hebelgesetz
Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der Summe der linksdrehenden Momente ist. Der Betrag des resultierenden Momentes ist Null.

Anwendung des Hebels

Die gleicharmige Balkenwaage ist ein zweiseitiger Hebel (Abb. 37.4).

$F_1 \cdot l = F_2 \cdot l$ gilt nur, wenn $F_1 = F_2$. Das bedeutet: Die gleicharmige Balkenwaage ist im Gleichgewicht (Nullausschlag), wenn die Gewichtskräfte auf beiden Waagschalen gleich groß sind.

Die Scheibtruhe ist ein einseitiger Hebel (Abb. 37.5).

Für den Gleichgewichtsfall gilt: $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$.

Das Hebelgesetz ermöglicht es, mit einer kleinen Kraft an einem großen Kraftarm eine große Kraftwirkung zu erzielen.

Mit Hebeln kann man Kraft sparen. Es tritt eine Kraftübersetzung auf.

Auch bei *Wellrad* (Abb. 37.6) und *Kurbel* (Abb. 37.1) wird Kraft gespart:

Ist der Kraftarm l_1 n-mal so lang wie der Kraftarm l_2, gilt im Gleichgewichtsfall:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \quad \Rightarrow \quad F_1 \cdot \mathrm{n}\, l_2 = F_2 \cdot l_2 \quad | : l_2$$
$$F_1 = F_2/\mathrm{n}$$

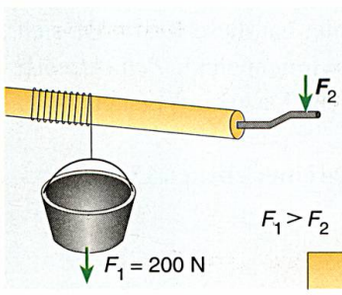
Man braucht im Gleichgewichtsfall am n-mal so langen Kraftarm nur den n-ten Teil der Kraft aufzuwenden.

Bei einem *Getriebe* wird eine konstante Kraft übertragen. Die Drehmomente beider Räder sind aber verschieden groß. Es kommt zu einer Drehmomentübersetzung.

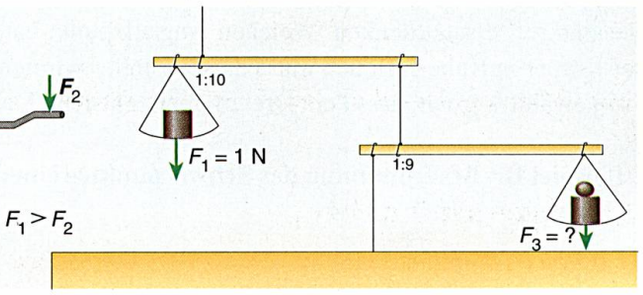
Aufgaben

58. Ein Kübel (Gewichtskraft = 200 N) soll 5 m hoch gehoben werden. (Abb. 37.1)
a) Welche Kraft ist an der Kurbel für den Gleichgewichtsfall erforderlich?
b) Wie oft muß die Kurbel gedreht werden?
$r_1 = 50$ mm, $r_2 = 275$ mm

59. Welche Kraft F_3 hält der Kraft F_1 in der Abb. 37.2 das Gleichgewicht?



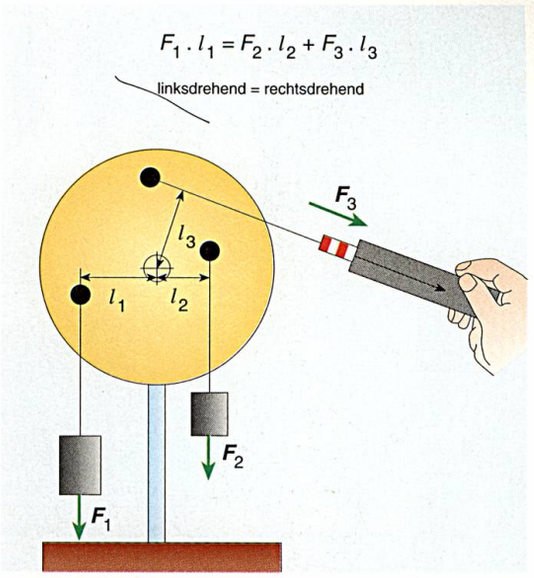
37.1 Seilwinde



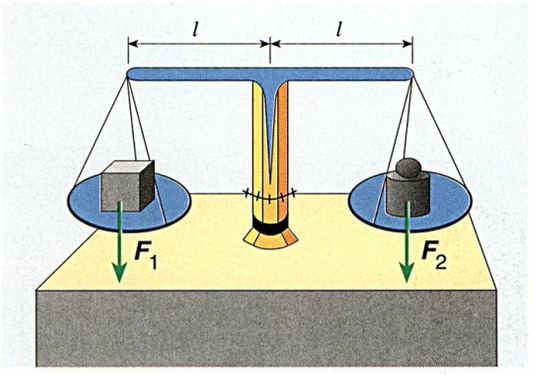
37.2 Abbildung zu Aufgabe 59

60. Welche Kraft F muß auf das Ende des Hammerstiels wirken, wenn die Widerstandskraft des Nagels 160 N beträgt? (Abb. 37.7)
$l_1 = 32$ cm, $l_2 = 8$ cm

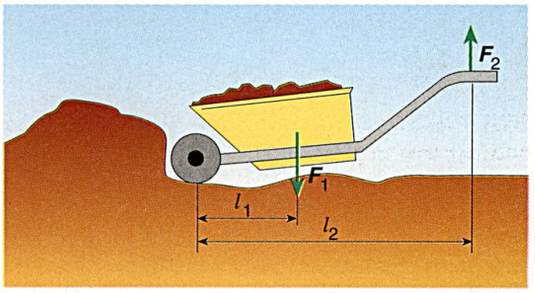
61. Wie werden bei einem Getriebe die Drehzahlen, die Kräfte und die Drehmomente übertragen?



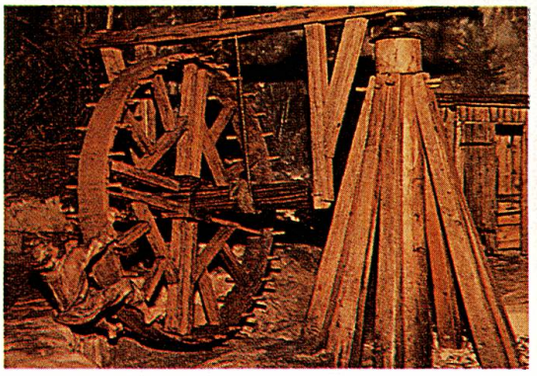
37.3 Gleichgewicht bei drei Drehmomenten



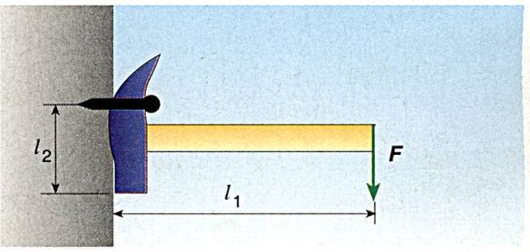
37.4 Balkenwaage



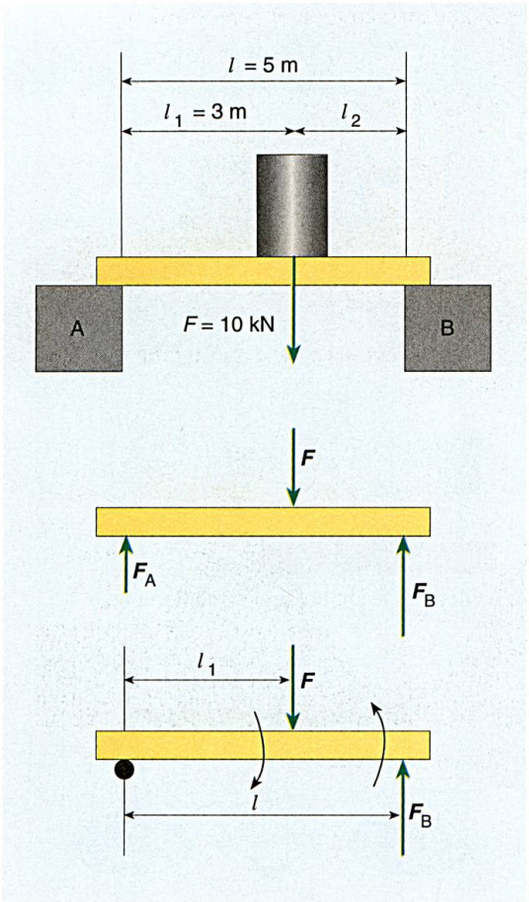
37.5 Scheibtruhe



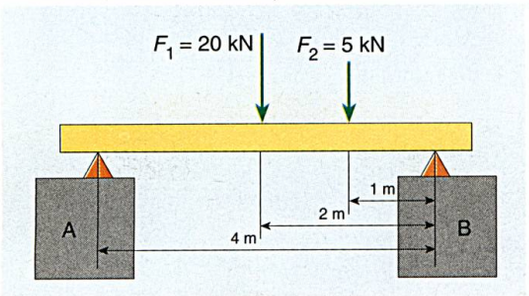
37.6 Wellrad eines alten Krans



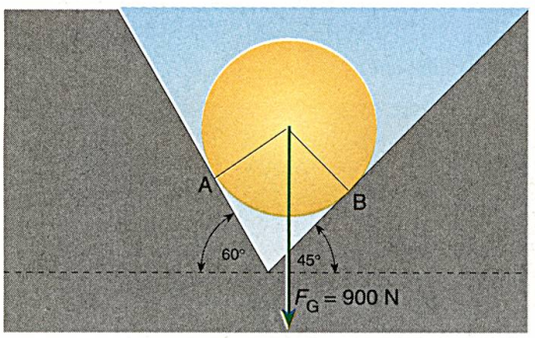
37.7 Hammer



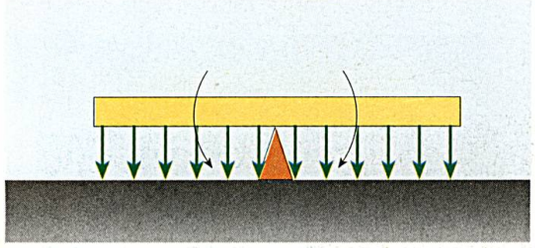
38.1 Abbildung zu Beispiel A



38.2 Abbildung zu Aufgabe 62



38.3 Abbildung zu Aufgabe 63



38.4 Die Gewichtskraft greift im Schwerpunkt des Körpers an.

6.3 Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen

Greifen Kräfte an einem Körper an, so kann es zu einer Verschiebung und zu einer Drehung des Körpers kommen.

Ein Körper ist nur dann im Gleichgewicht (in Ruhe), wenn weder eine Verschiebung noch eine Drehung des Körpers auftritt.
Damit keine Verschiebung auftritt, muss der Betrag der Resultierenden aller Kräfte Null sein.
Damit keine Drehung auftritt, muss der Betrag der Resultierenden aller Drehmomente Null sein.

➤ **Beispiel A** (Abb. 38.1)

Wie groß sind die Auflagerkräfte F_A und F_B ?

Für das Gleichgewicht gilt:

a) Der Betrag der Resultierenden aller Kräfte muss Null sein.

$$F_A + F_B - F = 0$$

$$F_A + F_B - 10\,000 = 0$$

Diese eine Gleichung genügt nicht zur Bestimmung der beiden Unbekannten F_A und F_B. Die Kräfte haben keinen gemeinsamen Angriffspunkt. Es kann zu einer Drehung kommen. Daher benötigen wir eine zweite Gleichgewichtsbedingung.

b) Der Betrag der Resultierenden aller Drehmomente muss Null sein.
Wir wählen das Auflager *A* als Drehpunkt.

$$F\,l_1 - F_B\,l = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_B = F \cdot l_1 / l$$

$$F_B = 10\,000\ \text{N} \cdot 3\ \text{m} / 5\ \text{m} = 6\,000\ \text{N}$$

Mit Hilfe der ersten Gleichgewichtsbedingung können wir F_A berechnen.

$$F_A = 10\,000 - F_B = 4\,000\ \text{N}$$

Aufgaben

62. Berechne die Auflagerkräfte F_A und F_B (Abb. 38.2).

63. Bestimme grafisch die Auflagerkräfte F_A und F_B (Abb. 38.3).

64. Welcher prinzipielle Unterschied besteht zwischen Aufgabe 62 und 63?

Schwerpunkt

Die Summe aller einzelnen Gewichtskräfte ergibt die Gewichtskraft des gesamten Körpers (Abb. 38.4). Man kann sich daher alle Einzelkräfte durch diese Gesamtkraft ersetzt denken. Welchen Angriffspunkt hat diese Kraft? Da sich der Körper in Ruhe befindet, muss dieser Punkt - wir nennen ihn *Schwerpunkt* - so gewählt werden, dass kein Drehmoment entsteht. Dazu ein Versuch:

Beispiel B: Bestimmmung des Schwerpunktes einer ebenen Figur

Der Körper wird an zwei verschiedenen Punkten aufgehängt. Jede Linie durch den Schwerpunkt ist eine Schwerlinie. Der Schnittpunkt der Schwerlinien ist der Schwerpunkt.

Wird ein Körper im Schwerpunkt unterstützt, so ist er im Gleichgewicht (in Ruhe). Der Betrag der Resultierenden der Drehmomente aller Teilchen ist dann Null.

Im Schwerpunkt kann man sich die gesamte Masse des Körpers vereinigt denken, deshalb wird er auch als *Massenmittelpunkt* bezeichnet.

Der Schwerpunkt ist der gedachte Angriffspunkt der gesamten Gewichtskraft.

Gleichgewichtslagen (Abb. 39.2)

Stabiles (sicheres) Gleichgewicht: Wird der Körper aus seiner Ruhelage gebracht, so kehrt er wieder in seine Ausgangslage zurück.

Labiles (unsicheres) Gleichgewicht: Bei der geringsten Unruhe entfernt sich der Körper für immer aus der Ausgangslage und geht in eine stabile Lage über.

Indifferentes (unbestimmtes) Gleichgewicht: Der Körper bleibt in jeder Lage in Ruhe.

Ein Körper hat das Bestreben, eine Lage einzunehmen, in welcher der Schwerpunkt möglichst tief liegt.

Aufgaben

65. a) An den Enden einer Stange sind zwei verschieden große Gewichte befestigt. Wo muss die Stange unterstützt werden, damit sie im Gleichgewicht ist? - Das Eigengewicht der Stange wird nicht berücksichtigt. (Abb. 39.3)
b) Die Stange hat das Eigengewicht F. Es soll berücksichtigt werden.

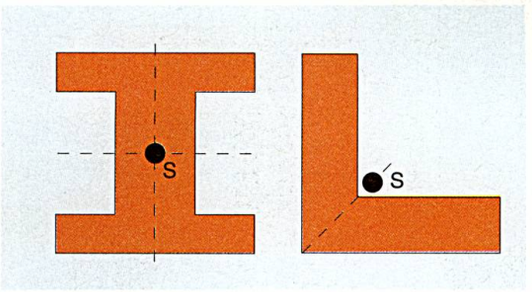
66. Welche Kraft F ist mindestens erforderlich, um das Brett (Gewichtskraft = 40 N) zu kippen? (Abb. 39.4)

67. Welchen maximalen Überhang x kann man mit drei gleichartigen Bausteinen herstellen? (Abb. 39.5)

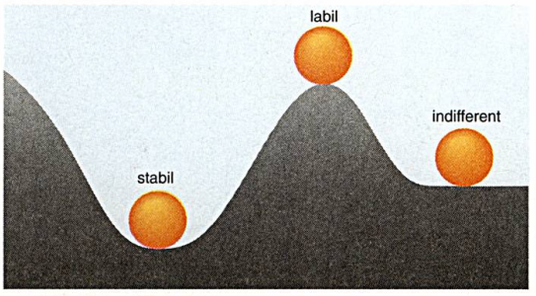
Kontrollfragen

1. Welche Wirkungen kann eine Kraft haben?
2. Durch welche Angaben ist eine Kraft bestimmt?
3. Wie lautet die Einheit der Kraft?
4. Welche Bedeutung hat die Wirkungslinie einer Kraft?
5. Beschreibe die Sonderfälle bei der Zusammensetzung von Kräften.
6. Was sagt das Wechselwirkungsgesetz aus?
7. Wann sind zwei Kräfte im Gleichgewicht?
8. Wann sind drei Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt im Gleichgewicht?
9. Erkläre die Komponentenzerlegung der Gewichtskraft an einer schiefen Ebene.
10. Was versteht man unter einem Kräftepaar?
11. Unter welchen Bedingungen tritt eine Lagerbeanspruchung auf?
12. Was versteht man unter dem Drehmoment?
13. Wie findet man die Richtung des Drehmomentvektors?
14. Wann ist ein Drehmoment Null?
15. Unter welchen Bedingungen herrscht am Hebel Gleichgewicht?
16. Wie lauten die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen in der Mechanik?
17. Welche Bedeutung hat der Schwerpunkt?
18. Beschreibe die drei Arten von Gleichgewichtslagen.

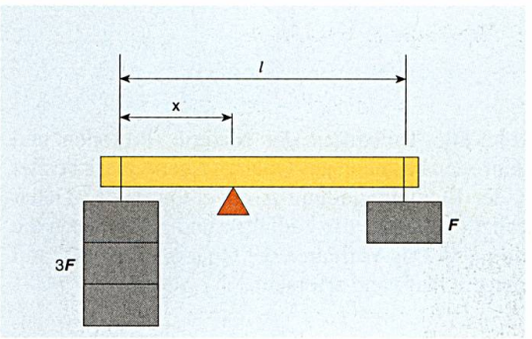
Auch Symmetrieachsen sind Schwerlinien.



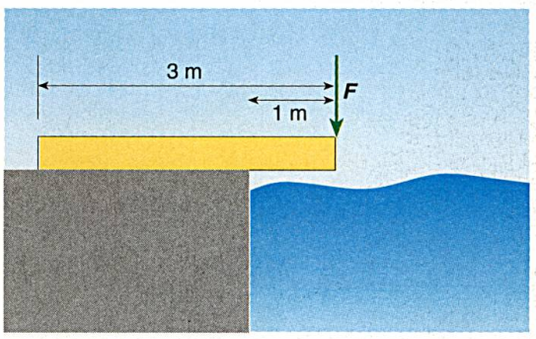
39.1 Der Schwerpunkt kann auch außerhalb des Körpers liegen.



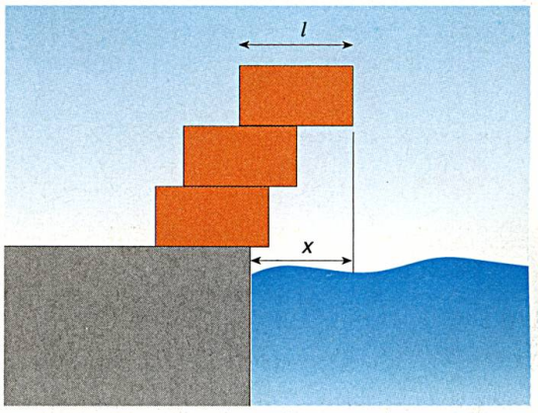
39.2 Gleichgewichtsarten



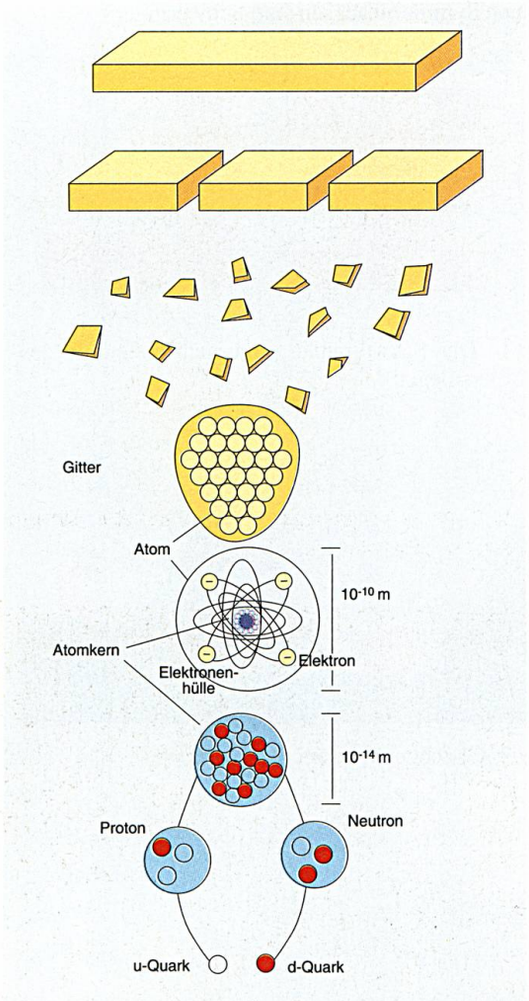
39.3 Abbildung zu Aufgabe 65



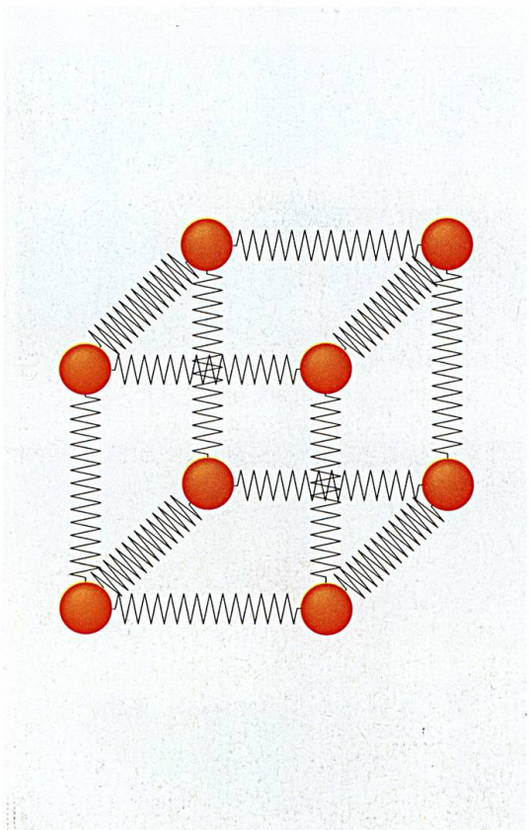
39.4 Abbildung zu Aufgabe 66



39.5 Abbildung zu Aufgabe 67



40.1 Die Teilbarkeit der Materie. Protonen und Neutronen bestehen aus Quarks. Ein u-Quark besitzt $^2/_3$ der Elementarladung e, ein d-Quark $^1/_3$. Daher besitzt ein Proton die Ladung e und ein Neutron die Ladung 0. Das Verhalten der Quarks wird heute mit riesigem Aufwand erforscht.



40.2 Festkörper besitzen Gitterstruktur

7. Elastische Eigenschaften fester Körper

7.1 Der atomare Aufbau der Materie

Ein Körper besteht aus einem Stoff (Material, Materie, Substanz). Besteht ein Körper aus einem einheitlichen Material, dann haben Teile des Körpers bis zu einer bestimmten unteren Grenze die gleichen Eigenschaften wie der ganze Körper. Bei einer weiteren Teilung entstehen Bestandteile mit vollkommen anderen Eigenschaften. (Abb. 40.1)

Schon die Philosophen des Altertums haben sich dafür interessiert, ob ein Körper unbegrenzt teilbar ist. Der griechische Philosoph *Demokrit* (5. Jh. v. Chr.) war der Meinung, dass man durch fortgesetzte Teilung eines Körpers schließlich zu unteilbaren, kleinsten Bausteinen kommt. Diese kleinsten Bausteine nannte er *Atome*. Diese Vorstellung konnte sich allerdings nicht durchsetzen.

Erst zu Beginn des 19. Jh. hat *John Dalton* die atomistischen Vorstellungen über den Bau der Stoffe weiterentwickelt. Er nahm an: Alle Stoffe sind aus Atomen aufgebaut. Die Atome eines bestimmten Elementes unterscheiden sich nicht voneinander. Es gibt so viele Atomarten wie Elemente. Damit konnte er bis dahin unerklärbare chemische Vorgänge deuten.

Alle Stoffe sind aus Atomen aufgebaut.

Dalton hat angenommen, daß die Atome nicht weiter teilbar sind. Seit Beginn des 20. Jh. wissen wir aber, dass auch die Atome nicht die kleinsten Bausteine sind. Sie sind selbst wieder aus kleineren Teilchen aufgebaut. Jedes Atom besteht aus dem *Atomkern* und der *Elektronenhülle* (einem oder mehreren Elektronen). Der Kern ist positiv geladen, die Elektronenhülle negativ. Die Anzahl der positiven Kernladungen ist gleich der Anzahl der negativen Elektronen, daher ist das Atom nach außen hin elektrisch neutral.

Ionen sind Atome oder Atomgruppen, die durch Abgabe oder Aufnahme von Elektronen nach außen hin positiv oder negativ erscheinen.

Ein *Molekül* ist ein Atomverband, der aus mehreren gleichen oder verschiedenen Atomarten besteht. Der Begriff "Molekül" wird in der Physik oft als Oberbegriff für das Atom verwendet.

Aggregatzustände

Man unterscheidet drei Zustandsformen oder *Aggregatzustände:* fest, flüssig und gasförmig.

Feste Körper haben eine bestimmte Form (Gestalt) und ein bestimmtes Volumen.

Flüssigkeiten haben ein bestimmtes Volumen, aber keine bestimmte Form.

Gase haben weder ein bestimmtes Volumen noch eine bestimmte Form, sie füllen den verfügbaren Raum vollständig aus.

Feste Körper

In einem festen Körper sind die Atome im Allgemeinen regelmäßig angeordnet. Diese Anordnung wird als Gitter bezeichnet (Abb. 40.2). Die *Gitterbausteine* sind aber meist keine Atome, sondern Ionen oder manchmal auch Moleküle. Ganz allgemein sprechen wir von atomaren Teilchen. Trotzdem nennt man die Gitterbausteine oft Atome oder Moleküle.

Die regelmäßige Anordnung der Gitterbausteine wurde zu Beginn des 20. Jh. mit Hilfe von Röntgenstrahlen sichtbar gemacht.

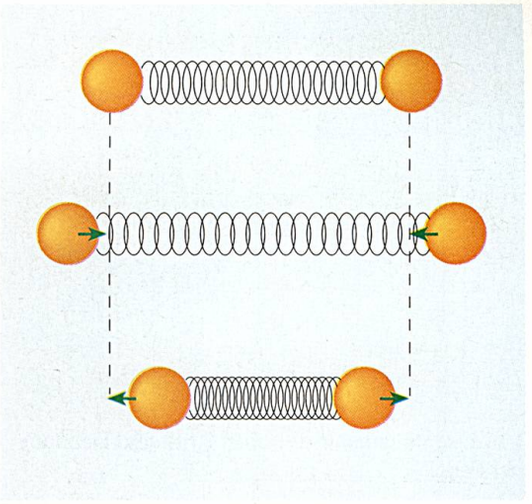
Zwischen den Gitterbausteinen sind sowohl Anziehungs- als auch Abstoßungskräfte wirksam (Abb. 41.2). Befinden sich die atomaren Teilchen auf ihren Gitterplätzen (Gleichgewichtslagen), so sind die beiden Kräfte gerade im Gleichgewicht.

Wird der Abstand zwischen den Teilchen vergrößert, dann überwiegen die Anziehungskräfte. So lässt sich der Widerstand gegen eine Dehnung erklären. Wird der Abstand verkleinert, so überwiegen die Abstoßungskräfte. Damit können wir den Widerstand gegen eine Stauchung verstehen.

In der Wärmelehre werden wir erfahren, dass die Teilchen nicht in Ruhe sind, sondern in Abhängigkeit von der Temperatur an ihren Plätzen schwingen.

Die Kräfte zwischen den Bausteinen eines Körpers werden auch als *Kohäsionskräfte* (Zusammenhangskräfte) bezeichnet. Die Kräfte zwischen den Bausteinen verschiedener Körper werden als *Adhäsionskräfte* (Anhangskräfte) bezeichnet.

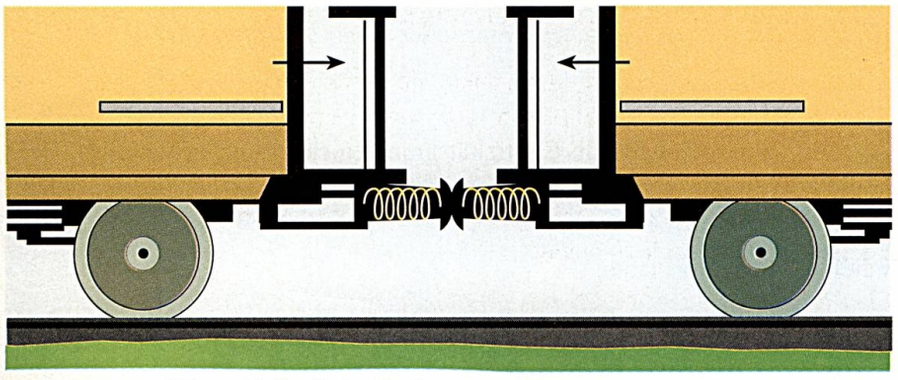
Oft werden diese Kräfte allgemein als *Molekularkräfte* bezeichnet. Damit die Kräfte wirksam werden, müssen die atomaren Teilchen sehr nahe aneinandergebracht werden. Wird etwa ein Stück Kreide zerbrochen, so gelingt es nicht, die Bruchstücke so nahe aneinander zu bringen, dass die Kohäsionskräfte wieder wirksam werden.



41.2 Anziehungs- und Abstoßungskräfte zwischen den Gitterbausteinen

7.2 Kraft und Verformung

Aus dem Alltag kennen wir das elastische Verhalten (Elastizität) von Körpern. Eine Verformung heißt *elastisch*, wenn sie nach dem Aufhören der Krafteinwirkung wieder vollständig zurückgeht. Andernfalls heißt sie *plastisch*. Eine elastische Verformung ist *reversibel* (umkehrbar), eine plastische Verformung ist *irreversibel* (nicht umkehrbar).



41.1 Eine reversible, weil elastische Verformung

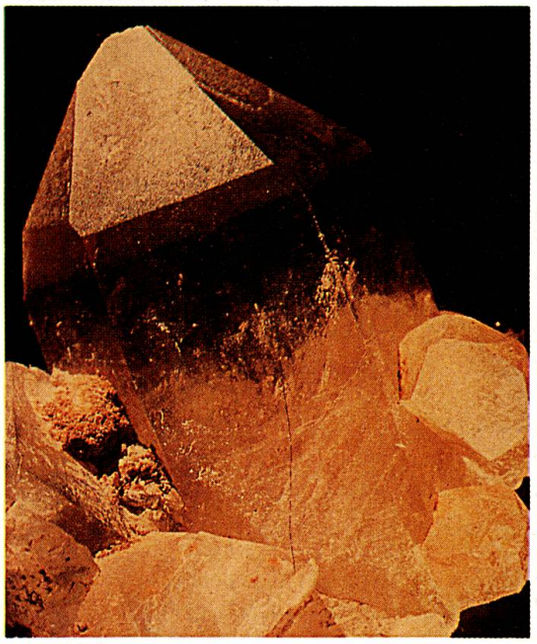
Ist die Krafteinwirkung (Belastung) zu groß, so kommt es zu einer bleibenden Formänderung oder gar zu einer Zerstörung. Dabei wird die *Elastizitätsgrenze* überschritten. Ob sich ein Körper bei Belastung elastisch oder plastisch verhält, hängt auch von der Stoffart ab.

In der Statik interessiert man sich nicht für die Verformungen des Körpers. Man nimmt ihn als *starr* an. Natürlich gibt es keinen wirklich starren Körper. Es ist ein gedachter Grenzfall.

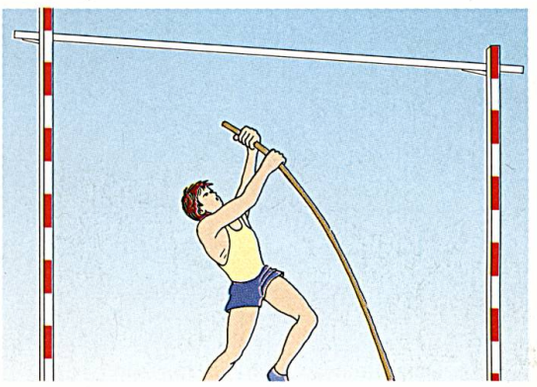
Die elastische Verformung einer Schraubenfeder

Eine *Schraubenfeder* ist für die Untersuchung von Elastizitätseigenschaften besonders geeignet. Bei ihr sind große elastische Verformungen möglich, die gut sichtbar sind.

Im Gegensatz dazu ist die elastische Verformung eines Metallstabes so gering, dass sie nur mit Hilfsmitteln sichtbar gemacht werden kann.

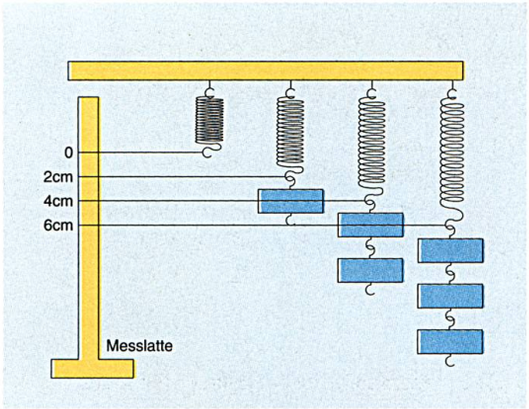


41.3 Rauchquarzkristall

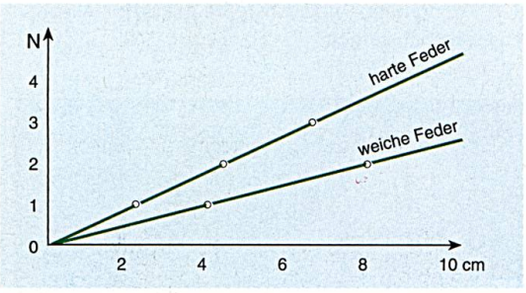


41.4 Der Stabhochspringer benützt die Elastizität der Stange.

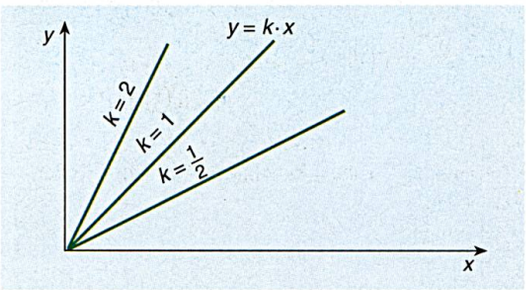
41.5 Eine irreversible Verformung



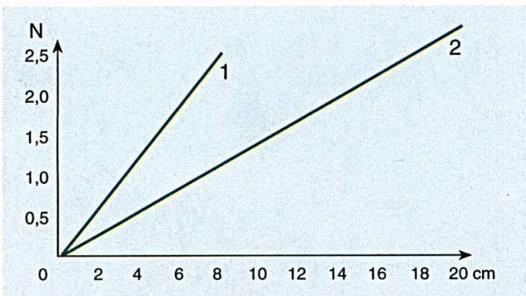
42.1 Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung einer Feder



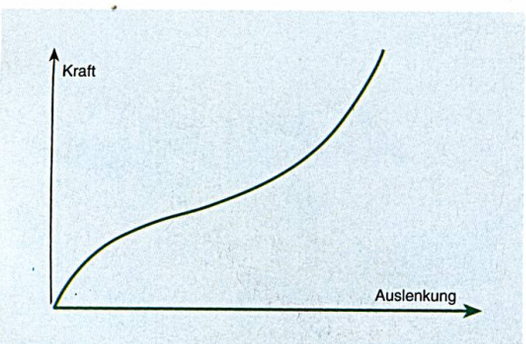
42.2 *F-s*-Diagramm



42.3 Aus der Mathematik kennen wir $y = kx$ als Gleichung einer Geraden durch den Ursprung. Man spricht auch von einer *linearen Funktion*. k ist die *Steigung* der Geraden.



42.4 *F-s*-Diagramme zweier Federn



42.5 Ein Gummiband gehorcht nicht dem Hooke'schen Gesetz.

Versuch

Eine "weiche" Schraubenfeder wird durch die Gewichtskraft von einem, zwei bzw. drei gleichartigen Massestücken gedehnt. Die wirkenden Kräfte und die dazugehörigen Dehnungen werden in eine Tabelle eingetragen. Dann wird der Quotient aus Kraft und Längenzunahme berechnet.

Die Feder darf nicht zu stark gedehnt werden, damit die Elastizitätsgrenze nicht überschritten wird. Bei der schrittweisen Entlastung der Feder müssen sich wieder die schon gemessenen Werte einstellen.

Dann wird der Versuch mit einer "harten" Feder wiederholt.

Kraft	"weiche" Feder		"harte" Feder	
F	Verlängerung Δs	$\frac{F}{\Delta s}$	Verlängerung Δs	$\frac{F}{\Delta s}$
in N	in cm	in N/cm	in cm	in N/cm
1	3,9	0,26	2,4	0,42
2	7,9	0,25	4,8	0,42
3	11,8	0,25	7,1	0,42

Den Messergebnissen entnehmen wir: Ausdehnung der Feder und Kraft sind proportional: $\Delta s \sim F$. Das heißt: Wird die Kraft verdoppelt, verdreifacht, so ist auch die Verlängerung doppelt, dreimal so groß. Die Tabelle zeigt uns auch, dass der Quotient aus Kraft und Verlängerung für eine bestimmte Feder konstant ist:

$\frac{F}{\Delta s} = k$ Die Konstante k heißt *Federkonstante* oder *Richtgröße*.

Die Federkonstante charakterisiert das elastische Verhalten der Feder.

Je größer die Federkonstante ist, desto größer ist die für eine bestimmte Verlängerung erforderliche Kraft und desto "härter" ist die Feder.

$F = k \cdot \Delta s$ *Hooke'sches Gesetz* oder *lineares Kraftgesetz*

$F = k\,\Delta s$ gilt, solange die Elastizitätsgrenze nicht überschritten wird. Der Gültigkeitsbereich heißt *Proportionalitätsbereich, Linearitätsbereich* oder *Hooke'scher Bereich*.

Einheit der Federkonstante:

$$[k] = \frac{[F]}{[\Delta s]} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \qquad 1\,\frac{\text{N}}{\text{cm}} = \frac{1\text{ N}}{0{,}01\text{ m}} = 100\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Beispiel A

Eine Feder wird durch 5,25 N um 2,5 cm verlängert. Wie groß ist die Federkonstante, und welche Kraft kann die Feder um 1,5 cm verlängern?

$$k = \frac{F}{\Delta s} = \frac{5{,}25\text{ N}}{2{,}5\text{ cm}} = 2{,}1\text{ N/cm} = 210\text{ N/m}$$

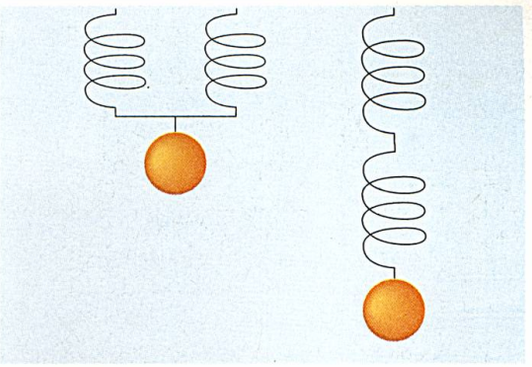
$$F = k \cdot \Delta s = 2{,}1\text{ N/cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = 3{,}15\text{ N}$$

Aufgaben

68. Eine Druckfeder mit einer Federkonstante von 500 N/m wird durch eine Gewichtskraft von 12 N belastet. Wie groß ist die Längenänderung (Stauchung)?

69. Berechne die Federkonstanten der beiden Federn (Abb. 42.4). Welche Feder ist härter?

70. Es sind zwei gleiche Federn mit einer Federkonstante von 250 N/m vorhanden. Wie groß ist die Längenänderung, wenn ein Massestück mit einer Gewichtskraft von 5 N
a) auf eine Feder
b) auf zwei parallele Federn
c) auf zwei aneinandergehängte Federn wirkt? (Abb. 43.1)

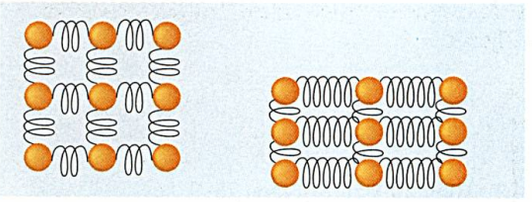


43.1 Zwei mögliche Anordnungen von Federn

7.3 Spannung, Druck

Eine gedehnte oder gestauchte Feder steht unter *Spannung*. Ähnliches geschieht auch beim Dehnen oder Stauchen eines beliebigen festen Körpers.

Ohne äußere Kräfte befinden sich die Gitterbausteine in ihren Gleichgewichtslagen. Wirken äußere Kräfte ein, werden die Gitterbausteine aus ihren Gleichgewichtslagen verrückt (Abb. 43.2). Im Inneren des Körpers treten Spannungen auf. Äußerlich machen sich diese Spannungen als Verformungen bemerkbar. Spannungszustände können in einem durchsichtigen Modellkörper mit Hilfe der Methode der Spannungsoptik sichtbar gemacht werden.



43.2 Ein fester Körper: unverformt und elastisch verformt

Die Spannung wird durch die äußere Kraft verursacht. Dabei ist aber zu bedenken, dass die Kraft nicht an einem Punkt angreift, sondern über eine *Fläche* verteilt ist. Einfache Beobachtungen und Versuche zeigen, welche wichtige Rolle die Fläche spielt. (Abb. 43.3)

Die Spannung ist umso größer, je größer die wirkende Kraft und je kleiner die Fläche ist.

43.3 Druck auf eine Unterlage: Auf die Fläche kommt es an!

Spannung ~ Kraft

$$\text{Spannung} \sim \frac{1}{\text{Fläche}}$$

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \qquad \sigma = \frac{F}{A}$$

Einheit der Spannung

$$[\sigma] = \frac{[F]}{[A]} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pascal} = 1 \text{ Pa}$$

Die Spannung ist die Kraft, die pro Flächeneinheit wirkt.

Da sich bei der Einheit N/m^2 (Pascal) sehr große Maßzahlen ergeben, verwendet man in der Technik oft die Einheit N/mm^2 oder die Einheit bar.

$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

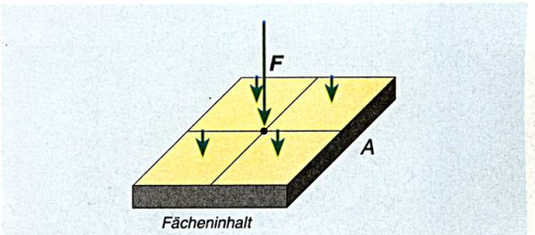
Beispiel A

Ein Draht soll für eine maximale Last von 300 N bemessen werden. Wie groß muß der Durchmesser gewählt werden, damit eine *Zugspannung* von 100 N/mm^2 nicht überschritten wird?

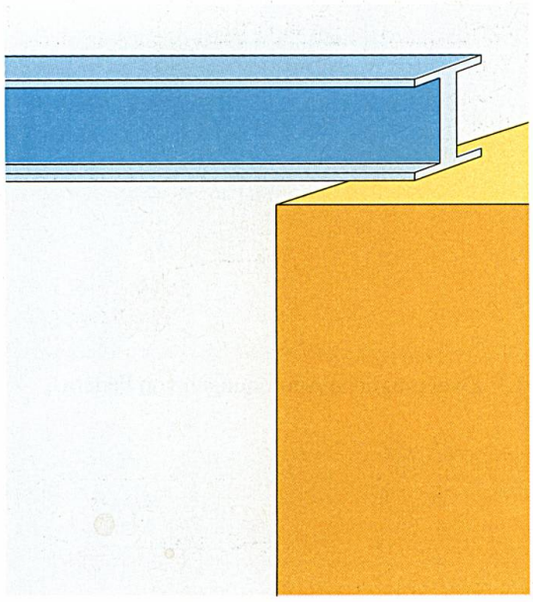
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \Leftrightarrow \quad A = \frac{F}{\sigma} = \frac{300 \text{ N}}{100 \text{N/mm}^2} = 3 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{d^2\,\pi}{4} \quad \Leftrightarrow \quad d = \sqrt{\frac{4\,A}{\pi}} = 2 \text{ mm}$$

Die *Druckspannung* wird oft als *Druck p* bezeichnet. Deshalb darf die drückende Kraft nicht als Druck, sondern sie muss als *Druckkraft* bezeichnet werden.



43.4 Die Spannung ist die Kraft pro Flächeneinheit.



44.1 Abbildung zu Aufgabe 73

Versuch
Mit dem Zeigergerät kann die elastische Dehnung eines Drahtes beobachtet werden. Der lange Zeiger bewirkt eine Vergrößerung des Ausschlages.

a) Durch das Einstellen verschieden großer Belastungen findet man wie bei der Schraubenfeder eine Proportionalität zwischen Längenänderung und Kraft.

$$\Delta l \sim F$$

Diese Proportionalität gilt aber nur bis zu einer bestimmten Längenänderung.

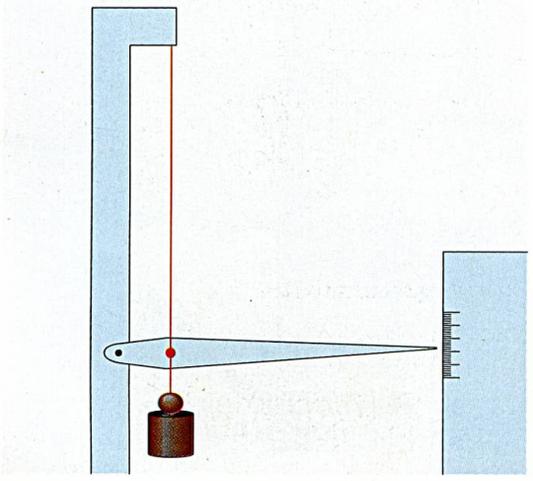
b) Bei gleicher Belastung werden verschieden lange, aber gleich dicke Drähte untersucht. Die Längenänderung ist umso größer, je länger der Draht ist.

$$\Delta l \sim l$$

c) Bei gleicher Belastung werden verschieden dicke, aber gleich lange Drähte untersucht. Die Längenänderung ist umso größer, je kleiner die Querschnittsfläche ist.

$$\Delta l \sim \frac{1}{A}$$

l ... Länge des unbelasteten Drahtes
Δl ... Längenänderung
A ... Querschnittsfläche



44.2

Beispiel B

Eine Frau mit einer Gewichtskraft von 580 N steht auf ihren beiden Absätzen mit je 2 cm^2 Fläche. Die Gewichtskraft verteilt sich gleichmäßig auf beide Schuhe. Wie groß ist der Druck auf den Boden?

$$p = \frac{F}{A} = \frac{290\ \text{N}}{2\ \text{cm}^2} = 145\ \text{N/cm}^2 = 14{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 14{,}5\ \text{bar}$$

Bei sehr kleinen Flächen kann schon durch eine geringe Kraft ein sehr großer Druck auf die Unterlage ausgeübt werden. Andererseits können durch eine große Fläche riesige Kräfte entsprechend verteilt werden, sodass nur ein geringer Druck entsteht. Man denke an die Spitze einer Nadel und an einen Kettenpanzer.

Aufgaben

71. Bei einer Schubraupe verteilt sich die Gewichtskraft von 80 kN auf eine Fläche von 0,8 m^2. Welcher Druck wird auf den Boden ausgeübt?

72. Wie groß ist der Druck, den eine Nadel mit einer Fläche von 0,01 mm^2 bei einer Belastung von 10 N auf ihre Unterlage ausübt?

73. Durch einen Deckenträger wird eine Kraft von 10 kN auf die Auflagefläche ausgeübt (Abb. 44.1). Wie groß muß die Auflagefläche mindestens sein, damit der Auflagedruck 1 N/mm^2 nicht überschreitet?

74. Ein Körper mit einer kreisförmigen Querschnittsfläche übt auf seine Unterlage einen Druck von 2,5 bar aus. Wie groß ist der Druck, wenn der Durchmesser bei gleicher Masse auf die Hälfte verringert wird?

75. Ein Zugstab mit 10 mm Durchmesser darf mit 10 kN belastet werden. Welchen Durchmesser hat ein Stab für 5 kN Belastung, wenn eine gleich große Zugspannung auftreten soll?

7.4 Spannung und Dehnung

Anhand der Dehnung eines Drahtes (Stabes) kann der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung untersucht werden.

Aus dem Versuch (Abb. 44.2) ergibt sich die Proportionalität:

$$\Delta l \sim \frac{F}{A}\, l$$

Mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors $(\frac{1}{E})$ erhält man eine Gleichung:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} \cdot l \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} = \frac{1}{E} \cdot \sigma$$

Wir definieren: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

ε ist die *Dehnung* oder *relative Längenänderung*.

Aus $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \sigma$ erhalten wir $\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma$

und

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad \textit{Hooke'sches Gesetz}$$

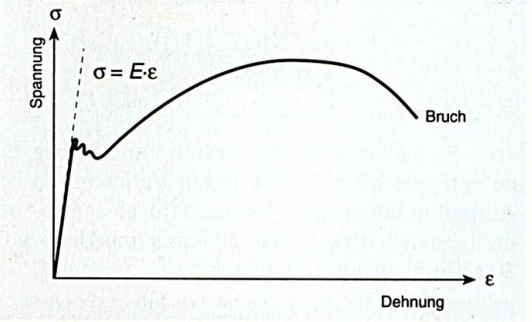
Das *Hooke'sche Gesetz* stellt den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung dar. Der Faktor E heißt *Elastizitätsmodul*.

Einheiten: $[\sigma] = \frac{[F]}{[A]} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\ \text{Pa}$

$[\varepsilon] = \frac{[\Delta l]}{[l]} = 1$ ε ist eine Verhältniszahl

$[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Stoff	E in N/m^2
Stahl	$2{,}1 \cdot 10^{11}$
Grauguss	$1{,}0 \cdot 10^{11}$
Blei	$0{,}16 \cdot 10^{11}$
Kupfer	$1{,}3 \cdot 10^{11}$



45.1 Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Beispiel A

An einem 3 m langen Stahldraht von 1,5 mm Durchmesser hängt ein Gewicht von 200 N. Wie groß ist die Längenänderung Δl ?

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta l = \varepsilon\, l = \frac{\sigma}{E}\, l = \frac{F}{A\,E}\, l$$

$$\Delta l = \frac{200\ \text{N} \cdot 3\ \text{m}}{(0{,}75 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2 \cdot \pi \cdot 2{,}1 \cdot 10^{11}\ \text{N/m}^2} = 1{,}62 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$\Delta l = 1{,}62$ mm

Diese Rechnung stimmt nur dann, wenn der Proportionalitätsbereich nicht überschritten wird.

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Wird ein "weicher" Stahl beim Zugversuch belastet, steigen anfänglich Zugspannung und Dehnung proportional zueinander an (Proportionalitätsbereich). Im Diagramm ergibt sich eine Gerade mit der Steigung E (Abb. 45.1). Bei weiterer Belastungszunahme wächst aber die Dehnung stärker als die Spannung. Der Werkstoff beginnt zu fließen.

Unter weiterer Belastung steigt die Spannung bei starker Dehnung weiter an. Bei der höchsten Spannung beginnt sich der Stab einzuschnüren und reißt schließlich ab.

Aufgaben

76. Welche Kraft ist erforderlich, um einen Kupferdraht von 2 mm Durchmesser um 1 ‰ zu dehnen?

77. Ein Stahldraht von 7 m Länge soll eine Zugkraft von 500 N aushalten. Wie groß muß der Durchmesser mindestens gewählt werden, damit die Zugspannung höchstens 250 N/mm^2 beträgt? Wie groß ist die Verlängerung?

78. Ein Stahlseil erfährt unter Belastung eine Verlängerung von 3,2 mm. Wie groß ist die Verlängerung eines Stahlseils mit doppelt so großem Durchmesser bei sonst gleichen Bedingungen?

79. In einem 5 m langen Stahlstab mit einer Querschnittsfläche von 200 mm^2 soll eine Zugspannung von 200 N/mm^2 auftreten. Berechne maximale Zugkraft und maximale Verlängerung.

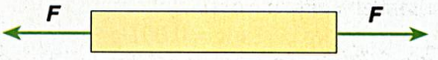
Kontrollfragen

1. Erkläre die grundlegenden Eigenschaften der drei Aggregatzustände.
2. Was versteht man unter Kohäsions- bzw. Adhäsionskräften?
3. Welcher Unterschied besteht zwischen einer elastischen und einer plastischen Verformung?
4. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Ausdehnung und Kraft bei einer Schraubenfeder?
5. Was gibt die Federkonstante an?
6. Wie ist die Spannung definiert?
7. In welchen Einheiten werden Spannung und Druck angegeben? Wie kann man diese Einheiten umrechnen?

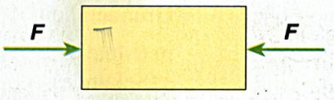
Die *Fertigkeitslehre* behandelt das Verhalten verformbarer Körper unter dem Einfluss von äußeren Kräften. Wichtig ist dabei die Art der Beanspruchung der Bauteile durch die äußeren Kräfte.

Die wichtigsten Beanspruchungen sind:

Zugbeanspruchung

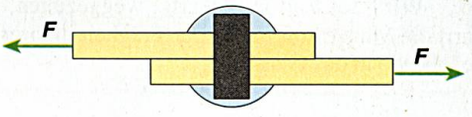


Druckbeanspruchung

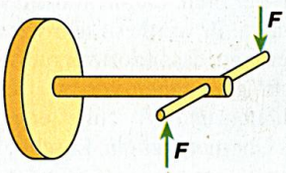


Ein Sonderfall der Druckbeanspruchung ist die Knickung bei schlanken Stäben.

Schub- oder Scherbeanspruchung



Verdrehungsbeanspruchung



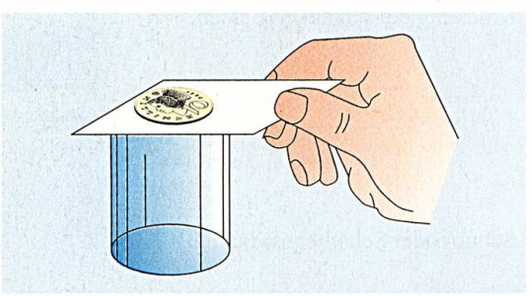
46.1 Sicherheitsgurt, Nackenstütze und Airbag: eine optimale Kombination gegen Verletzungen bei Aufprallunfällen. Der Airbag wird ab einer Aufprallgeschwindigkeit von 20 km/h innerhalb von 30 Millisekunden aufgeblasen.

46.2 Ein PKW ist auf diese Art sehr schwer in Bewegung zu versetzen. Die Trägheit ist die Ursache.

Teile und Vielfache des Kilogramms:
1 g = 0,001 kg 1 mg = 0,001 g
1 dag = 10 g 1 t = 1000 kg

Das *Internationale Einheitensystem* ist in der Mechanik durch drei Grundgrößen festgelegt.

Grundgröße	Grundeinheit
Länge *l*, *s*, ...	m (Meter)
Zeit *t*	s (Sekunde)
Masse *m*	kg (Kilogramm)



46.3 Wird der Karton ruckartig weggezogen, verharrt die Münze aufgrund ihrer Trägheit in ihrer Lage, ehe sie in das Glas fällt.

Newtons Sekretär über seinen Herrn
Sir Isaac ... gestattete sich keine Erholung oder Pause, ritt nie aus, ging nicht spazieren, spielte nicht Kegel, trieb keinen Sport. Er hielt jede Stunde für verloren, die nicht dem Studium gewidmet war. ... Er wurde so sehr von seinen Studien mitgerissen, dass er oft vergaß, zu Mittag zu essen. ... Er ging selten vor zwei bis drei Uhr nachts schlafen und oft schlief er erst um fünf oder sechs Uhr morgens ein. Er schlief insgesamt nicht mehr als vier oder fünf Stunden. ...

8. Dynamik

8.1 Trägheit und Masse

Beim plötzlichen Bremsen eines Autos fällt der Oberkörper des Fahrgastes in den Sicherheitsgurt. Beim raschen Anfahren wird er in den Sitz gepresst. Solche und ähnliche Beobachtungen kennen wir aus dem Alltag und sprechen vom *Beharrungsvermögen* oder der *Trägheit* der Körper.

Isaac Newton hat dies in seinem *Trägheitsgesetz* so formuliert:

WICHTIG

Jeder Körper verharrt in Ruhe oder in gleichförmig geradliniger Bewegung, so lange keine *Kraft* auf ihn einwirkt. Jeder Körper setzt einer Änderung des Bewegungszustandes (Beschleunigung oder Verzögerung) einen *Widerstand* (Trägheitswiderstand) entgegen.

Die Eigenschaft der Trägheit wird durch die *Masse* m ausgedrückt. Eine große Masse besitzt eine große Trägheit, setzt also einer Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung oder Verzögerung) einen großen Widerstand entgegen.

Die Masse ist ein Maß für die Trägheit eines Körpers. Die Masse ist eine unveränderliche Eigenschaft eines Körpers. Das bedeutet, dass sie ortsunabhängig ist.

Einheit der Masse:

$[m]$ = 1 kg (1 Kilogramm)

1 Kilogramm ist die Masse des Internationalen Kilogrammprototyps (Urkilogramm).

8.2 Dynamisches Grundgesetz

Auf Grund des Trägheitsgesetzes kann sich der Bewegungszustand eines Körpers nie von selbst ändern. Die Ursache für eine Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung oder Verzögerung) ist eine *Kraft*.

Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung

Wird bei einer bestimmten Beladung (bestimmten Masse) des Wagens (Abb. 47.1) die beschleunigende Kraft verdoppelt bzw. verdreifacht, dann wird auch die Beschleunigung doppelt bzw. dreimal so groß. Die Beschleunigung ist direkt proportional zur Kraft:

$$a \sim F$$

Wird bei konstanter beschleunigender Kraft die Beladung (Masse) verdoppelt bzw. verdreifacht, so sinkt die Beschleunigung auf die Hälfte bzw. auf ein Drittel ab. Die Beschleunigung ist indirekt proportional zur Masse:

$$a \sim \frac{1}{m}$$

Beide Proportionalitäten können zu einer zusammengefasst werden:

$$a \sim \frac{F}{m}$$

Durch Einführung eines Proportionalitätsfaktors erhält man eine Gleichung. Um die Gleichung möglichst einfach zu gestalten, wählt man 1 als Proportionalitätsfaktor. Das ist allerdings nur deshalb möglich, weil die Einheit für F noch nicht festgelegt wurde.

Dynamisches Grundgesetz

$F = m \cdot a$ Kraft = Masse · Beschleunigung

Eine Masse m erfährt unter der Wirkung einer Kraft F eine Beschleunigung a.

Die Kraft ist eine *abgeleitete Größe*. Das dynamische Grundgesetz ist die "dynamische Definition" der Kraft.

Einheit der Kraft: $[F] = [m] \cdot [a] = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \text{m/s}^2$

$$[F] = 1\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 1\ \text{Newton} = 1\ \text{N}$$

LERNEN!! SEHR WICHTIG

1 Newton ist die Kraft, die einer Masse von 1 kg die Beschleunigung von 1 m/s^2 erteilt.

Das Trägheitsgesetz ist ein Sonderfall des dynamischen Grundgesetzes.

$$F = 0: \qquad a = 0$$

Wirkt keine Kraft auf den Körper, so erfolgt keine Beschleunigung. Der Bewegungszustand bleibt erhalten.

Newton hat, aufbauend auf Galileis Arbeiten, eine Formulierung der Grundgesetze der Mechanik vorgenommen. Man bezeichnet sie auch als die Newtonschen Axiome.

Die Newtonschen Axiome

Das Trägheitsgesetz wird als *erstes Newtonsches Axiom*, das dynamische Grundgesetz als *zweites* und das Wechselwirkungsgesetz (Aktion und Gegenaktion) als *drittes Newtonsches Axiom* bezeichnet.

Axiom (Grundgesetz): Ein Axiom wird aus der Erfahrung gewonnen. Es läßt sich aber experimentell nicht beweisen.

Diese "Gesetze der Bewegung" wurden in seinem berühmten Werk "Philosophiae naturalis principia mathematica" dargelegt. Der Titel des Werkes bedeutet etwa "Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie". Heute würde man sagen: Mathematische Prinzipien der Naturwissenschaft.

Dieses Werk gehört sicher zu den größten Werken der Wissenschaft. In seinem Vorwort schreibt Newton:

"Alle Schwierigkeit der Physik besteht nämlich dem Anschein nach darin, aus den Erscheinungen der Bewegung die Kräfte der Natur zu erforschen und hierauf durch diese Kräfte die übrigen Erscheinungen zu erklären."

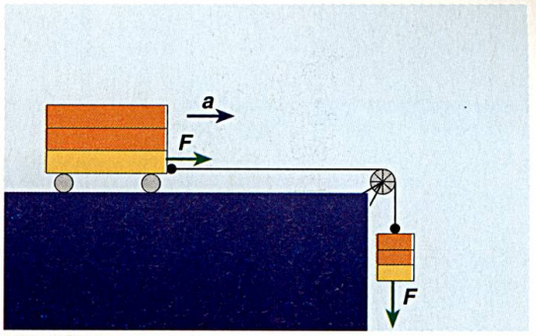
Auch heute noch beschäftigt sich die Physik mit der Erforschung von Kräften!

Newton war Professor für Naturwissenschaften in Cambridge. Auch für die Optik und Mathematik hat Newton wesentliche Beiträge geliefert.

Man bezeichnet die Mechanik, die auf diesen Grundgesetzen aufbaut, als klassische oder Newtonsche Mechanik.

Zu Beginn unseres Jahrhunderts hat es sich herausgestellt, dass die klassische Mechanik bei Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit und im Atomaren ihre Gültigkeit verliert.

Sie muss in diesen Fällen durch die Relativitätstheorie und die Quantenmechanik ersetzt werden.



47.1 Zur Demonstration des dynamischen Grundgesetzes:

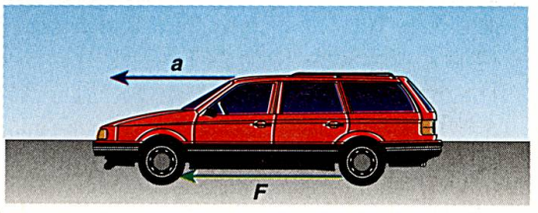
Die Beladung des Wagens kann verdoppelt bzw. verdreifacht werden.

Die Beschleunigung kann nach Weg- und Zeitmessung berechnet werden.

Die beschleunigte Kraft kann verdoppelt bzw. verdreifacht werden.

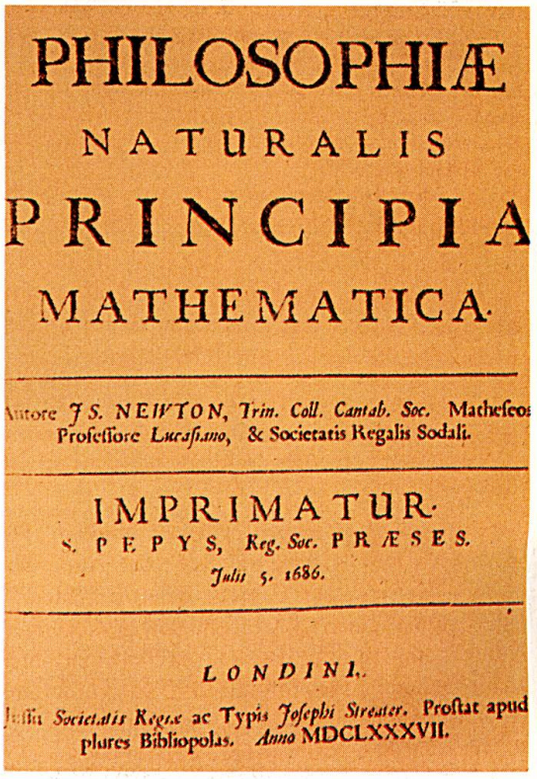
Vor der Einführung des Internationalen Einheitensystems wurde vor allem in der Technik das Technische Einheitensystem verwendet. In diesem System war die Kraft die dritte Grundgröße: 1 kp (Kilopond). Umrechnung: 1 kp = 9,81 N

Die Masse eines Körpers ist eine skalare Größe.



47.2 Kraft und Beschleunigung sind vektorielle Größen. Die Beschleunigung erfolgt in Richtung der Kraftwirkung.

Vektorgleichung	Betragsgleichung
$\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{a}$	$F = m \cdot a$


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA

Autore J. S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

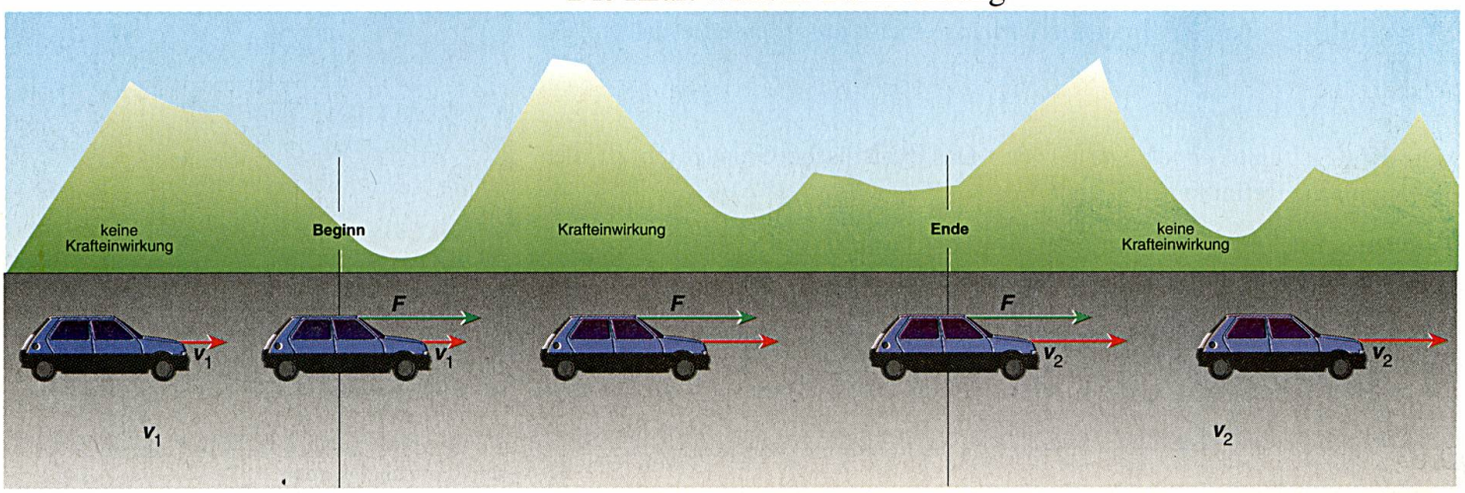
IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

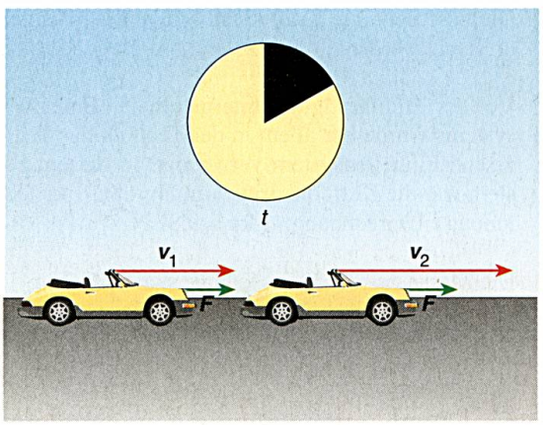
47.3 Titelblatt der "Principia" Newtons

8.3 Anwendungen des dynamischen Grundgesetzes

Die Kraft wirkt in Bahnrichtung



Die beschleunigende Kraft in Bahnrichtung bewirkt eine Änderung des Geschwindigkeitsbetrages, die Bewegungsrichtung (die Bahn) bleibt gleich. Deshalb bezeichnet man diese Beschleunigung oft als *Bahnbeschleunigung*.



48.1 Die Kraft in Bewegungsrichtung bewirkt eine Beschleunigung.

Beispiel A

Ein Fahrzeug mit einer Masse von 850 kg hat eine Geschwindigkeit von 50 km/h. Welche Endgeschwindigkeit stellt sich ein, wenn 8 s lang eine beschleunigende Kraft von 2380 N wirkt? (Abb. 48.1)

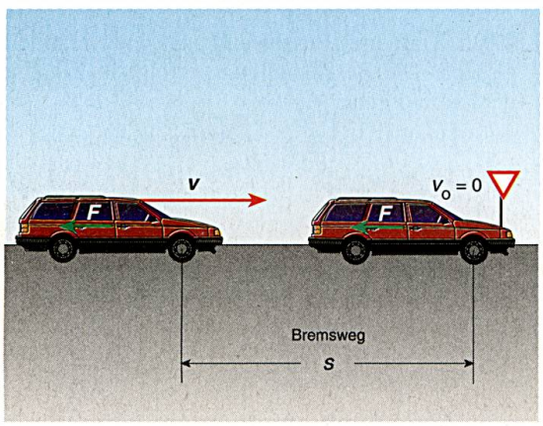
Beschleunigung: $F = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F}{m}$

$$a = \frac{2380\ \text{N}}{850\ \text{kg}} = 2{,}80\ \text{m/s}^2$$

Geschwindigkeitsänderung: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta v = a\,\Delta t$

$\Delta v = 2{,}80\ \text{m/s}^2 \cdot 8\ \text{s} = 22{,}40\ \text{m/s} \approx 81\ \text{km/h}$

Endgeschwindigkeit: $v_2 = v_1 + \Delta v = 50\ \text{km/h} + 81\ \text{km/h} = 131\ \text{km/h}$



48.2 Die Kraft gegen die Bewegungsrichtung bewirkt eine Verzögerung.

Beispiel B

Durch welche Bremskraft kann ein Fahrzeug (1200 kg) bei einer Geschwindigkeit von 62 km/h auf einer Strecke von 45 m vollständig abgebremst werden? (Abb. 48.2)

Die Kraft bewirkt eine Verzögerung (negative Beschleunigung). Auch die Geschwindigkeitsänderung ist negativ. Um nicht mit negativen Werten rechnen zu müssen, führen wir die Rechnung so durch, als würde es sich um eine Beschleunigung handeln.

Geschwindigkeitsänderung: $\Delta v = v = 62\ \text{km/h} = 17{,}22\ \text{m/s}$

Beschleunigung: $v = \sqrt{2\,a\,s} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{v^2}{2\,s}$

$$a = \frac{(17{,}22\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 45\ \text{m}} = 3{,}30\ \text{m/s}^2$$

Bremskraft: $F = m \cdot a = 1200\ \text{kg} \cdot 3{,}30\ \text{m/s}^2 = 3960\ \text{N}$

48.3 Die beschleunigende Kraft F erhält man durch Komponentenzerlegung der Gewichtskraft F_G.

Aufgaben

80. Eine Weltraumrakete hat eine Startmasse von 3000 t. Wie groß muss die Schubkraft sein, damit vierfache Erdbeschleunigung auftritt?

81. Ein PKW (m = 1,1 t) erreicht durch eine Antriebskraft von 3200 N in 5 s eine Endgeschwindigkeit von 120 km/h. Wie groß war die Anfangsgeschwindigkeit?

82. Ein Fahrzeug (m = 920 kg) wird aus dem Stillstand auf 45 km/h beschleunigt. Welche Antriebskraft ist erforderlich, wenn die Beschleunigungsstrecke 30 m beträgt?

83. Ein Fahrzeug mit einer Masse von 965 kg wird durch eine Bremskraft von 5400 N aus einer Geschwindigkeit von 85 km/h vollständig abgebremst. Berechne Bremszeit und Bremsweg.

Die Kraft wirkt normal zur Bahnrichtung

Wird etwa ein Tennisball unter Zwischenschaltung eines Kraftmessers an einer Schnur im Kreis bewegt, kann man Folgendes beobachten: Trotz konstanter Bahngeschwindigkeit zeigt der Kraftmesser eine bestimmte Kraft an. Sie ist zum Kreismittelpunkt hin gerichtet und zwingt offenbar den Körper auf die Kreisbahn. Wir nennen sie *Zentripetalkraft* F_z.

In einer Versuchsreihe lässt sich der Zusammenhang zwischen Zentripetalkraft, Masse, Geschwindigkeit und Radius bestimmen (Abb. 49.1).

$$F_z \sim m\,,\quad F_z \sim v^2\,,\quad F_z \sim \frac{1}{r}$$

Daraus folgt: $F_z \sim m\,\frac{v^2}{r}$

In einem weiteren Versuch wird der Proportionalitätsfaktor bestimmt, der es gestattet, die Proportion in eine Gleichung umzuwandeln: Für m, v und r werden bestimmte Werte gewählt, der Betrag von F_z wird abgelesen. Man erhält den Proportionalitätsfaktor 1.

$$F_z = m\,\frac{v^2}{r}$$

Der Faktor $\frac{v^2}{r}$ besitzt die Einheit einer Beschleunigung:

$$\left[\frac{v^2}{r}\right] = \frac{(1\ \text{m/s})^2}{1\ \text{m}} = 1\ \text{m/s}^2$$

Für $\frac{v^2}{r}$ schreiben wir kurz a_z und nennen diese Größe *Zentripetalbeschleunigung*.

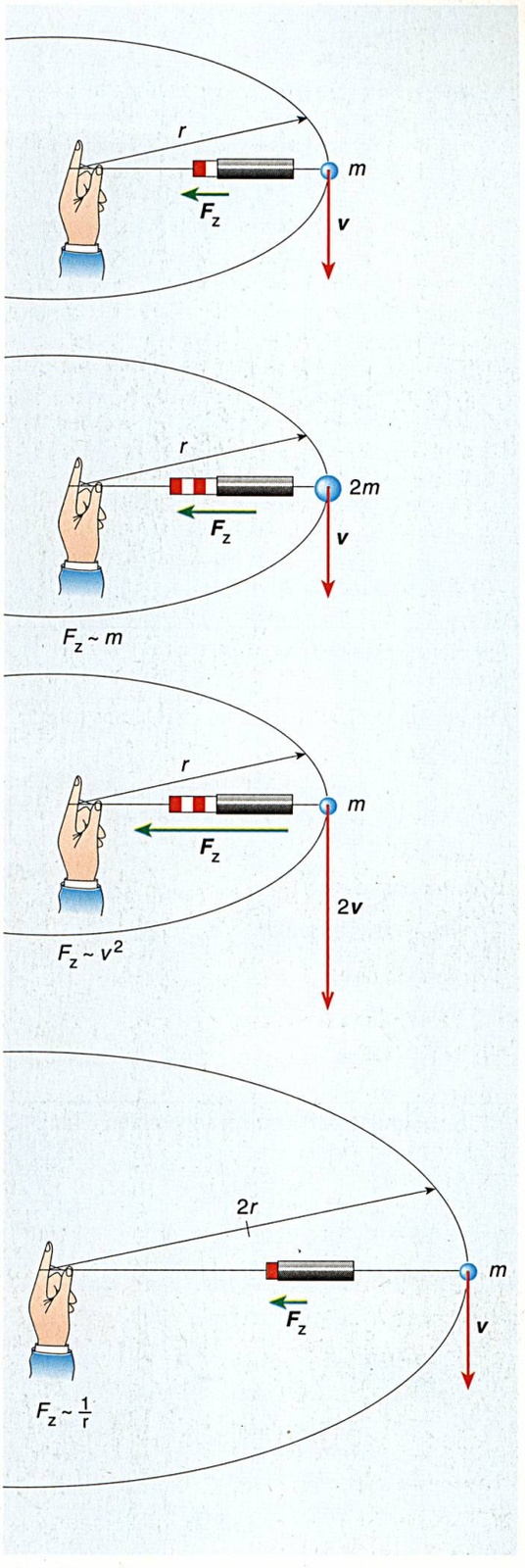
$$F_z = m\,a_z$$

Da die Masse m stets positiv ist, sind die Vektoren $\boldsymbol{F}_z$ und $\boldsymbol{a}_z$ gleich orientiert. $\boldsymbol{a}_z$ zeigt zum Rotationszentrum.

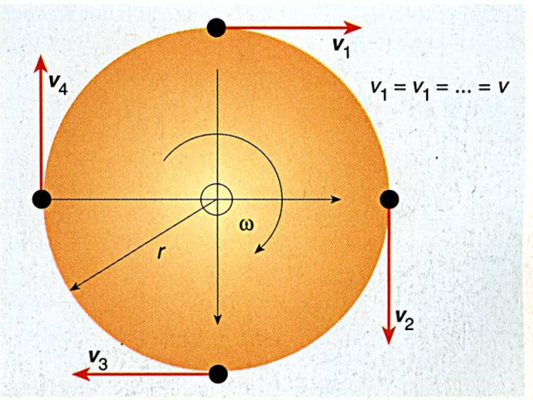
$$\boldsymbol{F}_z = m\,\boldsymbol{a}_z$$

Da der Tennisball mit konstanter Geschwindigkeit seine Kreisbahnen zieht, erhebt sich die Frage, wo die Zentripetalbeschleunigung a_z auftritt. Erinnern wir uns: Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle Größe. Eine Änderung dieser Größe in einem bestimmten Zeitintervall nennt man Beschleunigung. Bei der konstanten Drehbewegung ändert der Geschwindigkeitsvektor zwar nicht seinen Betrag, aber ständig seine Richtung. Damit erfährt dieser Vektor in jedem Zeitintervall eine Änderung $\Delta\boldsymbol{v}$. Anders formuliert:

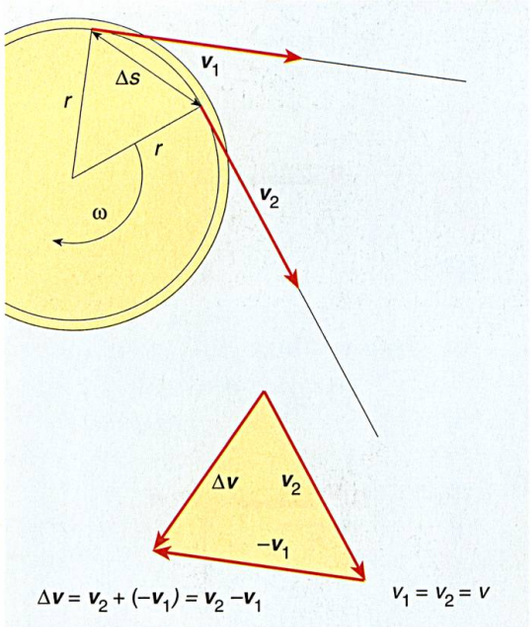
Der Tennisball erfährt im Zeitintervall Δt die *Beschleunigung* $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.



49.1 Versuchsreihe zur Zentripetalkraft



49.2 Die Geschwindigkeitsvektoren haben verschiedene Richtungen, ihre Beträge sind gleich.



Für ein sehr kleines Δt gilt:
$\Delta s = v\ \Delta t$

Die beiden Dreiecke sind ähnlich. Daraus folgt:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r}$$

$$\Delta v = \frac{v}{r}\ \Delta s = \frac{v}{r}\ v\ \Delta t$$

Somit erhalten wir:

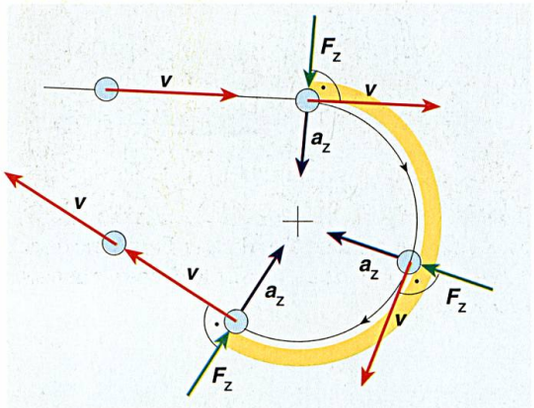
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$ Das bedeutet: $a_z = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Wir formen um:

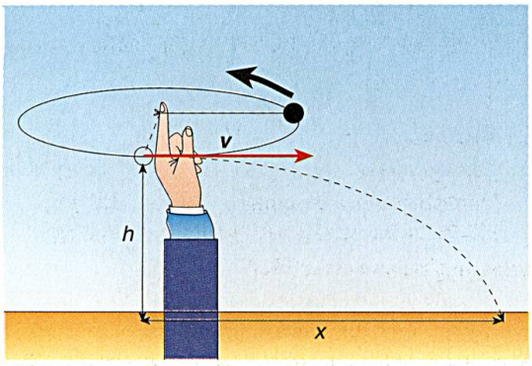
$v = \omega\ r \qquad v^2 = \omega^2\ r^2$

$$a_z = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

50.1 Berechnung der Zentripetalbeschleunigung



50.2 Die Zentripetalkraft zwingt den Körper zu einer gleichförmigen Kreisbewegung. Nach dem Aufhören der Kraftwirkung bewegt sich der Körper tangential weiter.



50.3 Abbildung zu Beispiel C

Welche Eigenschaften hat diese Beschleunigung? Ist sie identisch mit der Zentripetalbeschleunigung? Untersuchen wir!

Abb. 50.1 und der Ableitung darunter entnehmen wir:

Die Zentripetalbeschleunigung a_z und die Beschleunigung $\Delta v/\Delta t$ des Tennisballs sind betragsgleich.

Ferner entnehmen wir Abb. 50.1:

Δv ist zum Zentrum hin gerichtet. Das bedeutet: $\Delta v/\Delta t$ weist stets auf das Rotationszentrum und ist gleich orientiert wie die Zentripetalbeschleunigung a_z.

Damit sind die Vektoren $\Delta v/\Delta t$ und a_z gleich: $a_z = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Die gleichförmige Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung. In jedem Punkt der Bahn zeigt die *Zentripetalbeschleunigung* a_z zum Kreismittelpunkt. Ursache dieser Beschleunigung ist die *Zentripetalkraft* F_z.

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$F_z = m\frac{v^2}{r} = m\,\omega^2 r$$

$$F_z = m \cdot a_z$$

Das dynamische Grundgesetz gilt somit sowohl für Kräfte in der Bahnrichtung als auch normal zu ihr.

Beispiel C

Ein Stein (m = 0,25 kg) wird an einer Schnur im Kreis (r = 60 cm) geschleudert. Der horizontale Schleuderkreis liegt in 1,7 m Höhe. Welche Zentripetalkraft muss ständig aufgebracht werden, damit der Stein eine Bahngeschwindigkeit von 30 km/h besitzt? Wie groß ist die Umlaufzeit? Wie weit fliegt der Stein, wenn die Schnur reißt? (Abb. 50.3)

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{30}{3{,}6}\ \text{m/s}\right)^2}{0{,}6\ \text{m}} = 115{,}74\ \text{m/s}^2$$

$$F_z = m\,a_z = 0{,}25\ \text{kg} \cdot 115{,}74\ \text{m/s}^2 = 28{,}94\ \text{N}$$

Umlaufzeit: $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$ $\qquad T = 0{,}45\ \text{s}$

Wurfzeit: $h = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\qquad t = 0{,}59\ \text{s}$

Wurfweite: $x = v\,t = 4{,}9\ \text{m}$

Aufgaben

84. Berechne die am Äquator vorhandene Zentripetalbeschleunigung der Erde. (Erdradius r = 6380 km)

85. Eine Wäscheschleuder hat eine Drehzahl von 1400 U/min. Das Wievielfache der Fallbeschleunigung beträgt die Zentripetalbeschleunigung in 20 cm Entfernung von der Drehachse?

86. Welche Zentripetalkraft ist erforderlich, um einen Stein (0,42 kg) an einer 80 cm langen Schnur so im Kreis zu schleudern, dass er in 1 s drei Umdrehungen durchführt?

87. Ein Stein rotiert an einer Schnur mit einer Bahngeschwindigkeit von 40 km/h. Die nötige Zentripetalkraft beträgt 100 N.
a) Welche Zentripetalkraft ist für 80 km/h erforderlich?
b) Welche Zentripetalkraft ist bei 40 km/h und doppelter Schnurlänge nötig?
c) Wie wurde die Schnurlänge geändert, wenn bei 40 km/h die Zentripetalkraft 25 N beträgt?

88. Eine Metallkugel (2 kg) rotiert an einem 1 m langen Draht (3 mm Durchmesser). Bei welcher Drehzahl (U/min) erreicht die Zugspannung 100 N/mm^2?

8.4 Gewichtskraft und Masse

Gewichtskraft

Jeder Körper wird von der Erde angezogen. Diese anziehende Kraft heißt *Gewichtskraft, Schwerkraft* oder *Erdanziehungskraft.*

Dabei können die typischen Wirkungen einer Kraft - Beschleunigung bzw. Verformung - beobachtet werden. Die Gewichtskraft greift im Schwerpunkt des Körpers an und ist zum Erdmittelpunkt hin gerichtet.

Für jede Kraft, die einen Körper beschleunigt, gilt das dynamische Grundgesetz $F = m\,a$. Daher gilt für die Gewichtskraft:

Gewichtskraft = Masse · Fallbeschleunigung

$$F_G = m\,g$$

Die Gewichtskraft F_G ist jene Kraft, die einer Masse m die Fallbeschleunigung g erteilt. Nun ist aber die Gewichtskraft ortsabhängig. Nach dem dynamischen Grundgesetz muss auch die Fallbeschleunigung ortsabhängig sein.

Auf eine Masse von 1 kg wirkt folgende Gewichtskraft:

Am Pol: $F_G = 1\text{ kg} \cdot 9{,}83\text{ m/s}^2 = 9{,}83\text{ N}$

Am Äquator: $F_G = 1\text{ kg} \cdot 9{,}78\text{ m/s}^2 = 9{,}78\text{ N}$

In Österreich: $F_G = 1\text{ kg} \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2 = 9{,}81\text{ N}$

Wir rechnen mit 9,81 m/s^2, bei Überschlagsrechnungen mit 10 m/s^2.

Beispiel A

Die Fallbeschleunigung auf dem Mond ist rund ein Sechstel der Erdbeschleunigung. Der Tornister des Astronauten hat eine Masse von 84 kg. Welche Gewichtskraft F_1 erfährt dieser auf der Erde, welche Gewichtskraft F_2 auf dem Mond?

$F_1 = 84\text{ kg} \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2 = 824\text{ N}$

$F_2 = 84\text{ kg} \cdot \frac{9{,}81}{6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 137\text{ N}$

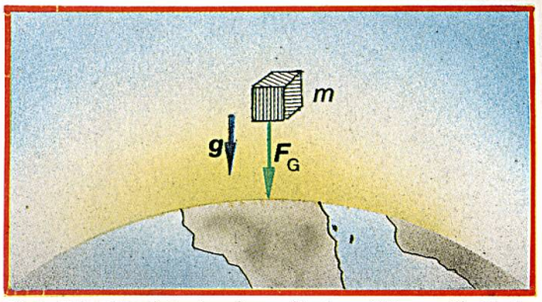
Die Masse ist eine unveränderliche Eigenschaft eines Körpers. Die Gewichtskraft dagegen ist ortsabhängig.

Die Messung der Masse mit der gleicharmigen Balkenwaage

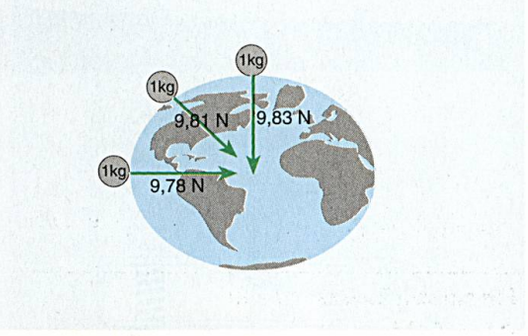
Mit Hilfe von Gewichtsstücken wird Gleichgewicht eingestellt. Im Gleichgewichtsfall ist das linksdrehende Moment M_1 gleich dem rechtsdrehenden M_2:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ F_1\,l &= F_2\,l \qquad | : l \\ F_1 &= F_2 \\ m_1\,g &= m_2\,g \qquad | : g \\ m_1 &= m_2 \end{aligned}$$

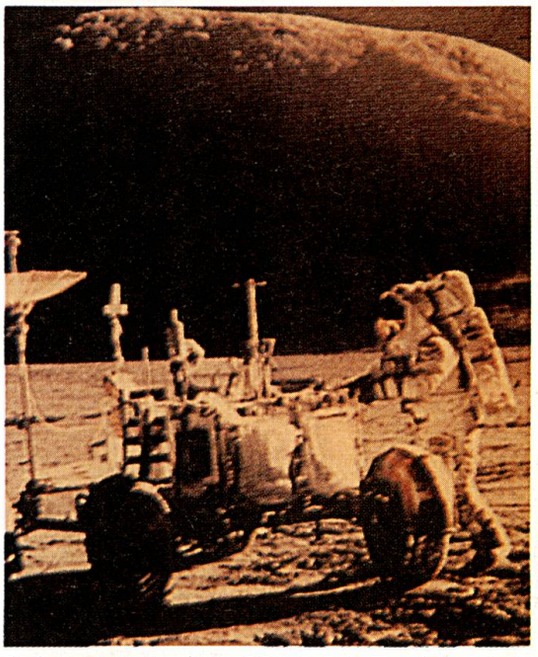
Mit der Balkenwaage werden Massen miteinander verglichen.

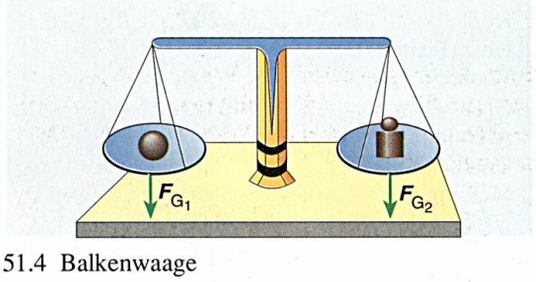


51.1 Die Gewichtskraft erteilt dem Körper die Erdbeschleunigung.



51.2 Die Gewichtskraft ist ortsabhängig.


51.3 Astronaut auf dem Mond: Sein Tornister wiegt 84 kg - könnte er sich auf der Erde ebenso mühelos fortbewegen?



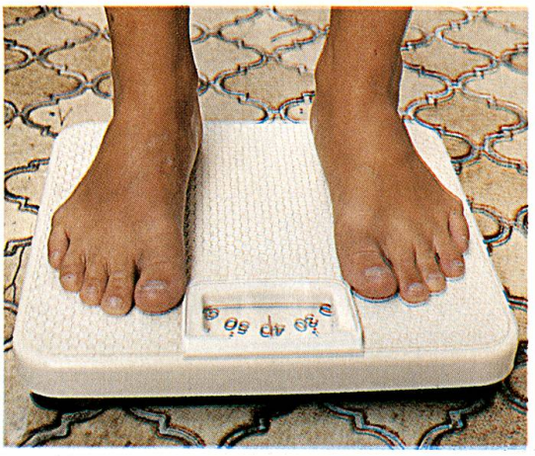
51.4 Balkenwaage

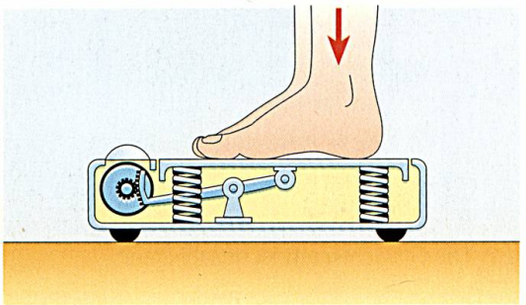
"Das Gewicht"

Eigengewicht	1115 kg
Höchstzulässige Nutzlast	355 kg
Höchstzulässiges Gesamtgewicht	1470 kg

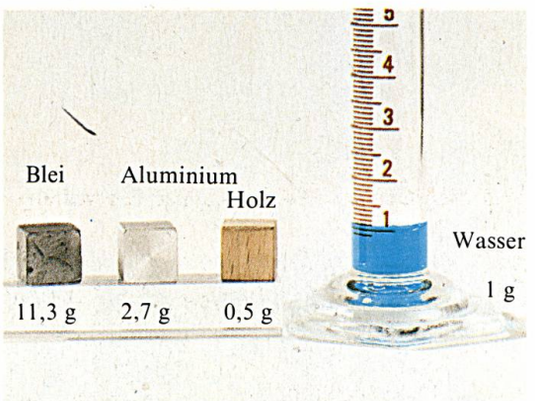
Zulassungsschein eines PKW

Im Alltag, in Handel und Wirtschaft wird mit dem Wort "Gewicht" meist die Masse des Körpers angegeben (also Vorsicht!).





52.1 Diese Personenwaage ist ein Kraftmesser.



52.2 Verschiedene Stoffe mit gleichem Volumen ($V = 1\ cm^3$) haben unterschiedliche Massen.

Dichtetabelle

Stoff	Dichte in kg/m^3 bei 20 °C
Hartschaum	15
Kork	200
Holz (Fichte)	500
Wasser	1000 [1)]
Glas	2500
Aluminium	2700
Eisen, Stahl	7800
Messing	8500
Nickel	8800
Kupfer	8900
Silber	10500
Blei	11300
Quecksilber	13600
Gold	19300

[1)] bei 4 °C

52.3 Dichte einiger Stoffe

Gebräuchliche Einheiten für die Dichte sind auch:
$1\ kg/dm^3$, $1\ g/cm^3$
$1\ kg/dm^3 = 1000\ kg/m^3$, $1\ g/cm^3 = 1\ kg/dm^3$

Die Messung der Masse mit der Federwaage

Die einfachste Form der Federwaage ist der Kraftmesser. Aber auch die Personenwaage im Haushalt ist eine Federwaage. (Abb. 52.1)

Federwaagen messen die Gewichtskraft. Die Skala ist jedoch in Masseneinheiten (kg) beschriftet.

Daher zeigt eine Federwaage nur an dem Ort, an dem sie eingestellt (kalibriert) wurde, richtige Werte an.

Aufgabe

89. Ein Körper wird an eine Schraubenfeder gehängt und verlängert diese um 10 cm. Welche Verlängerung ergäbe sich auf dem Mond?

8.5 Dichte

Der Massenvergleich verschiedener Stoffe (Materialien) ist nur sinnvoll, wenn sie das gleiche Volumen haben. $1\ cm^3$ Kupfer hat eine größere Masse als $1\ cm^3$ Aluminium.

Man bezeichnet allgemein Masse pro Volumseinheit (Masse durch Volumen) als die *Dichte* eines Stoffes. Die Dichte ist eine charakteristische Stoffkonstante.

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \qquad \rho = \frac{m}{V}$$

Einheit: $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = 1\,\frac{kg}{m^3}$

Wird eine physikalische Größe auf eine Volumseinheit bezogen, dann nennt man sie eine *spezifische Größe*. Deshalb wird die Dichte auch manchmal als *spezifische Masse* bezeichnet.

Wir sagen korrekt: Blei hat eine größere Dichte als Stahl - Blei ist spezifisch schwerer. Nicht ganz korrekt sagt man: Blei ist schwerer als Stahl.

In der Praxis kommt es vor, dass die Masse eines Körpers aus seinen Abmessungen berechnet werden muss.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m = \rho\, V$$

Beispiel A

Masse und Gewicht eines 100 m langen Kupferdrahtes von 2 mm Durchmesser sind zu berechnen.

Volumen: $V = A\,l = \frac{d^2\,\pi}{4}\,l = \frac{(2 \cdot 10^{-3}\ m)^2\,\pi}{4} \cdot 100\ m = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\ m^3$

Masse: $m = \rho\, V = 8{,}9 \cdot 10^3\ kg/m^3 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 2{,}79\ kg$

Gewichtskraft (Gewicht): $F_G = m\,g = 2{,}79\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 27{,}4\ N$

Aufgaben

90. Wieviel kg Quecksilber haben in einer Glasflasche mit einem Rauminhalt von 250 ml Platz?

91. Eine Stahlplatte (1,2 m x 0,5 m) wird beidseitig mit Nickel beschichtet. Wie groß ist die Schichtdicke, wenn 158 g Nickel verbraucht werden?

92. Eine Schaufensterscheibe ist 3,8 m lang und 2,5 m hoch. Sie hat eine Masse von 190 kg. Berechne die Dicke.

93. Ein Quader mit einer Grundfläche von $400\ cm^2$ und einer Höhe von 50 cm hat eine Masse von 170 kg. Berechne die Dichte.

94. Welche Kantenlänge besitzt ein Stahlwürfel, der auf seine Unterlage einen Druck von 20 000 Pa ausübt?

95. Ein Aluminiumbauteil zeigt an einer Federwaage auf dem Mond eine Gewichtskraft von 34 N. Wie groß ist sein Volumen?

96. Zwei Stahlkugeln haben einen Durchmesser von 20 bzw. 10 mm. Berechne ihr Massenverhältnis.

97. Ein Aluminium- und ein Kupferdraht gleicher Dicke haben gleiche Massen. In welchem Verhältnis stehen ihre Längen?

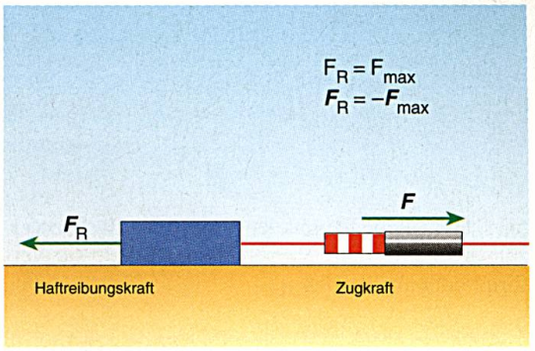
8.6 Reibung

Haftreibung (Haftung)

Haftreibung oder *Haftung* tritt auf, wenn sich zwei Körper berühren und gegeneinander verschoben werden sollen. (Abb. 53.1)

Die Zugkraft kann bis zu einem bestimmten Maximalwert anwachsen, ohne dass sich der Körper bewegt. Diese maximale Zugkraft F_{max} steht dann im Gleichgewicht mit der *Haftreibungskraft* oder *Haftung* F_R.

Der Stab wird so hoch gehoben, dass das Gewicht gerade noch nicht rutscht. Die Haftreibungskraft hält das Gewicht. Dann wird der Stab gedreht. Die jetzt wirkende Gleitreibungskraft kann das Gewicht nicht halten.

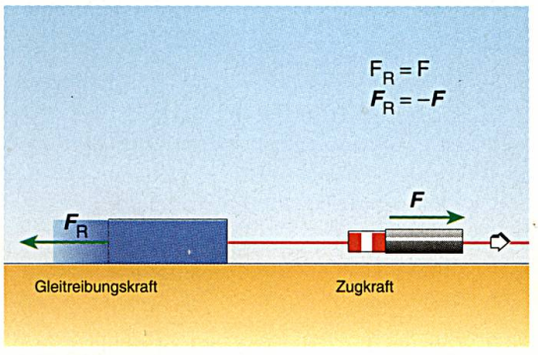


53.1 Haftreibung (Haftung)

Gleitreibung

Gleitreibung tritt auf, wenn sich zwei Körper berühren und gegeneinander verschoben werden. (Abb. 53.2)

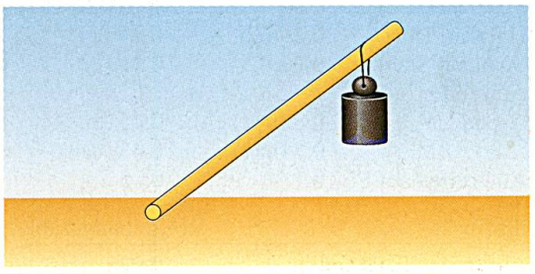
Zugkraft F und *Gleitreibungskraft* F_R sind entgegengerichtet und halten einander das Gleichgewicht. Die Gleitreibungskraft hemmt die Bewegung.



53.2 Gleitreibung

Versuch (Abb. 53.3)

Der Stab wird so hoch gehoben, daß das Gewicht gerade noch nicht rutscht. Die Haftreibungskraft hält das Gewicht. Dann wird der Stab gedreht. Die jetzt wirkende Gleitreibungskraft kann das Gewicht nicht halten.

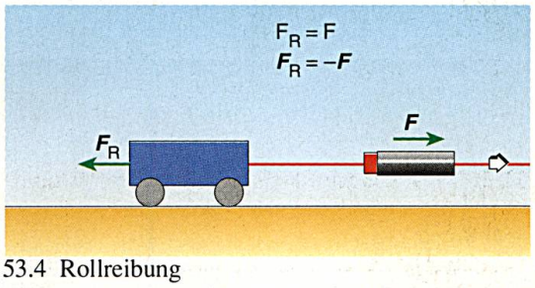


53.3 Vergleich von Haftreibung und Gleitreibung

Haftreibungskraft > Gleitreibungskraft

Rollreibung

Rollreibung tritt auf, wenn ein Körper auf einem anderen Körper abrollt.
Zugkraft und *Rollreibungskraft* sind entgegengerichtet und halten einander das Gleichgewicht. Die Rollreibungskraft ist wesentlich kleiner als die Gleitreibungskraft.
Jede Bewegung wird durch Reibung gehemmt. Man spricht auch vom *Reibungswiderstand*. Die Reibungskraft ist die Gegenkraft zur Zugkraft.

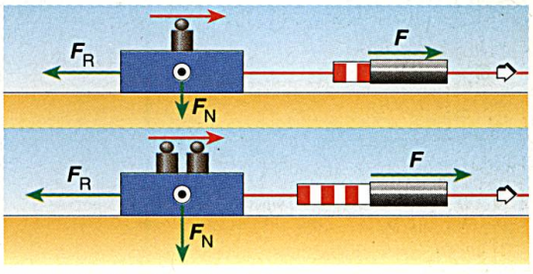


53.4 Rollreibung

Reibungsgesetz für die Gleitreibung

Versuch

Durch Auflegen verschiedener Gewichtsstücke (Abb. 53.5) werden die Berührungsflächen verschieden stark aneinandergepresst. Wie stark zwei Körper aneinandergepresst werden, wird durch die *Normalkraft* angegeben.
(Achtung: Nicht immer sind Normalkraft und Gewichtskraft identisch - vgl. Abb. 53.6)

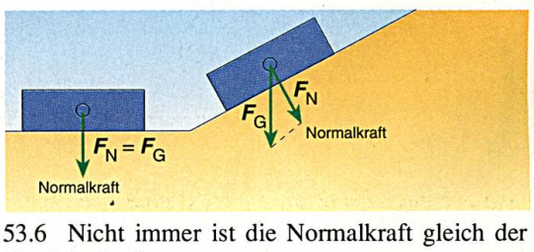


53.5 Die Reibungskraft ist proportional zur Normalkraft.

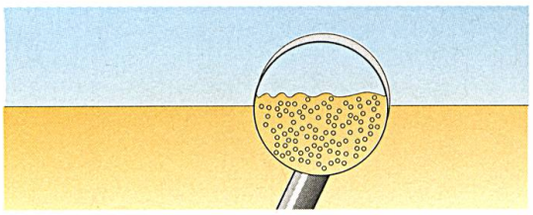
Wird die Normalkraft verdoppelt, verdreifacht, ..., dann ist auch die Reibungskraft entsprechend größer.

$F_R \sim F_N$ Die Reibungskraft ist direkt proportional zur Normalkraft.

Mit Hilfe eines Proportionalitätsfaktors μ läßt sich eine Gleichung bilden.



53.6 Nicht immer ist die Normalkraft gleich der Gewichtskraft.



54.1 Die Unebenheiten der Berührungsflächen verzahnen sich. Beim Verschieben werden sie verformt oder abgerieben.

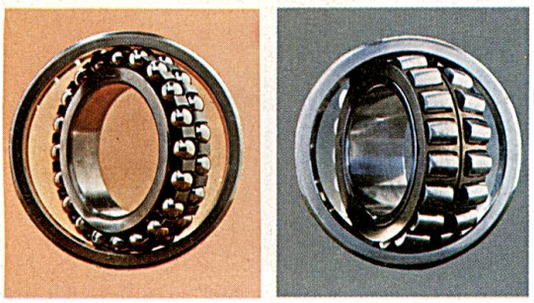
54.2 Aquaplaning - Ursache vieler Unfälle

Stoffpaar	Haftreibungszahl	Gleitreibungszahl
Holz auf Holz	0,4 - 0,6	0,2 - 0,4
Stahl auf Stahl	0,2 - 0,3	0,1 - 0,2
Autoreifen auf Asphalt	0,8 (trocken)	0,75 (trocken)
	0,5 (naß)	0,45 (naß)
Autoreifen auf Eis	0,1	0,05

Stoffpaar	Rollreibungszahl
Autoreifen auf Asphalt	0,025
Eisenbahn	0,003

54.3 Beispiele für Reibungszahlen

54.4 Verformung eines Rades beim Abrollen



54.5 Kugellager und Rollenlager

Reibungsgesetz

$F_R = \mu F_N$ μ ... *Reibungszahl, Reibungskoeffizient* der Gleitreibung

$$[\mu] = \frac{[F_R]}{[F_N]} = 1$$

μ ist eine Verhältniszahl.

Die Einfachheit des Reibungsgesetzes täuscht! Die Reibung ist ein sehr komplizierter Vorgang, der nicht vollständig berechnet werden kann. Alle nicht berechenbaren Einflüsse "stecken" in der Reibungszahl μ. Diese kann nur durch Versuche ermittelt werden und gilt nur für das betreffende Stoffpaar. Das Reibungsgesetz gilt stets auch nur näherungsweise.

Die Reibungszahl μ ist von der Stoffart und von der Beschaffenheit der Berührungsflächen abhängig.

Je rauher die Berührungsflächen sind, desto größer ist die Reibungskraft.

Betrachtet man die "glatte" Oberfläche eines Körpers unter dem Mikroskop, so findet man noch immer Unebenheiten. Die Erhebungen und Vertiefungen von Körper und Unterlage verzahnen sich ineinander. (Abb. 54.1)

Die Reibungskraft ist von der Größe der Berührungsfläche nahezu unabhängig. Das kann man einsehen, wenn man bedenkt, daß einander Körper und Unterlage eigentlich nur in drei Punkten berühren.

Schmierung vermindert die Reibung

Werden die Oberflächen der beteiligten Körper mit Schmiermitteln (Öl, Fett, ...) überzogen, dann können sich die Körper nicht berühren. Die Reibung tritt innerhalb der Schmierschicht auf. Diese "innere" Reibung ist viel geringer als die "äußere" Reibung. Auch durch Wasserschichten wird die Reibung vermindert. Man denke an eine regennasse Straße oder gar an das gefürchtete Aquaplaning. (Abb. 54.2)

Reibungsgesetz für die Haftreibung

Für die Haftreibung gilt ebenso:

$F_R = \mu_0 F_N$ μ_0 ... Reibungszahl der Haftreibung

Reibungsgesetz für die Rollreibung

Die Hauptursache für den Rollreibungswiderstand ist die Verformung des Rades oder der Unterlage (Abb. 54.4). Auch die Rollreibung kann prinzipiell durch das Reibungsgesetz beschrieben werden.

$F_R = \mu_R F_N$ μ_R ... Rollreibungszahl

Die Rollreibungszahl μ_R wird nicht nur von Stoffeigenschaften beeinflusst, sondern auch vom Radius des Rades.

Die Rollreibungszahl μ_R ist wesentlich kleiner als die Gleitreibungszahl μ.

Vorteile der Reibung

Beim Gehen und Laufen drücken wir mit einer Kraft nach hinten. Die Haftreibungskraft als Gegenkraft ist nach vorne gerichtet und ist die Antriebskraft. Der Schuh rollt auf dem Boden ab.

Beim Fahren wird die Antriebskraft des Motors durch die Haftreibung auf die Straße übertragen. Die Rollreibung hemmt die Bewegung.

Beim Bremsen wird die Bremskraft durch Reibung (Haftreibung oder Gleitreibung) auf die Straße übertragen.

Verbindungen, die mit Nägeln oder Schrauben hergestellt sind, halten dank der Haftreibung.

Beispiel A

Ein PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h auf trockener Straße. In welcher Zeit kann das Fahrzeug zum Stillstand gebracht werden? Wie groß ist der Bremsweg?

Wenn die Räder nicht blockieren, ist die Haftreibung wirksam.

Normalkraft: $F_N = F_G = m\,g$

Haftreibungskraft: $F_R = \mu_0 F_N = \mu_0 m\,g$

Bremskraft = Haftreibungskraft: $m\,a = \mu_0 m\,g$

Verzögerung: $a = \mu_0 g = 0{,}8 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 7{,}85\ \text{m/s}^2$

Bremszeit: $t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{\frac{100}{3{,}6}\ \text{m/s}}{7{,}85\ \text{m/s}^2} = 3{,}5\ \text{s}$

Bremsweg: $v^2 = 2\,a\,s \quad \Leftrightarrow \quad s = \dfrac{v^2}{2\,a} = \dfrac{(\frac{100}{3{,}6})^2}{2 \cdot 7{,}85}\ \text{m} = 49\ \text{m}$

Beispiel B

Welche Mindestzeit ist erforderlich, um einen PKW auf trockener Fahrbahn auf 80 km/h zu beschleunigen? Die Räder dürfen nicht durchdrehen, ausreichende Motorleistung ist vorhanden.

Die Gewichtskraft verteilt sich gleichmäßig auf alle vier Räder. Das Fahrzeug hat Hinterradantrieb.

Normalkraft: $F_N = \dfrac{1}{2}\,m\,g$

Haftreibungskraft: $F_R = \mu_0\,F_N = \dfrac{1}{2}\,\mu_0\,m\,g$

Antriebskraft = Haftreibungskraft: $m\,a = \dfrac{1}{2}\,\mu_0\,m\,g$

Beschleunigung: $a = \dfrac{1}{2}\,\mu_0\,g = \dfrac{1}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 3{,}92\ \text{m/s}^2$

Beschleunigungszeit: $t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{\frac{80}{3{,}6}\ \text{m/s}}{3{,}92\ \text{m/s}^2} = 5{,}7\ \text{s}$

Beispiel C (Abb. 55.3)

Mit welcher Höchstgeschwindigkeit darf eine Kurve mit einem Krümmungsradius von 150 m durchfahren werden? $\mu_0 = 0{,}8$

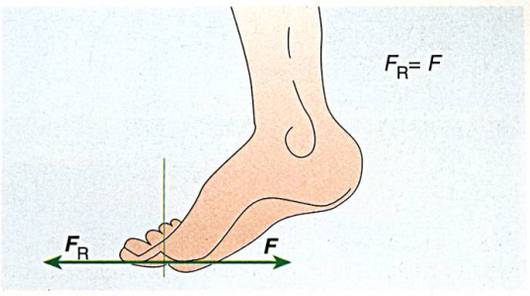
Zentripetalkraft = Haftreibungskraft:

$$m\,\frac{v^2}{r} = \mu_0\,m\,g \quad \Leftrightarrow \quad v^2 = \mu_0\,g\,r$$

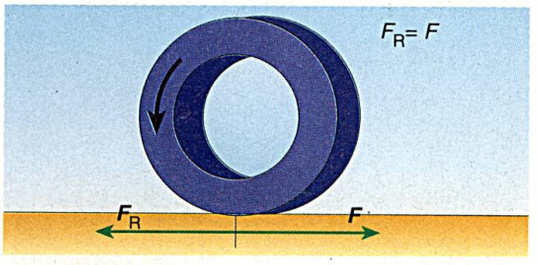
Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\mu_0\,g\,r} = \sqrt{0{,}8 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 150\ \text{m}} = 34{,}31\ \text{m/s} = 123\ \text{km/h}$$

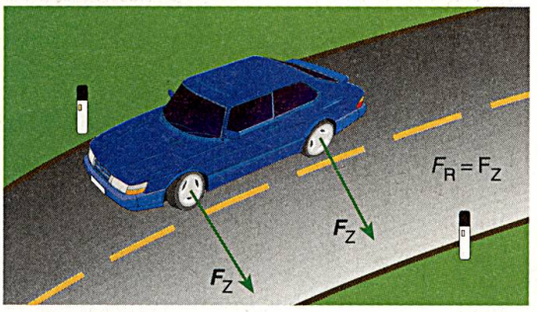
Ist die Geschwindigkeit größer, dann ist die Haftreibungskraft zu klein, um die erforderliche Richtungsänderung zu erzwingen. Das Fahrzeug kommt ins Schleudern.



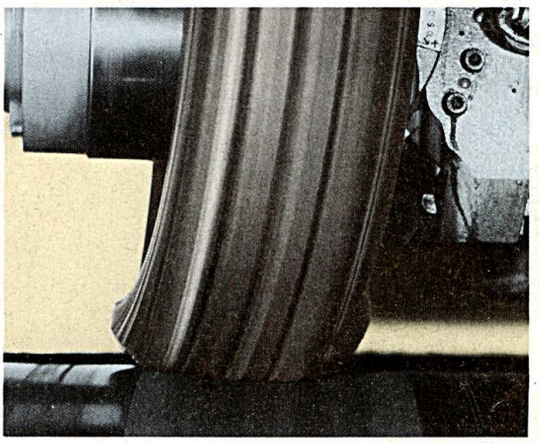
55.1 Haftreibung ermöglicht Gehen und Laufen.



55.2 Haftreibung ermöglicht das Fahren.

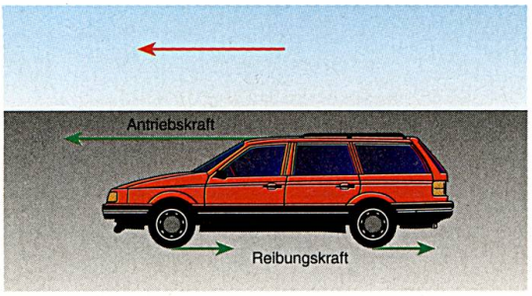


55.3 Damit ein Körper eine Kreisbahn (eine Kurve) durchfährt, muss eine Zentripetalkraft wirken. Die Haftreibungskraft ist die erforderliche Zentripetalkraft.

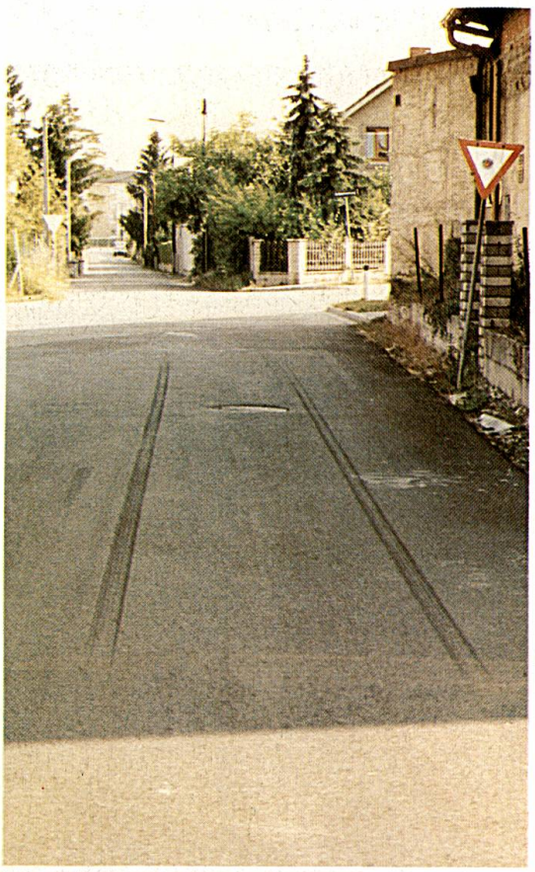


55.4 Reifen beim Kurvenfahren

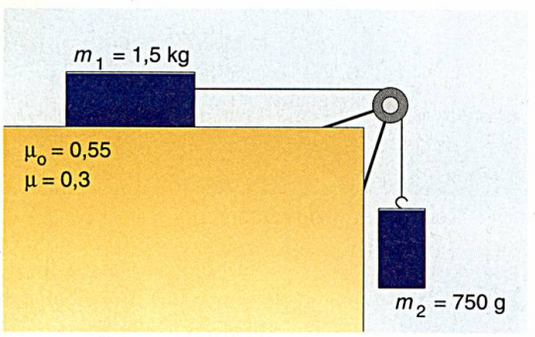
55.5 Magnetschwebebahn: keine Reibung mit der Schiene



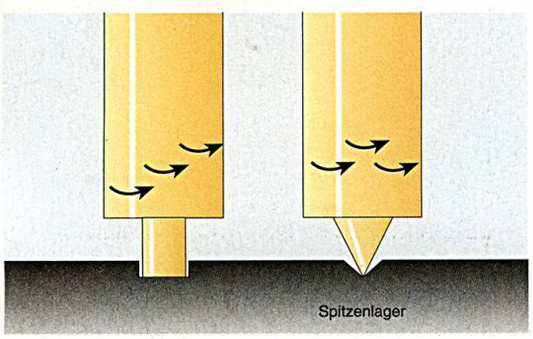
56.1 Die Rollreibungskraft ist eine bewegungshemmende Kraft.



56.2 Aus der Länge der Bremsspur läßt sich die Geschwindigkeit berechnen.



56.3 Abbildung zu Aufgabe 106



56.4 Abbildung zu Aufgabe 107

Nachteile der Reibung

Nach dem Trägheitsgesetz bleibt ein Körper im Zustand der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, solange keine Kräfte auf ihn einwirken. Da aber bei jeder Bewegung Reibungskräfte auftreten, erfordert auch eine gleichförmige, geradlinige Bewegung eine ständige Antriebskraft.

Beispiel D

Welche Antriebskraft ist erforderlich, damit sich ein Fahrzeug (m = 1200 kg) auf einer geraden, horizontalen Straße gleichförmig bewegt?

Die Rollreibungskraft ist die bewegungshemmende Kraft. Antriebskraft und Rollreibungskraft sind im Gleichgewicht. Die Summe aller einwirkenden Kräfte ist Null, das Fahrzeug bewegt sich gleichförmig weiter.

Antriebskraft = Rollreibungskraft

$$F = F_R = \mu_R F_N = \mu_R m g$$

$$F = 0{,}025 \cdot 1200\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 294\ \text{N}$$

Aufgaben

98. Ein Körper mit einer Masse von 5 kg wird auf einer horizontalen Unterlage durch eine Zugkraft von 12,5 N gleichförmig bewegt. Wie groß ist die Gleitreibungszahl?

99. Eine 150 kg schwere Kiste steht auf dem Boden. Kann sie von jemandem weggeschoben werden, der eine Kraft von 500 N aufbringt? $\mu_0 = 0{,}5$

100. Ein Auto mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h wird ohne Blockieren der Räder zum Stillstand gebracht. Berechne den Bremsweg bei
a) trockener Fahrbahn, b) Glatteis.

101. Durch ein plötzlich auftauchendes Hindernis wird ein Autofahrer bei 60 km/h auf nasser Straße zu einer Schnellbremsung gezwungen. Wie groß ist der minimale Anhalteweg unter Berücksichtigung der "Schrecksekunde" und der Gleitreibung wegen blockierender Räder?

102. Ein Testfahrer schaltet auf einer ebenen, geraden Teststrecke bei einer Geschwindigkeit von 75 km/h den Motor ab und lässt das Fahrzeug ausrollen. Wie weit rollt es?

103. Mit welcher Geschwindigkeit wurde ein Eisstock weggeschossen, wenn er nach 30 m stehenbleibt? $\mu = 0{,}02$

104. Aus der Länge der Bremsspur (32 m) soll die Geschwindigkeit des Fahrzeuges vor dem Bremsen berechnet werden. $\mu = 0{,}75$

105. Für welche Reibungszahl gilt die folgende Faustregel zur Berechnung des Bremsweges?

$$\text{Bremsweg} = \left(\frac{v\,(\text{km/h})}{10}\right)^2$$

106. Berechne aus Abb. 56.3:
a) Kann die Masse m_1 durch die Masse m_2 in Bewegung versetzt werden?
b) Welche Masse m_2 muß man an die Schnur hängen, damit die Masse m_1 gerade in Bewegung gerät?
c) Welche Masse m_2 ist für eine gleichförmige Bewegung der Masse m_1 erforderlich?

107. Warum gibt man den Enden einer Achse (Abb. 56.4) die Form eines Kegels? Wird dadurch die Reibungskraft kleiner?

108. Für eine Kurve mit einem Krümmungsradius von 100 m besteht eine Geschwindigkeitsbegrenzung von 50 km/h. Welche Reibungszahl μ_0 wurde hier angenommen?

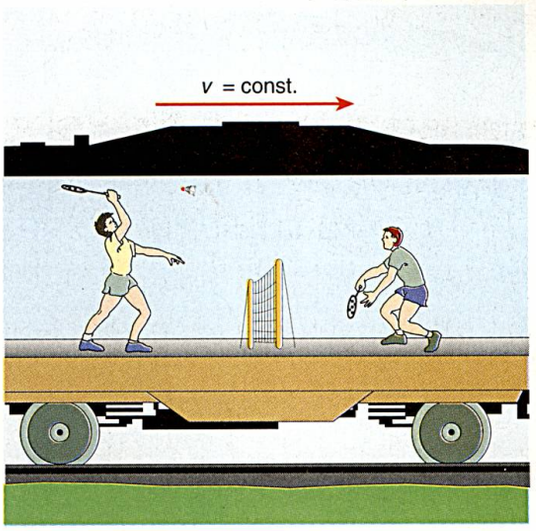
Kontrollfragen

1. Was sagt das Trägheitsgesetz aus?
2. In welcher Einheit wird die Masse angegeben?
3. Erkläre das dynamische Grundgesetz.
4. Wie ist die Einheit der Kraft definiert?
5. Unter welchen Bedingungen bewirkt eine Kraft nur die Änderung des Geschwindigkeitsbetrages und unter welchen nur die Änderung der Bahnrichtung?
6. Welche Bedeutung hat die Zentripetalkraft?
7. Gib drei verschiedene Formeln für die Zentripetalbeschleunigung an.
8. Was ist die Gewichtskraft, wie kann sie berechnet werden?
9. Beschreibe den prinzipiellen Unterschied zwischen Balkenwaage und Federwaage.
10. Was versteht man unter der Dichte eines Stoffes?
11. In welchen Einheiten wird die Dichte angegeben, und wie kann man diese umrechnen?
12. Beschreibe die verschiedenen Reibungsarten.
13. Was sagt das Reibungsgesetz aus?
14. Von welchen Faktoren ist die Reibungszahl abhängig?
15. Welche Bedeutung hat die Reibung beim Gehen, Fahren und Bremsen?

8.7 Trägheitskräfte

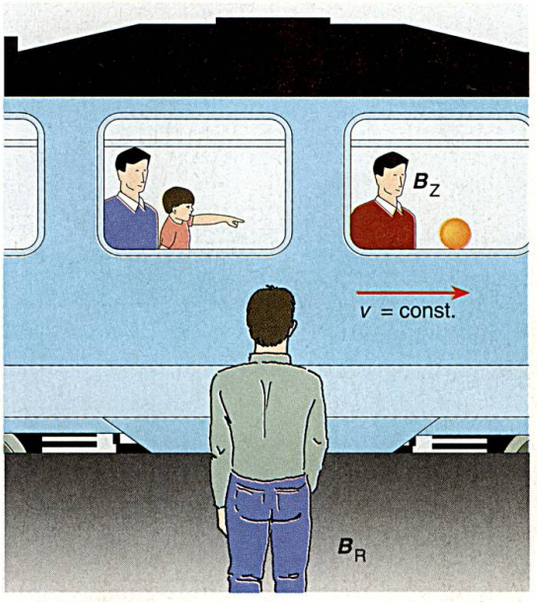
Inertialsysteme

Für zwei Spieler in einem geradlinig gleichförmig bewegten Zug läuft das Federballspiel ab, als wäre der Zug in Ruhe. Ist der Waggon nach allen Seiten hin abgeschlossen, so können die Spieler nicht feststellen, ob sie in Bewegung oder in Ruhe sind. (Abb. 57.1)



57.1 Egal, ob $v = 0$ oder $v = const.$: Das Spiel läuft gleich ab.

Wollen wir als im Waggon befindliche Fahrgäste die Geschwindigkeit des Federballs messen, so betrachten wir uns als ruhend. Wir legen also ein *Bezugssystem* fest. Dabei wird die Bewegung des Zuges gegenüber der Erde außer Betracht gelassen.



57.2 Beide Beobachter stellen fest: Es wirkt keine Kraft auf die Orange.

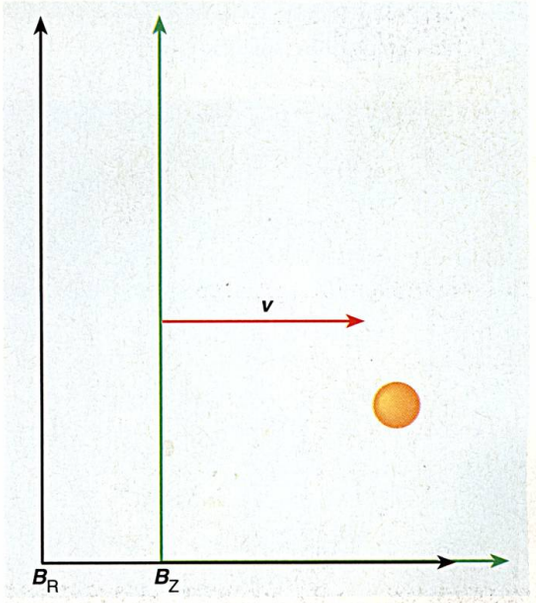
Bewegung ist eine Ortsveränderung relativ zu einem Bezugssystem. Es gibt kein absolutes Bezugssystem, das sich vor allen anderen auszeichnet. Daher gibt es auch keine absolute Bewegung, sondern nur *Relativbewegungen* zu willkürlich gewählten Bezugssystemen.

Eine Orange auf dem Fensterbrett des Abteils befindet sich in Ruhe relativ zum Bezugssystem "Eisenbahnabteil" (Abb. 57.2). Sie ändert ihren Bewegungszustand nicht, da keine Kraft auf sie wirkt. Die Orange bewegt sich geradlinig gleichförmig relativ zur Brücke, über die der Zug eben fährt. Aber auch bei dieser Betrachtungsweise ändert sie ihren Bewegungszustand nicht: sie bewegt sich geradlinig gleichförmig. Somit gilt in beiden Bezugssystemen das Trägheitsgesetz.

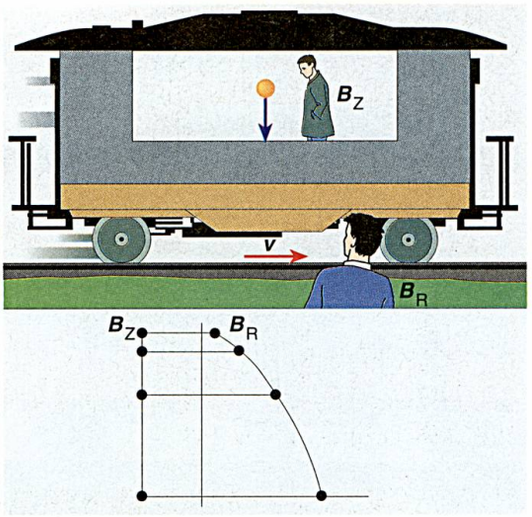
Bezugssysteme, in denen das Trägheitsgesetz gilt, heißen *Inertialsysteme.*

Das Bezugssystem "Eisenbahnabteil" bewegt sich geradlinig gleichförmig gegenüber dem Bezugssystem "Brücke". Alle Bezugssysteme, die gegenüber einem Inertialsystem ruhen oder sich geradlinig gleichförmig bewegen, sind selbst Inertialsysteme. Man kann zeigen:

In allen Inertialsystemen gelten dieselben Naturgesetze (*spezielles Relativitätsprinzip*).



57.3 Nimmt man das Bezugssystem "Brücke" als ruhend an, bewegt sich das Bezugssystem "Eisenbahnabteil" geradlinig gleichförmig zu diesem.



58.1 Abbildung zu Beispiel A

Beispiel A (Abb. 58.1)

Zwei Beobachter B_Z (im Zug mitbewegt) und B_R (außerhalb des Zuges ruhend) vergleichen die Flugbahn beim freien Fall einer Kugel. Warum gilt für die Kugel von beiden Beobachtungsstandpunkten aus das Fallgesetz?

B_Z: Die Kugel führt einen freien Fall durch.

B_R: Die Kugel beschreibt die Bahn einer zusammengesetzten Bewegung:

1. Sie besitzt die gleichförmig geradlinige Bewegung des Zuges.
2. Sie führt die gleichmäßig beschleunigte Bewegung des freien Falls durch.

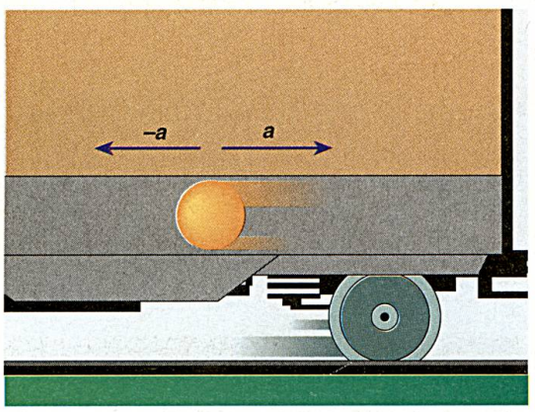
Aufgrund des Unabhängigkeitsprinzips misst B_R dieselbe Fallzeit wie B_Z. Somit ist das Fallgesetz in beiden Systemen gültig.

Geradlinig beschleunigte Bezugssysteme

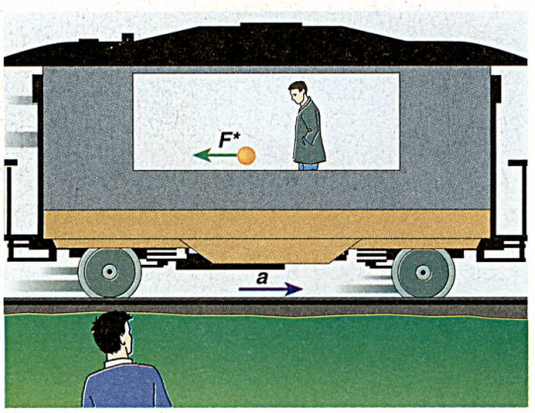
Eine im Zug liegende Kugel rollt nach "hinten", wenn der Zug seine Fahrt beschleunigt. Diese Erscheinung ist in einem geradlinig gleichförmig bewegten System nicht möglich. (Abb. 58.2)

Es besteht ein grundlegender Unterschied zwischen Inertialsystemen und beschleunigten Bezugssystemen.

In Inertialsystemen spielen sich physikalisch alle Vorgänge völlig ungestört und gänzlich unabhängig davon ab, mit welcher Geschwindigkeit die Bezugssysteme sich bewegen. In einem beschleunigten Bezugssystem dagegen treten stets zusätzliche Kräfte auf, die in einem Inertialsystem fehlen. Diese Kräfte heißen *Trägheitskräfte*.



58.2 Der Zug ist ein beschleunigtes Bezugssystem.



58.3 Abbildung zu Beispiel B

Beispiel B (Abb. 58.3)

Wie wird die Bewegung einer reibungsfrei gelagerten Kugel bei Beschleunigung des Zuges aus dem Ruhestand von einem ruhenden bzw. dem mitbewegten System aus gesehen?

Ruhender Beobachter

Die Kugel bleibt in Ruhe. Bei reibungsloser Lagerung greift keine Kraft an ihr an. Der mitbewegte Beobachter entfernt sich somit von der Kugel.

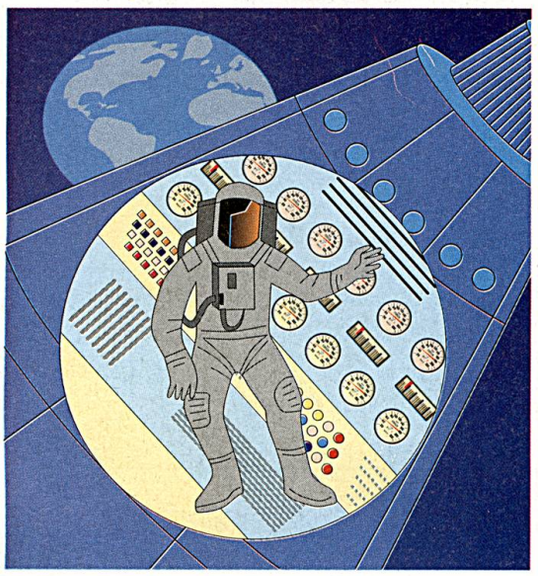
Mitbewegter Beobachter

Die Kugel bewegt sich beschleunigt nach links. Es greift eine nach links gerichtete Kraft an, die *Trägheitskraft*.

Es gilt: $\boldsymbol{F^*} = -m\,\boldsymbol{a}$

Für Berechnungen verwenden wir die Betragsgleichung: $F^* = m\,a$

Trägheitskräfte treten in beschleunigten Bezugssystemen auf. Sie werden nur vom mitbewegten Beobachter festgestellt.



58.4 Abbildung zu Beispiel C

Beispiel C

Gib zwei Möglichkeiten an, im Inneren eines sich bewegenden Raumschiffes einen Zustand zu simulieren, sodass die Astronauten dasselbe "Gewicht" wie auf der Erde besitzen.

1. Möglichkeit: Man nutzt das Antriebssystem des Raumschiffes zu einer gleichmäßigen Beschleunigung mit $a = g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Der Astronaut stellt fest, daß er nach "unten" gedrückt wird. Die Begriffe "oben" und "unten" hängen folglich mit der Richtung des Beschleunigungsvektors zusammen. "Unten" ist entgegen der Richtung von $\boldsymbol{a}$. Das Gewicht des Mannes ist somit $F = m\,a$. Das physiologische Gefühl von Gewicht hängt davon ab, wie schwer es ist, Arme oder Beine zu heben. Der Mensch spürt Gewichtsveränderungen mit Hilfe seines Gleichgewichtssinnes.

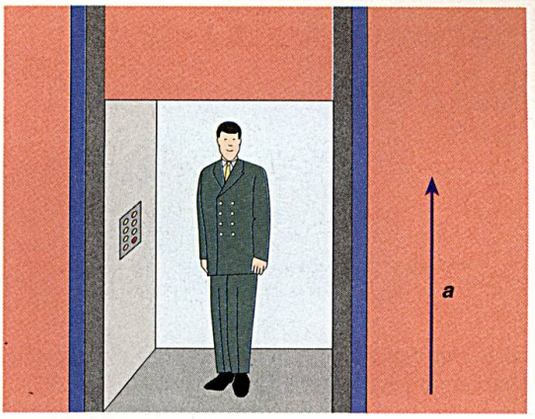
2. Möglichkeit: Das Raumschiff wird mit $9{,}81\ \text{m/s}^2$ gleichmäßig verzögert.

Aufgaben

109. Ein Mann mit der Masse $m = 80$ kg wird in einem Aufzug mit 2 m/s² beschleunigt. Berechne die Gesamtkraft, die auf den Mann wirkt (Abb. 59.1).
a) bei Beschleunigung nach oben, b) bei Beschleunigung nach unten.

110. Warum werden die Insassen eines Autos beim Anfahren in die Sitze gedrückt?

111. Zeitweise kann die Straßenbahn als Inertialsystem angesehen werden, zeitweise nicht. Welche Bedeutung hat in diesem Zusammenhang die Hinweistafel in Straßenbahnen: "Bitte Haltegriffe verwenden!" ?

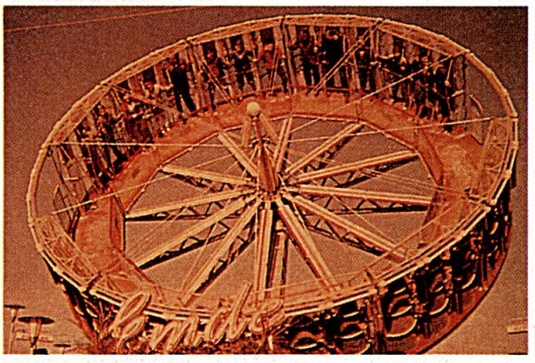


59.1 Abbildung zu Aufgabe 109

Rotierende Bezugssysteme

Wie bereits bei der Dynamik der Kreisbewegung behandelt, muss jeder Körper auf einer Kreisbahn zum Mittelpunkt des Kreises hin beschleunigt werden. Die wirkende Kraft wird von einem ruhenden Beobachter als Zentripetalkraft bezeichnet. Die Menschen in der "Höllenzentrifuge" als mitbewegte Beobachter stellen eine nach außen wirkende Kraft fest, die *Zentrifugalkraft* (Fliehkraft). Die Zentrifugalkraft F_Z^* ist daher eine Trägheitskraft, die in einem rotierenden Bezugssystem auftritt. (Abb. 59.2)

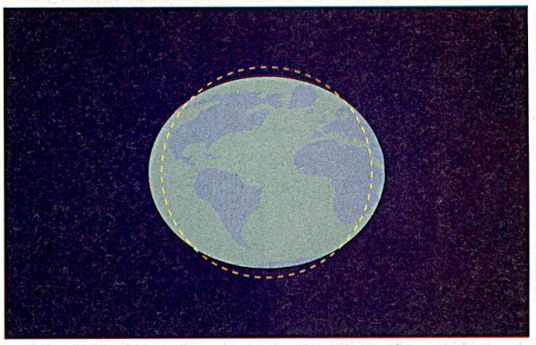
Die Zentripetalkraft wird von einem ruhenden Beobachter, die Zentrifugalkraft von einem mitbewegten Beobachter festgestellt.


59.2 In der "Höllenzentrifuge"

Die Zentrifugalkraft ist entgegengesetzt gleich groß wie die Zentripetalkraft. Somit gilt:

$$F_Z^* = m\,a_Z\ ,\ a_Z = \omega^2\ r = \frac{v^2}{r}$$
$$\boldsymbol{F}_Z^* = -m\,\boldsymbol{a}_Z$$

Die beiden Kräfte dürfen nicht nach dem Prinzip Aktion = Reaktion betrachtet werden, da sie von verschiedenen Bezugssystemen aus gesehen werden. Wegen ihrer betragsmäßigen Gleichheit können sie rechnerisch wie Gegenkräfte behandelt werden.


59.3 Abplattung der Erde: Infolge der Rotation um ihre Achse hat die Erde die Gestalt eines Ellipsoids angenommen, d.h. es ist zu einer Abplattung an den Polen und einer Massenanhäufung am Äquator gekommen.

Beispiel D

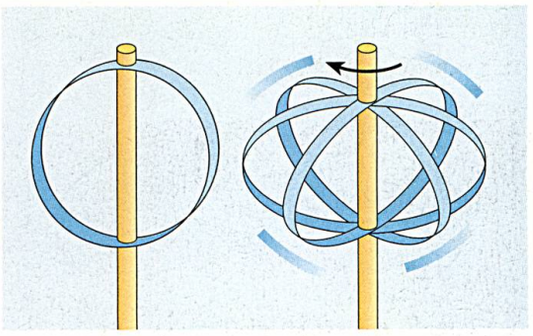
Ein Mensch kann kurzzeitig in bestimmter Körperposition mit dem Neunfachen der Erdbeschleunigung belastet werden. Welchen minimalen Kurvenradius darf ein Pilot für das Durchfliegen einer Schleife wählen, wenn das Flugzeug eine Geschwindigkeit von 800 km/h hat?

$v = 800\ \text{km/h} = 222{,}2\ \text{m/s}$

$$\frac{v^2}{r} = 9\ g \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{v^2}{9\,g}$$

$$r = \frac{(222{,}2\ \text{m/s})^2}{9 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 559\ \text{m}$$

Der kleinstmögliche Radius beträgt 559 m.


59.4 Versuch zur Erdabplattung

Anwendungen

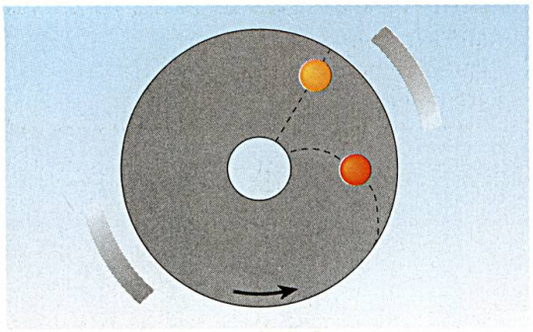
Fliehkraftregler

Zwei rotierende Massen streben nach außen. Zugleich werden sie auch emporgehoben. Dabei drosselt eine Hebelübertragung die Dampfzufuhr zur Maschine. Dadurch wird die Drehzahl herabgesetzt und die Massen senken sich wieder usw. (Abb. 59.5)

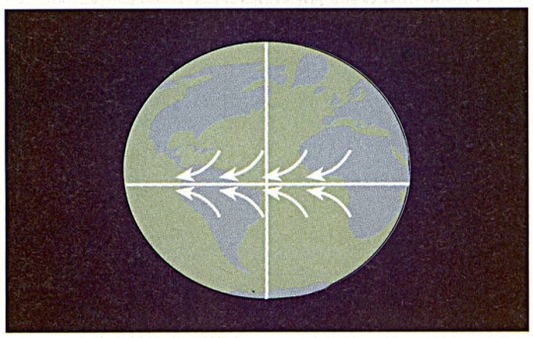
59.5 Fliehkraftregler

Zentrifugen

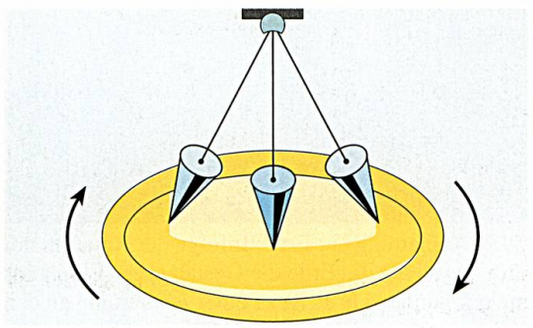
Zentrifugen dienen zur Entwässerung von Textilien und Kohle sowie zur Trennung von Flüssigkeiten unterschiedlicher Dichte. Man kann so Fremdkörper,



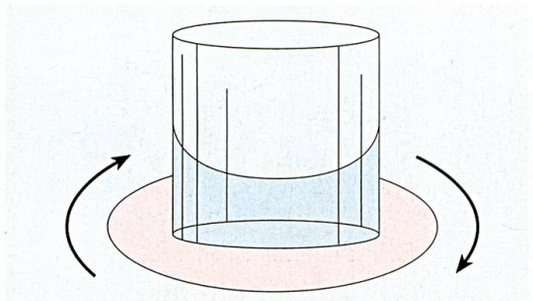
60.1 Für den mitbewegten Beobachter wirkt eine Kraft auf die Kugel (Corioliskraft).



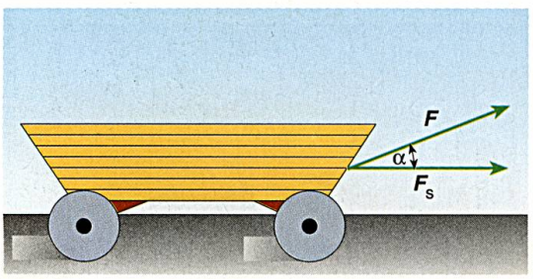
60.2 Mit Hilfe der Corioliskraft lässt sich die Rechtsablenkung der Winde auf der Nordhalbkugel und die Linksablenkung auf der Südhalbkugel der Erde erklären.
Passate sind Winde, die sich zwischen dem subtropischen Hochdruckgürtel auf der Nord- bzw. Südhalbkugel und der äquatorialen Tiefdruckrinne ausbilden.



60.3 Abbildung zu Aufgabe 112



60.4 Abbildung zu Aufgabe 115



60.5 F_s ist die Komponente der Kraft in Wegrichtung.

Niederschläge, Bakterien sehr rasch zur Abscheidung bringen. Für diese Zwecke werden häufig Ultrazentrifugen mit Drehzahlen bis zu 120 000 Umdrehungen/min verwendet.

In der Milchzentrifuge werden die Bestandteile der Milch, Magermilch und Rahm, getrennt. Die Magermilch sammelt sich außen, der Rahm wird nahe der Drehachse abgesaugt.

Corioliskraft

Eine Kugel wird von der Mitte nach außen mit der Geschwindigkeit v gerollt, wobei sich die Scheibe mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht. (Abb. 60.1)

Ruhender Beobachter:	Mitbewegter Beobachter:
Die Kugel rollt geradlinig. Die Scheibe dreht sich unter der Kugel weiter.	Während der Bewegung wird die Kugel quer zu ihrer Bahn beschleunigt. Ihre Bahn wird nach rechts gekrümmt.

Die Corioliskraft ist eine Trägheitskraft, welche von einem mitbewegten Beobachter in einem rotierenden System festgestellt wird.

Aufgaben

112. Ein Pendel mit tintegefülltem Pendelkörper, der eine freie Öffnung aufweist, wird in Schwingungen versetzt. Gleichzeitig beginnt sich die Scheibe zu drehen. Skizziere die Bahn, die der Tintenstrahl auf der Scheibe zieht. (Abb. 60.3)

113. Wievielmal schneller müsste die Erde rotieren, damit am Äquator die Erdbeschleunigung verschwinden würde? ($r = 6378$ km, $g = 9{,}78$ m/s^2)

114. Wir betrachten einen Ball, der auf der Nordhalbkugel der Erde horizontal geworfen wird.
a) Erfährt die Bahn des Balles durch die Corioliskraft von der werfenden Person aus gesehen eine Ablenkung nach rechts oder links?
b) Wie lautet die Antwort, wenn der Ball auf der Südhalbkugel geworfen wird?

115. Welche Flüssigkeitsoberfläche bildet sich aus, wenn ein zylindrisches Gefäß mit einer Flüssigkeit um seine Achse rotiert? Erkläre anhand einer Skizze die an einem Flüssigkeitsteilchen angreifenden Kräfte. (Abb. 60.4)

Kontrollfragen

1. Was besagt das spezielle Relativitätsprinzip?
2. Warum gibt es keine absolute Bewegung?
3. Was versteht man unter einem Inertialsystem?
4. Was versteht man unter Trägheitskräften?
5. Welche Unterschiede bestehen zwischen geradlinig gleichförmig bewegten und beschleunigten Bezugssystemen?
6. Erkläre die Begriffe Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft.
7. Wodurch kommt es zur Abplattung der Erde?
8. In welchen Bezugssystemen treten Corioliskräfte auf?

8.8 Arbeit

Wir wissen, dass eine *Kraft* an einem Körper durch Änderung des Bewegungszustandes oder durch Verformung bemerkbar wird. Jene physikalische Größe, die das Auftreten einer Kraft entlang eines Weges beschreibt, ist die *Arbeit*. (Abb. 60.5)

Arbeit = Kraft in Richtung des Weges · Weg
$W = F_s \cdot s$ $\quad W$ ... work (engl.), Arbeit

Einheit:

$[W] = [F] \cdot [s] = 1\,\text{N} \cdot 1\,\text{m}$

$[W] = 1$ Joule (J)

$[W] = 1$ Wattsekunde (Ws) $\qquad 1\,\text{Nm} = 1\,\text{J} = 1\,\text{Ws}$

In der Elektrotechnik ist die Einheit Kilowattstunde (kWh) üblich:

$1\,\text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{Ws}$

➤ **Beispiel A** (Abb. 61.1)

Berechne die am Koffer verrichtete Arbeit.

$W = F_s \cdot s \qquad F_s = 0$

$W = 0$

Im physikalischen Sinn wird keine Arbeit verrichtet, da die Kraftkomponente in Richtung des Weges Null ist.

Beachte: Die Arbeit W ist eine *skalare Größe*, $\boldsymbol{F}$ und $\boldsymbol{s}$ jedoch sind *vektorielle Größen*.

Hubarbeit

Um einen Metallblock der Masse m um die Höhe h anzuheben, muss die Gewichtskraft F_G überwunden werden. (Abb. 61.3)

$W = F_G h = m g \cdot h$

➤ **Beispiel B**

Eine Pumpe befördert 2 m³ Speiseöl ($\rho = 941\,\text{kg/m}^3$) in einen Tank 15 m oberhalb des Ansaugrohres. Wie groß ist die Arbeit, die sie verrichtet?

$W = m g h \qquad m = \rho \cdot V$

$W = 1882\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{ms}^{-2} \cdot 15\,\text{m} \qquad m = 941\,\text{kg m}^{-3} \cdot 2\,\text{m}^3$

$W = 277\,\text{kJ} \qquad m = 1882\,\text{kg}$

➤ **Beispiel C**

Wie groß ist die Arbeit, wenn eine Masse m von A nach B gebracht wird? (Abb. 61.4)

Teilt man die Bahn in kleine Wegstücke, so setzt sich jedes Stück aus einem horizontalen und einem vertikalen Anteil zusammen. Bei Bewegung in horizontaler Richtung wird keine Arbeit verrichtet, weil F_G normal auf Δx ist. Arbeit wird nur in vertikaler Richtung verrichtet.

Die entgegen der Schwerkraft verrichtete Arbeit wird - unabhängig vom Weg, auf dem der Körper bewegt wird - allein vom Höhenunterschied bestimmt:

$W = m g (h_2 - h_1)$

Dehnungsarbeit

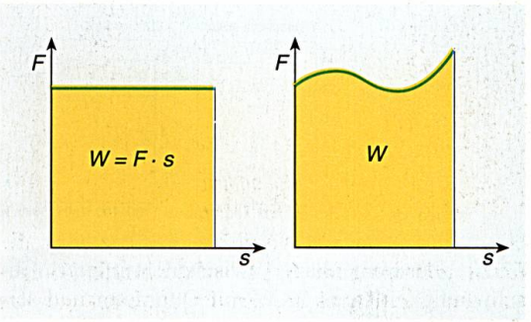
Bei der Berechnung der Arbeit zur Dehnung einer Feder (Abb. 61.5) ist zu beachten, dass die Kraft bei der Verformung nicht konstant bleibt. Ist zur Dehnung um Δs schließlich eine maximale Kraft F erforderlich, gilt:

$$W = F \frac{\Delta s}{2} = k \cdot \Delta s \cdot \frac{\Delta s}{2}$$

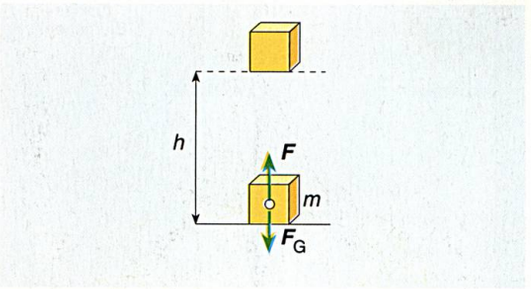
$$W = \frac{k\,(\Delta s)^2}{2} \qquad \text{Dehnungsarbeit}$$

Alte Einheiten:
1 kpm (Kilopondmeter) ≈ 9,81 J
1 erg = 10^{-7} J

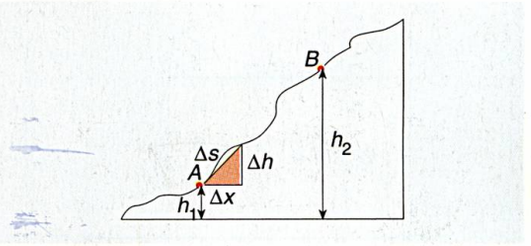
61.1 Abbildung zu Beispiel A



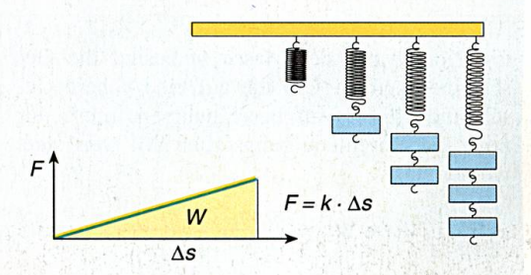
61.2 Arbeitsdiagramme: Die Maßzahl des Flächeninhaltes entspricht der verrichteten Arbeit.



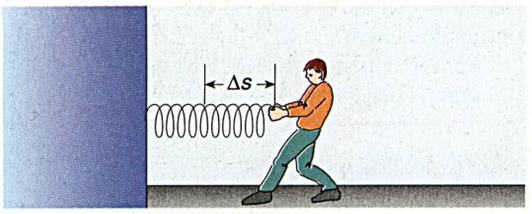
61.3 F ist nur zu Beginn der Bewegung größer als F_G, sonst gilt $F = F_G$.
Beachte: Zum Halten eines Körpers ist Kraft erforderlich. Es wird jedoch keine Arbeit am Körper verrichtet.



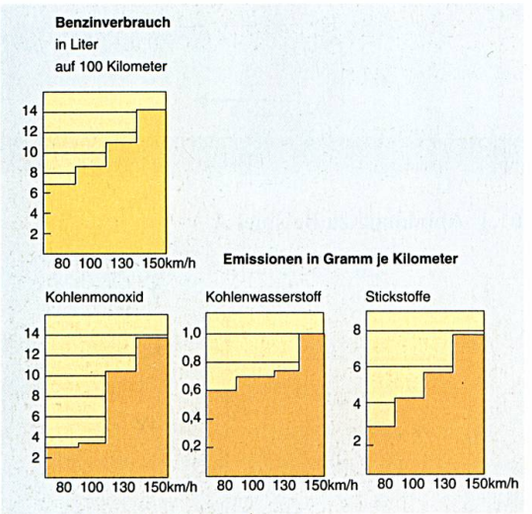
61.4 Abbildung zu Beispiel C



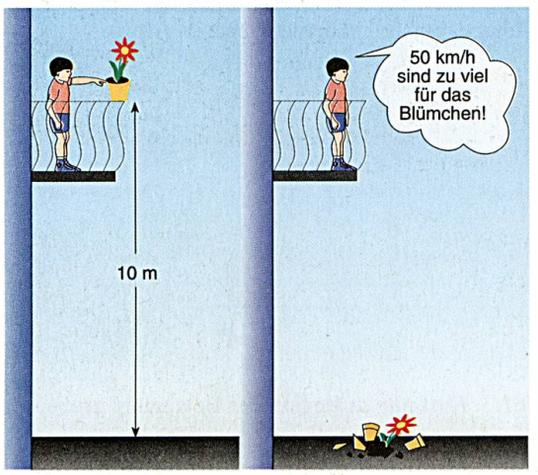
61.5 Die Maßzahl der Dreiecksfläche entspricht der Dehnungsarbeit.



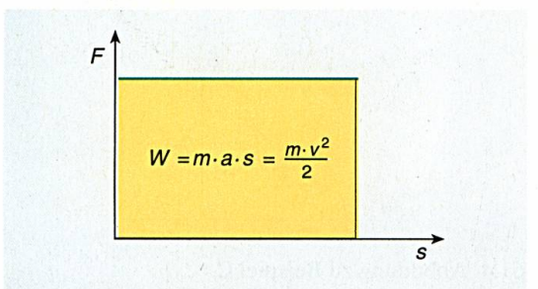
62.1 Abbildung zu Beispiel D



62.2 Zusammenhang zwischen mittlerer Geschwindigkeit eines PKW mit Ottomotor und seinem Schadstoffausstoß



62.3 Die Gravitationskraft verrichtet Beschleunigungsarbeit!



62.4 Arbeitsdiagramm zur Beschleunigungsarbeit

Ein Körper mit der Masse m besitzt die Geschwindigkeit v_1. Um ihn auf eine höhere Geschwindigkeit v_2 zu beschleunigen, muss nur noch die Beschleunigungsarbeit ΔW verrichtet werden:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{m\,v_2^{\,2}}{2} - \frac{m\,v_1^{\,2}}{2} =$$

$$= \frac{m}{2}\,(v_2^{\,2} - v_1^{\,2})$$

Beispiel D (Abb. 62.1)

Wie groß ist die Federkonstante einer Schraubenfeder, wenn bei einer Ausdehnung um $\Delta s = 30$ cm eine Arbeit von 10,5 J verrichtet wird?

$$W = \frac{k\,(\Delta s)^2}{2}$$

$$k = \frac{2\,W}{(\Delta s)^2}$$

$$k = \frac{2 \cdot 10{,}5\ \text{Nm}}{(0{,}3\ \text{m})^2} = 233{,}3\ \text{N/m}$$

Beschleunigungsarbeit

Wird ein Körper aus dem ruhenden Zustand entlang eines Weges s durch eine konstante Kraft gleichmäßig beschleunigt, so wird Beschleunigungsarbeit verrichtet. (Abb. 62.3)

$$W = F\,s = m\,a\,s = m\,a \cdot \frac{a}{2}\,t^2$$

$$= m\,\frac{a^2}{2}\,t^2 = m\,\frac{v^2}{2\,t^2}\,t^2$$

$$W = \frac{m\,v^2}{2} \qquad \text{Beschleunigungsarbeit}$$

Beachte: Die Beschleunigungsarbeit steigt mit dem Quadrat der Geschwindigkeit. Um die doppelte Geschwindigkeit zu erreichen, ist die vierfache Arbeit erforderlich.

Beispiel E

Ein PKW mit der Masse 870 kg soll aus dem Stillstand auf 72 km/h beschleunigt werden. Berechne die dabei zu verrichtende Arbeit.

$$W = \frac{m\,v^2}{2}$$

$$W = \frac{870\ \text{kg}\ \left(\frac{72}{3{,}6}\ \text{m/s}\right)^2}{2}$$

$$W = 174\,000\ \text{J} = 174\ \text{kJ}$$

Reibungsarbeit

Sie ist erforderlich, um einen Körper mit konstanter Geschwindigkeit entlang eines Weges gegen die Reibungskraft zu bewegen.

$$W = F_R \cdot s \qquad \text{Reibungsarbeit}$$

➤ Beispiel F

Ein Zug ($m = 450$ t) erreicht 200 m nach der Abfahrt eine Geschwindigkeit von 45 km/h. Berechne die dazu erforderliche Arbeit, wenn eine Reibungszahl $\mu_R = 0{,}003$ angenommen wird.

Gesamtarbeit = Beschleunigungsarbeit + Reibungsarbeit

$$W_{Ges} = W_{Besch} + W_{Reib}$$

$$W_{Besch} = \frac{m\,v^2}{2}$$

$$W_{Besch} = \frac{450 \cdot 10^3\ \text{kg}\left(\frac{45}{3{,}6}\ \text{m/s}\right)^2}{2}$$

$$W_{Besch} = 3{,}5 \cdot 10^7\ \text{J}$$

$$W_{Reib} = F_R\,s$$

$$W_{Reib} = \mu_R\,m\,g\,s$$

$$W_{Reib} = 0{,}003 \cdot 450 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 200\ \text{m}$$

$$W_{Reib} = 2{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

$$W_{Ges} = 3{,}8 \cdot 10^7\ \text{J}$$

Aufgaben

116. Ein Hochspringer mit einer Masse von 70 kg springt über eine 2 m hoch liegende Latte. Sein Schwerpunkt ist in einer Höhe von 85 cm über dem Boden. Er muss sich beim Sprung 15 cm über der Latte befinden. Welche Hubarbeit muss der Springer verrichten? (Abb. 63.1)

117. Eine Maschine pumpt 0,4 m³ Wasser pro Minute in einen Tank 15 m über dem Ansaugrohr. Welche Arbeit wird von der Maschine pro Minute verrichtet?

118. Ein homogenes Stahlseil von 8 m Länge und einer Masse von 5 kg pro Meter hängt nach unten. Berechne die Arbeit, um es vollständig hochzuziehen. (Beachte, um welche Höhe der Schwerpunkt des Seils angehoben wird.)

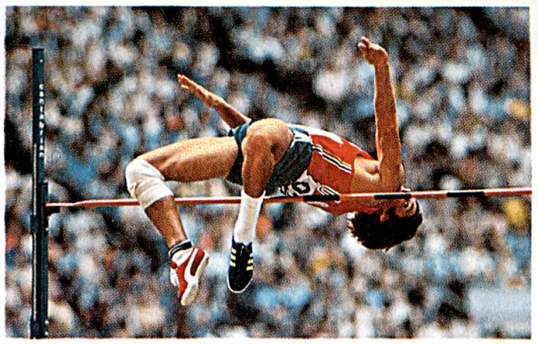
119. Ein Sportler dehnt einen Expander 30 mal aus dem völlig entspannten Zustand heraus um jeweils 30 cm. Berechne die Arbeit, wenn die Federkonstante 5 N/cm beträgt. (Abb. 63.2)

120. 5 Kisten Mineralwasser stehen auf dem Boden. Berechne die Arbeit, die erforderlich ist, diese Kisten zu stapeln. Eine Kiste ist 32 cm hoch und besitzt eine Masse von 22 kg.

121. Um eine Spiralfeder von 5 cm Länge um 1 cm zu dehnen, benötigt man eine Kraft von 9 N. Ermittle die Arbeit, um die Feder von 8 cm auf 12 cm zu dehnen.

122. Ein Aufzug (m = 2000 kg) fährt aus dem ruhenden Zustand los. Nach 20 m hat er eine Geschwindigkeit von 2,5 m/s erreicht. Es ist eine konstante Reibungskraft von 500 N vorhanden. Berechne die verrichtete Arbeit. (Hinweis: $W_{Ges} = W_{Hub} + W_{Besch} + W_{Reib}$)

123. Ein Fahrzeug (m = 1200 kg) hat bei einer Geschwindigkeit von 70 km/h einen Bremsweg von 20 m bis zum Stillstand. Berechne die Bremskraft.



63.1 Hochspringer

63.2 Arbeit am Expander

8.9 Energie

Erhaltung der Energie

Eine Kugel, die in einer bestimmten Höhe auf eine schiefe Ebene gelegt wird, dann diese Ebene hinunter- und eine andere Ebene hinaufrollt, kann kein höheres Niveau erreichen als das Ausgangsniveau. (Abb. 63.3)

Natürlich verhindert die Reibung, dass die rollende Kugel die Ausgangshöhe ganz erreicht. Man kann zeigen, dass sie dem Ausgangsniveau umso näher kommt, je geringer die Reibung ist.

Die Geschwindigkeit am Fuß der schiefen Ebene hängt nur von der Höhendifferenz h ab, nicht von der Neigung der Ebene. Sieht man von der Reibung ab, findet ein dauerndes Hinunter- und Hinaufrollen der Kugel statt. Es treten immer wieder dieselben Höhen und dieselben Geschwindigkeiten auf.

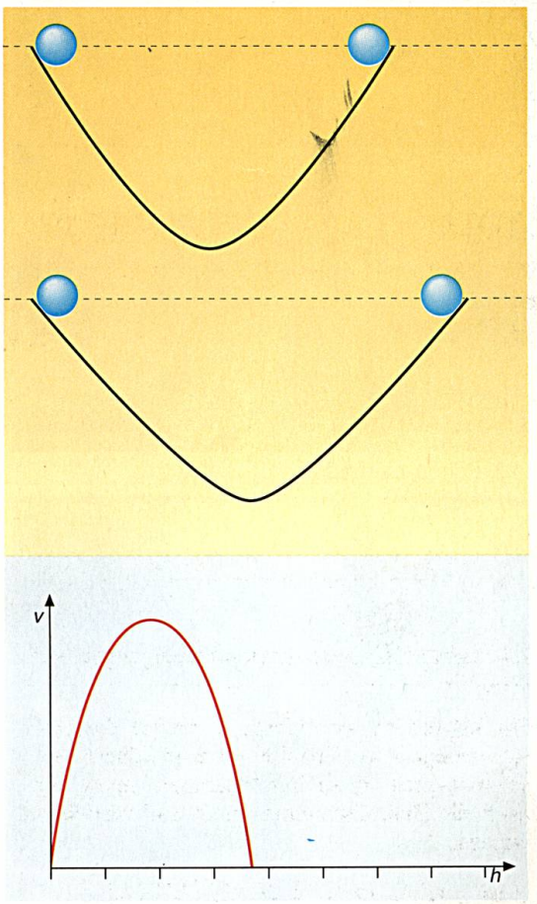
Wir schließen, dass es bei diesem Vorgang eine physikalische Größe gibt, die sich nicht ändert, also erhalten bleibt. Diese Größe ist die *Energie*.

Die Energie ist eine *Erhaltungsgröße*.

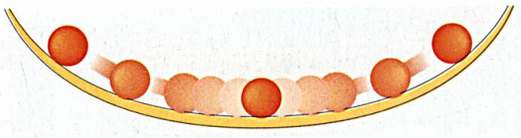
Erhaltungsgrößen sind physikalische Größen, die sich während des Ablaufs eines physikalischen Vorgangs nicht ändern und damit zeitunabhängig sind.

Systeme, in denen Erhaltungsgrößen auftreten, nennt man *abgeschlossene Systeme*. In energetisch abgeschlossenen Systemen ist somit kein Energieaustausch mit der Umgebung möglich. Experimentell sind abgeschlossene Systeme nur annähernd realisierbar.

Die Energie kann aber nicht mit der Höhe allein oder der Geschwindigkeit allein zusammenhängen, da sich beide Größen während eines Hin- und Herlaufs ständig ändern. Es liegt die Vermutung nahe, dass es mehrere Energieformen gibt.

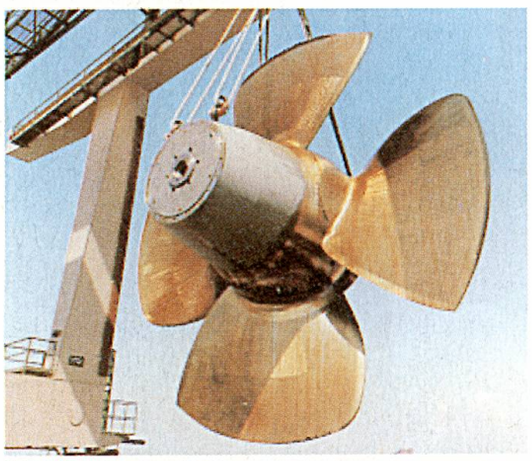


63.3 Die Kugel wird bis zum tiefsten Punkt beschleunigt, in einer verzögerten Bewegung erreicht sie wieder das Ausgangsniveau. Die Momentangeschwindigkeit v hängt nur von der Höhe ab.

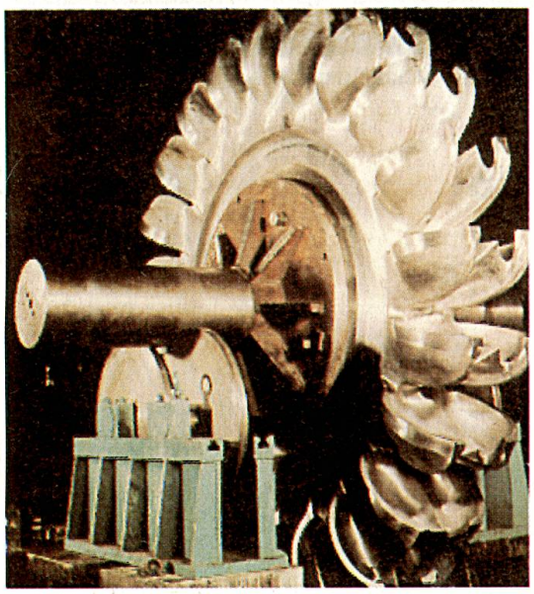


64.1 In der stabilen Gleichgewichtslage ist die potentielle Energie ein Minimum.

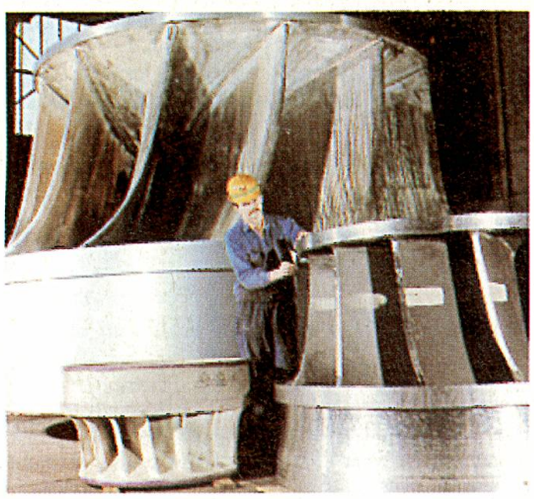
Hochgelegene Wassermassen in Staudämmen besitzen einen großen Vorrat an potentieller Energie. Diese lässt sich in kinetische Energie und über eine Turbine in elektrische Energie umwandeln.
Das Peltonlaufrad wird bei mittlerem und großem Gefälle (100 m bis 1500 m) verwendet, bei kleinem Gefälle dienen Francis- und Kaplanlaufrad zur Energiegewinnung.



64.2 Kaplan-Laufrad



64.3 Pelton-Laufrad



64.4 Francis-Laufrad

Lageenergie

Wir haben bei der Besprechung des Versuches angenommen, dass die Kugel aus einer bestimmten Höhe über dem Nullniveau startet. Die Kugel besitzt aufgrund ihrer Lage eine bestimmte Energie, die *Lageenergie* (*potentielle Energie*). Um sie auf dieses Niveau bringen zu können, muss sie um die Höhe h hochgehoben werden, also Arbeit an ihr verrichtet werden.

$E_{pot} = m\,g\,h$ Lageenergie (potentielle Energie)

Arbeit ist eine Form der Energieübertragung. Energie ist gespeicherte Arbeit.

Die physikalische Einheit der Energie ist somit gleich der Einheit der Arbeit.

Jeder Körper hat das Bestreben, seine Lageenergie so klein wie möglich zu halten. (Abb. 64.1)

$[E] = [m]\,[g]\,[h]$

$[E] = 1\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}$

$[E] = 1\ \text{Nm}$

$[E] = 1$ Joule (J)

Eine wichtige Einheit für die Energie in der Elektrotechnik ist die Kilowattstunde (kWh).

Bewegungsenergie

Rollt nun die Kugel aus der Höhe h nach unten, verliert sie an potentieller Energie. Da die Energie eine Erhaltungsgröße ist, muss dieser Verlust durch eine andere Energieform ausgeglichen werden. Aufgrund der erreichten Geschwindigkeit ist dies die *Bewegungsenergie* (*kinetische Energie*).

Da die Bewegungsenergie gleich groß sein muss wie die Beschleunigungsarbeit, folgt:

$E_{kin} = \frac{m\,v^2}{2}$ Bewegungsenergie (kinetische Energie)

Energieerhaltungssatz der Mechanik

Potentielle und kinetische Energie werden als *mechanische Energieformen* bezeichnet. Sieht man von Reibungsverlusten ab, gilt:

Während einer Bewegung verändern sich potentielle und kinetische Energie ständig. Die Gesamtenergie, die Summe aus potentieller und kinetischer Energie, bleibt stets gleich.
$E_{Ges} = E_{pot} + E_{kin} = const.$

➤ Beispiel A

Eine Kugel mit 50 kg Masse fällt aus einer Höhe von 1,6 m. Berechne die potentielle Energie am Anfang und die kinetische Energie am Ende dieses Vorganges.

$E_{pot} = m\,g\,h$

$E_{pot} = 50\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}6\ \text{m}$

$E_{pot} = 784{,}8\ \text{J}$

Am Anfang des freien Falles ist $E_{Ges} = E_{pot}$.
Langt die Kugel unten an, ist $E_{Ges} = E_{kin}$.
Nach dem Energieerhaltungssatz ist daher auch $E_{kin} = 784{,}8$ J.

Spannenergie

➤ **Beispiel B** (Abb. 65.1)

Ein Pfeil (m = 0,2 kg) wird mit einem Bogen abgeschossen und erreicht eine Höchstgeschwindigkeit von 40 m/s.

a) Wie groß ist seine kinetische Energie?

b) Wie groß ist die Arbeit, die an Sehne und Bogen verrichtet wird?

a) $E_{kin} = \frac{m\,v^2}{2}$

$E_{kin} = \frac{0{,}2\text{ kg }(40\text{ m/s})^2}{2}$

$E_{kin} = 160\text{ J}$

b) Eine Arbeit gleichen Betrags muss verrichtet werden, um den Bogen zu spannen. Sie ist vor dem Abschießen des Pfeils als *Spannenergie* des Bogens und der Sehne gespeichert.

65.1 Abbildung zu Beispiel B

Elastisch verformte Körper besitzen sogenannte *Spannenergie*. Diese ist ebenfalls eine Form potentieller Energie.

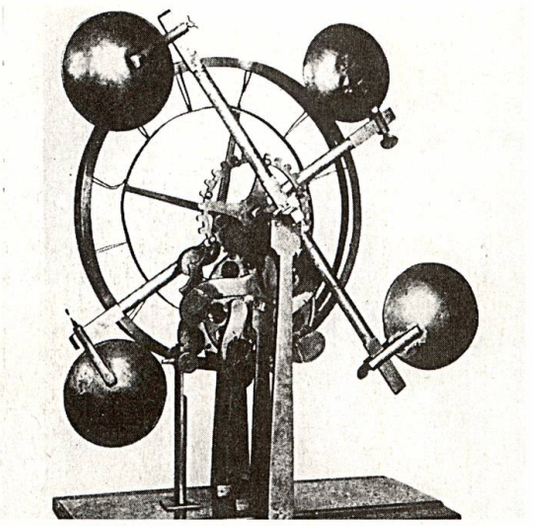
Innere Energie - Erweiterung des Energieerhaltungssatzes

Der Energieerhaltungssatz gilt bisher für *reibungsfreie Systeme*. *Robert Mayer* (1840), *Prescott Joule* (1843) und *Hermann von Helmholtz* (1847) zeigten die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes auch für *reibungsbehaftete Systeme*.

Ein Klotz, der auf einem horizontalen Brett gleitet, kommt zum Stillstand. Die potentielle Energie bleibt gleich, die kinetische Energie jedoch sinkt auf Null. Das bedeutet: Der Klotz ist kein energetisch abgeschlossenes System. Das überrascht nicht weiter. Gibt es doch eine Wechselwirkung zwischen Klotz und Unterlage: Die kinetische Energie verrichtet Arbeit gegen die Gleitreibung. Dabei erwärmen sich sowohl der Klotz als auch das Brett. (Abb. 65.3)

Es hat also die Energie innerhalb der beiden Körper zugenommen. Man spricht von einer Erhöhung der *inneren Energie*. Eine Temperaturänderung bewirkt eine Änderung der inneren Energie.

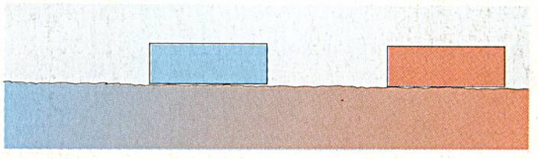
Wir können jetzt, zum Beispiel bei der Bewegung des Klotzes, das Auftreten der Reibung miteinbeziehen. Die Gesamtenergie muss die innere Energie einschließen.



65.2 Perpetuum mobile 1. Art:
Nach dem Energieerhaltungssatz ist es unmöglich, eine mechanische Maschine zu konstruieren, die ohne Energiezufuhr von außen dauernd Arbeit verrichten kann. Versuche, eine solche Maschine zu bauen, ziehen sich beinahe durch alle Kulturkreise. Modell eines Perpetuum mobile nach Plänen von Leonardo da Vinci: Die vier Blechkammern sind mit Quecksilber gefüllt.

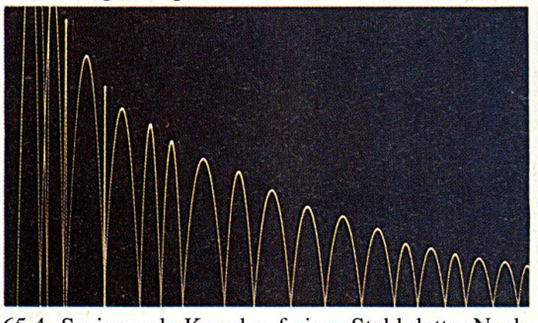
Gesamtenergie = potentielle Energie + kinetische Energie + innere Energie

$$E_{Ges} = E_{pot} + E_{kin} + U$$



65.3 Die kinetische Energie wird vollständig in innere Energie umgewandelt.

Tatsächlich gibt es noch weitere Formen der Energie, die wir bis jetzt noch nicht diskutiert haben, beispielsweise *Schallenergie* und *elektrische Energie*.



65.4 Springende Kugel auf einer Stahlplatte. Nach dem erweiterten Energieerhaltungssatz ein Vorgang in einem abgeschlossenen System: Die innere Energie nimmt auf Kosten der mechanischen Energie zu.

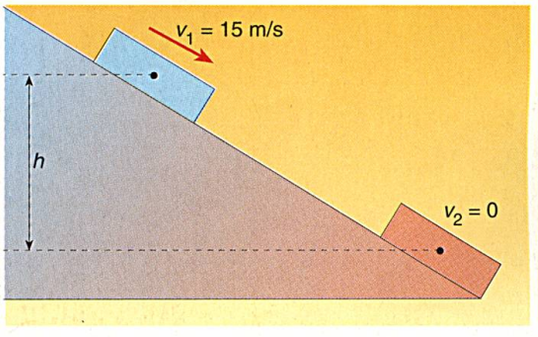
Energieerhaltungssatz
In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtenergie stets gleich.

$$E_{Ges} = E_{pot} + E_{kin} + U = const.$$

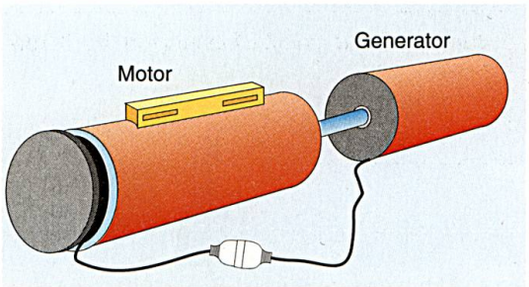
Beispiel C (Abb. 65.5)

Ein rauher Holzklotz (m = 15 kg) gleitet mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 15 m/s eine schiefe Ebene (h = 2 m) herunter und kommt am Ende der Ebene aufgrund der großen Reibung zum Stillstand. Berechne, um wie viel die innere Energie der schiefen Ebene und des Klotzes zugenommen hat.

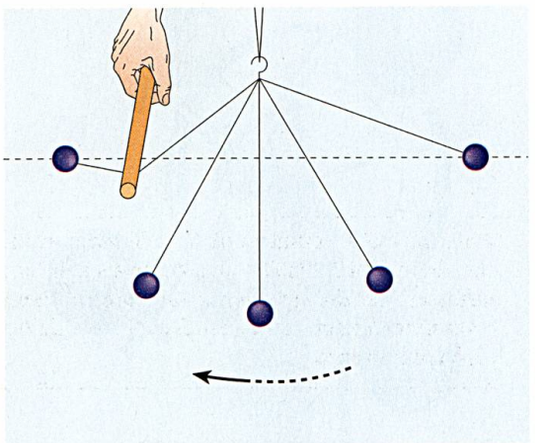
Es gilt der Energieerhaltungssatz:



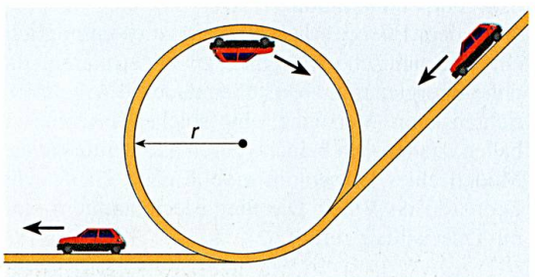
65.5 Abbildung zu Beispiel C



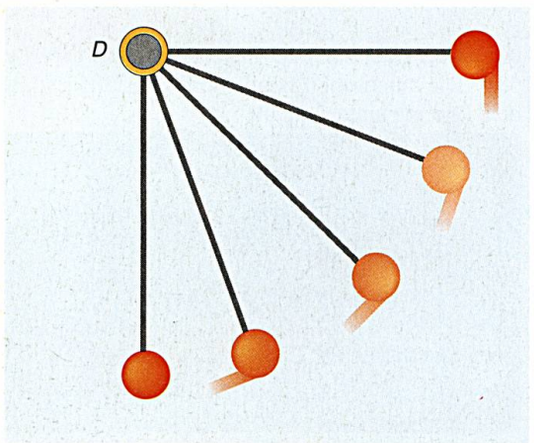
66.1 Abbildung zu Aufgabe 124



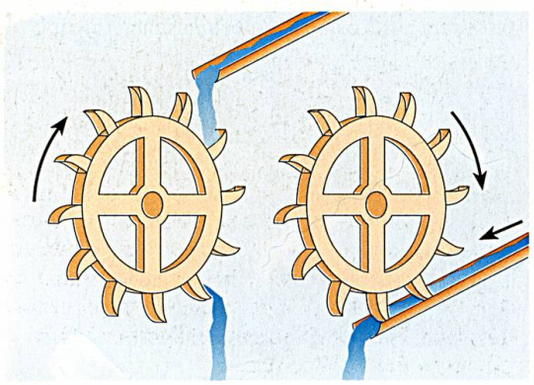
66.2 Abbildung zu Aufgabe 125



66.3 Abbildung zu Aufgabe 127



66.4 Abbildung zu Aufgabe 129



66.5 Abbildung zu Aufgabe 130

Gesamtenergie vor der Bewegung = Gesamtenergie nach der Bewegung

$$U_1 + \frac{m v_1^2}{2} + m g h_1 = U_2 + \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2$$

Da $v_2 = 0$, $h_2 = 0$, folgt:

$$U_2 - U_1 = \frac{m v_1^2}{2} + m g h_1$$

$$U_2 - U_1 = \frac{15\ \text{kg}\ (15\ \text{ms}^{-1})^2}{2} + 15\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{ms}^{-2} \cdot 2\ \text{m}$$

$$U_2 - U_1 = 1981{,}8\ \text{J}$$

Diese Energie führt zu einer Temperaturerhöhung beider Körper.

Aufgaben

124. Der Elektromotor treibt einen elektrischen Generator an, der genug Strom erzeugt, um Motor und Schleifstein anzutreiben. Funktioniert diese Anlage? (Abb. 66.1)

125. Ein Pendel wird aus einer bestimmten Höhe losgelassen und erreicht (ohne Reibungsverluste) beim Hin- und Hergang jeweils das Ausgangsniveau. "Knickt" man den Pendelfaden (Abb. 66.2), wird trotzdem die Ausgangshöhe erreicht. Erkläre dies.

126. Eine Kugel ($m = 10$ g) wird auf 100 m/s beschleunigt. Welche kinetische Energie besitzt sie?

127. Ein Wagen soll, ohne seine Bahn zu verlassen, eine Loopingbahn vom Radius r durchfahren. Aus welcher Mindesthöhe muss der Wagen starten, wenn die Bahn als reibungsfrei angesehen wird? (Abb. 66.3)

128. Ein Radfahrer fährt mit 36 km/h auf eine Steigung zu, stellt das Treten ein und rollt mit dem Rad die Straße hinauf. Welche Höhe erreicht er bei Vernachlässigung der Reibung?

129. Ein Pendel hat eine Länge von 1,2 m. Welche Geschwindigkeit v_0 muss der Kugel erteilt werden, damit der Pendelkörper die Höhe des Drehpunktes D erreicht? (Abb. 66.4)

130. Die Abbildung 66.5 zeigt zwei Arten von Wasserrädern. Woher kommt jeweils die Energie zur Bewegung der Räder?

131. Berechne die Masse eines Schmiedehammers, der bei einer Aufschlaggeschwindigkeit von 6,5 m/s eine Energie von 310 J abgibt. Was geschieht mit dieser Energie?

8.10 Leistung

Zwei Sportler stemmen gleiche Gewichte dieselbe Strecke: Sie verrichten die gleiche Arbeit. Einer der beiden ist jedoch schneller. Er *leistet* mehr.

Wenn an einem Körper Arbeit verrichtet wird, interessiert uns oft die Zeit, die dafür benötigt wird.

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{benötigte Zeit}} \qquad P = \frac{W}{t}$$

P ... power (engl.), Leistung

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{s}} = 1\ \text{Js}^{-1} = 1\ \text{Watt (W)}$$

Beispiel A

Eine schwere Elektrolokomotive erreicht bei einer Bergfahrt eine gleichförmige Geschwindigkeit von 60 km/h bei einer Zugkraft von 96 000 N. Berechne die Leistung des Motors.

$$P = \frac{W}{t} \qquad W = F\,s$$

$$P = F\,\frac{s}{t} = F\,v$$

$$P = 96\,000\ \text{N} \cdot \frac{60}{3{,}6}\ \text{m/s}$$

$$P = 1600\ \text{kW}$$

Eine alte Einheit für die Leistung ist die Pferdestärke (PS):

$1\ \text{PS} = 75\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m} \approx 735{,}5\ \text{W}$

Beispiel B

Wie groß ist die Leistung eines Wanderers, der in 1,25 Stunden 700 m Höhenunterschied zurücklegt, wobei sein Gewicht 800 N beträgt?

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{F_G\,h}{t}$$

$$P = \frac{800\ \text{N} \cdot 700\ \text{m}}{4500\ \text{s}} = 124\ \text{W}$$

Wie lange könnte man mit gleich viel elektrischer Energie eine 100-W-Lampe brennen lassen?

$$P = \frac{W}{t} \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{W}{P}$$

$$t = \frac{800\ \text{N} \cdot 700\ \text{m}}{100\ \text{W}}$$

$$t = 5600\ \text{s} = 1{,}56\ \text{h}$$

Wählt man das Zeitintervall Δt sehr klein, kann man die Arbeit ΔW näherungsweise als konstant auffassen. Um die *momentane Leistung* zu einem bestimmten Zeitpunkt t zu erhalten, lässt man Δt gegen null streben.

Aufgaben

132. Welche Leistung ist erforderlich, um eine Zementladung (m = 850 kg) in 10 min auf eine Höhe von 20 m zu heben?

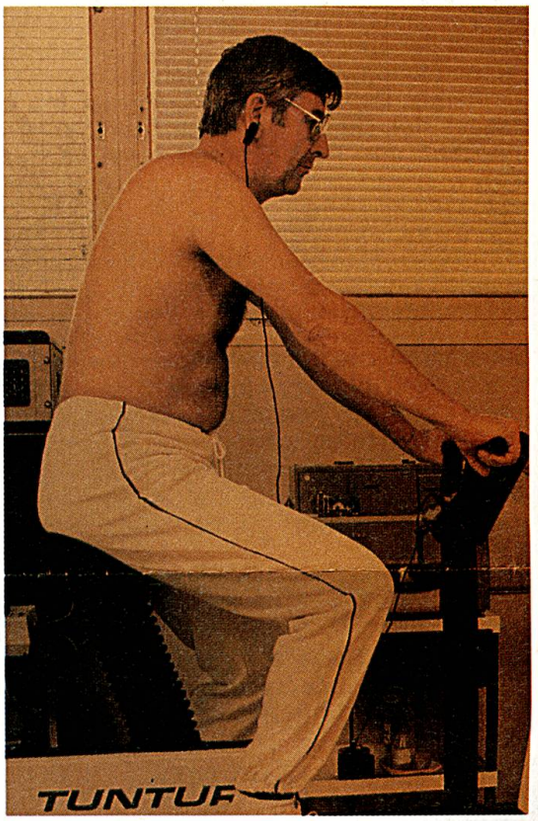
133. Welche Leistung in PS hat eine Wasserpumpe, die 90 m³ Wasser in 2,8 min aus einem 10 m tiefen Brunnen fördert? (ρ = 1000 kg/m³)

134. Bei einem Wasserkraftwerk beträgt die Fallhöhe des die Turbinen antreibenden Wassers 85 m. Berechne den sekundlichen Wasserfluss, wenn das Kraftwerk eine Leistung von 130 MW haben soll (Reibungsverluste sollen vernachlässigt werden).

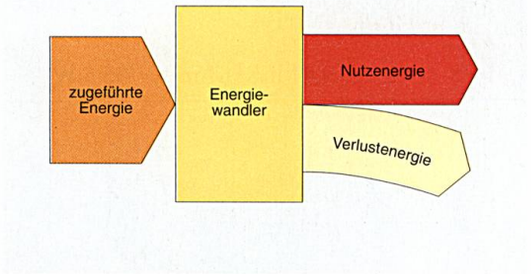
135. Welche Masse kann ein Motor (P = 40 kW) auf waagrechter Straße mit einer Geschwindigkeit v = 18 m/s ziehen, wenn der Reibungskoeffizient μ = 0,02 beträgt?

136. Ein Auto (m = 800 kg) wird von einem Motor mit 60 kW Leistung vom Stand auf 25 m/s beschleunigt. Welche Zeit wird dabei benötigt, wenn von Reibungsverlusten abgesehen wird?

137. Bestimme die Leistung, die erforderlich ist, um ein Loch von 1,5 m Tiefe und 1,2 m² Querschnitt in weicher Erde in 1 h auszuheben ($\rho \approx 2000$ kg/m³)? (Abb. 67.2)

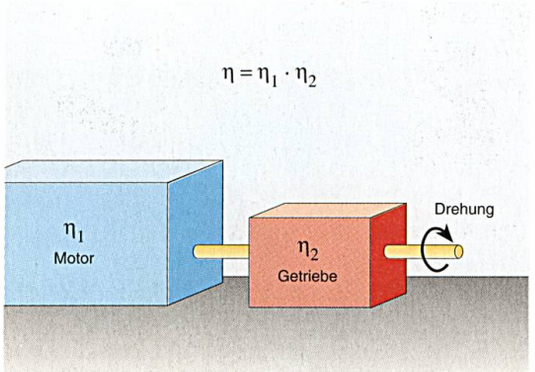


67.1 Ein Ergometer dient zum Messen der körperlichen Leistung des Menschen. Ein trainierter Sportler kann etwa 30 s lang eine Leistung von 736 W beibehalten, ein gesunder Nichtsportler etwa 12 s lang. Für etwa 8 h kann ein Sportler 294 W, ein Nichtsportler 74 W leisten.

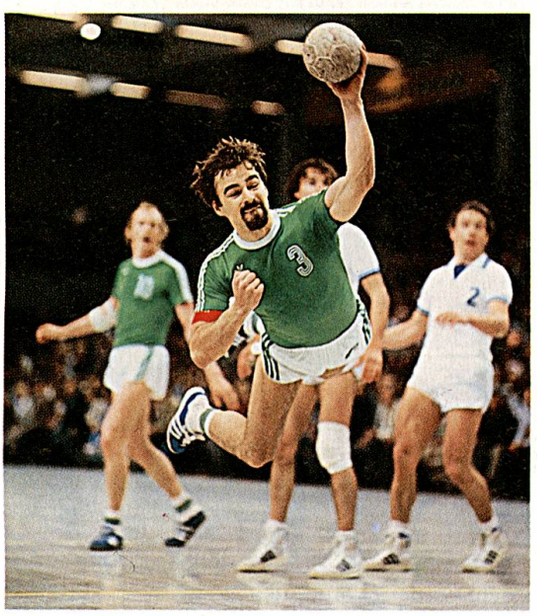


68.1 Energiebilanz einer Maschine

68.2 Abbildung zu Beispiel A



68.3 Der Gesamtwirkungsgrad einer Anlage ist gleich dem Produkt der Wirkungsgrade ihrer Teile.



68.4 Ohne Kraftstoß kein Tor

8.11 Wirkungsgrad

Wird einer mechanischen Maschine ein bestimmter Energiebetrag E_{zu} in geeigneter Form zugeführt, so wird dieser in veränderter Form E_{ab} wieder abgegeben: Die Maschine verrichtet Arbeit. Ein Teil der zugeführten Energie geht allerdings in innere Energie ΔE über und kann technisch nicht genutzt werden (Abb. 68.1). Nach dem Energieerhaltungssatz bleibt die Gesamtenergie gleich:

$$E_{zu} = E_{ab} + \Delta E$$

Je größer E_{ab} im Vergleich zur Gesamtenergie ist, umso besser wird die zugeführte Energie verwertet, umso größer ist der *Wirkungsgrad* η.

Der Wirkungsgrad η wird als Verhältnis von abgegebener Leistung P_{ab} und zugeführter Leistung P_{zu} angegeben:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$ Wirkungsgrad einer mechanischen Maschine

Häufig wird der Wirkungsgrad in Prozenten ausgedrückt:

$$\eta = 100\,\frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Da $P_{ab} < P_{zu}$, ist $P_{ab}/P_{zu} < 1$. Das bedeutet:

Der Wirkungsgrad jeder Maschine ist stets kleiner als 1 bzw. kleiner als 100 %.

Beispiel A

Ein Kran mit einer Leistung von 90 kW hebt 5000 kg in 15 s auf eine Höhe von 10 m. Berechne den Wirkungsgrad der Maschine. (Abb. 68.2)

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \qquad P_{ab} = \frac{m\,g\,h}{t}$$

$$\eta = \frac{m\,g\,h}{P_{zu}\,t}$$

$$\eta = \frac{5000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m}}{90000\ \text{W} \cdot 15\ \text{s}}$$

$$\eta = 0{,}36 = 36\ \%$$

Aufgabe

138. Ein Motor mit 90 % Wirkungsgrad treibt einen Kran an, der einen Wirkungsgrad von 60 % hat. Mit welcher konstanten Geschwindigkeit hebt der Kran eine Last von 270 kg, wenn die vom Motor aufgenommene Leistung 7 kW beträgt? (Abb. 68.3)

8.12 Impuls

In der Kinematik haben wir den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Zeit bei gegebener Beschleunigung hergestellt. Nun wollen wir untersuchen, welche Folgerung sich für die Dynamik ergibt.

Ein Ball wird durch eine Kraft innerhalb eines Zeitintervalls Δt auf eine bestimmte Geschwindigkeit beschleunigt. (Abb. 68.4)

$$F = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F \cdot \Delta t = m\,\Delta v$$

$$F \cdot \Delta t = m\,v_2 - m\,v_1$$

v_1 ... Geschwindigkeit vor der Beschleunigung
v_2 ... Geschwindigkeit nach der Beschleunigung

Das Produkt $F \cdot \Delta t$ heißt *Kraftstoß*. Das Produkt $m\,v$ aus Masse und Geschwindigkeit wird als *Impuls (Bewegungsgröße)* p bezeichnet: $p = m\,v$. Ein Kraftstoß $F \cdot \Delta t$ bewirkt daher eine *Impulsänderung* $\Delta p = m \cdot \Delta v$.

$[p] = [m] \cdot [v] = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \text{m/s} = 1\ \text{kgm/s}$

Der Impuls $\boldsymbol{p}$ ist eine vektorielle Größe: $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$. Da m stets positiv ist, sind $\boldsymbol{p}$ und $\boldsymbol{v}$ gleich orientiert.

Beispiel A

Wie lang muß eine Kraft von 35 N auf einen Körper wirken, um diesem eine Impulsänderung von 250 kgm/s zu erteilen?

$F \cdot \Delta t = \Delta p$

$$\Delta t = \frac{\Delta p}{F} = \frac{250\ \text{kg m/s}}{35\ \text{N}} = 7{,}1\ \text{s}$$

Die Kraft muß 7,1 s lang wirken.

➤ **Beispiel B** (Abb. 69.2)

Ein Puck (m = 160 g) bewegt sich mit 16 m/s auf einen Eishockeyspieler zu. Dieser erteilt ihm mit dem Schläger eine Geschwindigkeit von 20 m/s in entgegengesetzter Richtung. Die Kraft des Schlages wirkt auf den Puck 0,01 s lang. Berechne die durchschnittliche Kraft, die vom Spieler auf den Puck ausgeübt wird.

$F \cdot \Delta t = m\,\Delta v$

Da die Geschwindigkeiten entgegengesetzt sind, gilt:

$\Delta v = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1$

$$F = \frac{m\,(v_1 + v_2)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0{,}16\ \text{kg} \cdot 36\ \text{m/s}}{0{,}01\ \text{s}}$$

$F = 576\ \text{N}$

Impulserhaltungssatz

Der Impuls ist wie die Energie eine Erhaltungsgröße. Dies soll an einem Beispiel demonstriert werden.

➤ **Beispiel C** (Abb. 69.3)

Ein abgeschlossenes System besteht aus zwei Körpern K_1 und K_2 mit den Massen m_1 und m_2. K_1 hat die Geschwindigkeit v_1, K_2 die Geschwindigkeit v_2. Berechne den Gesamtimpuls, wenn die beiden Körper
a) nicht in Wechselwirkung treten, b) in Wechselwirkung treten.

a) $p = p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = const.$

b) Nach dem Wechselwirkungsgesetz üben die beiden Körper betragsgleiche Kräfte aufeinander aus, deren Vektorsumme Null ist:

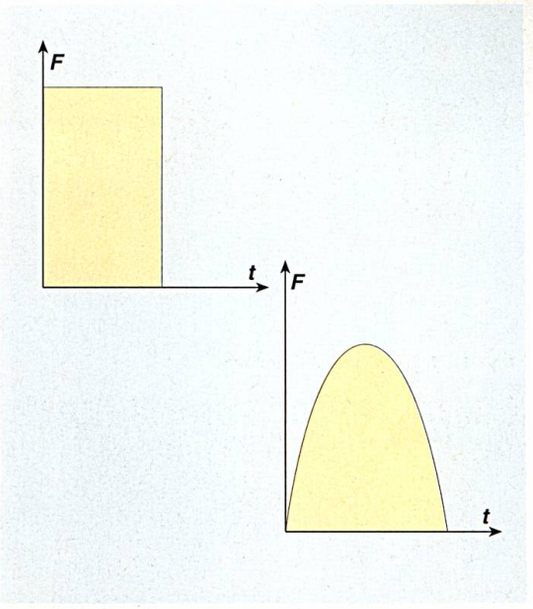
$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{0}$

$m_1\,\boldsymbol{a}_1 + m_2\,\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{0}$

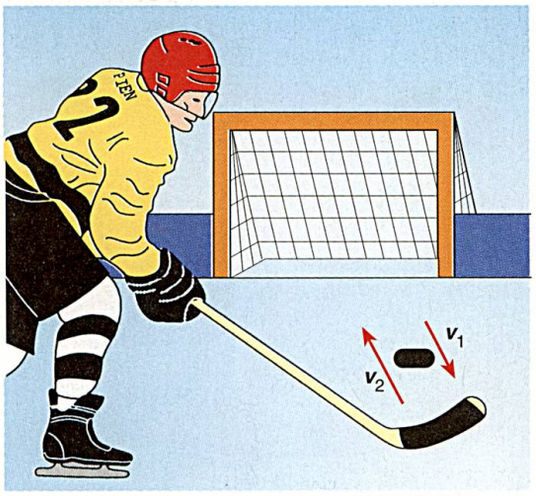
$$m_1 \frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t} = \boldsymbol{0}$$

$m_1\,\Delta \boldsymbol{v}_1 + m_2\,\Delta \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{0}$

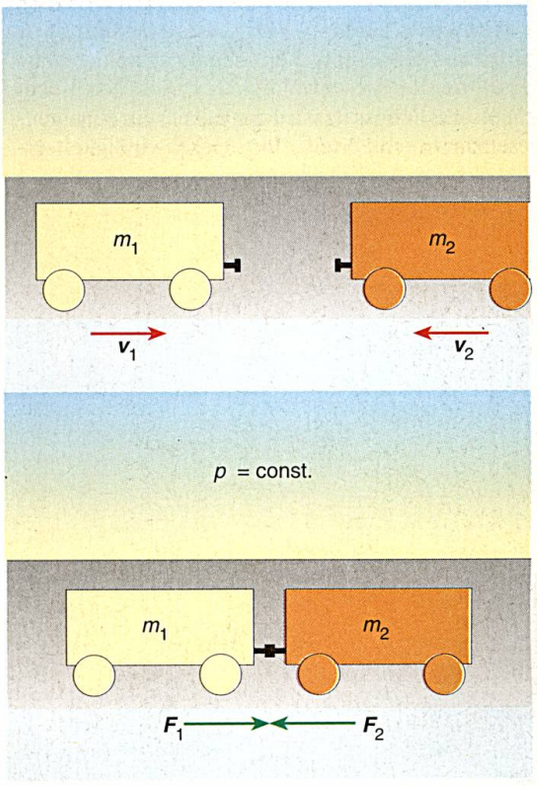
Da die Summe der Impulsänderungen Null ist, bleibt der Gesamtimpuls unverändert.



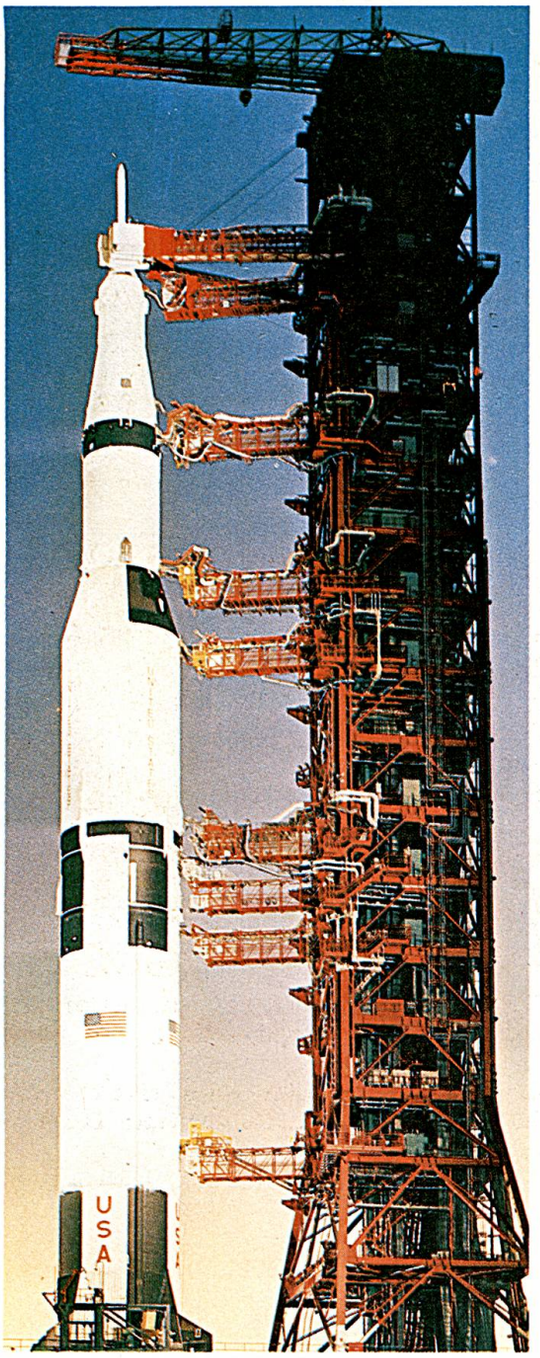
69.1 Diagramme zum Kraftstoß: Die Maßzahl des Flächeninhalts entspricht der Größe des Kraftstoßes.



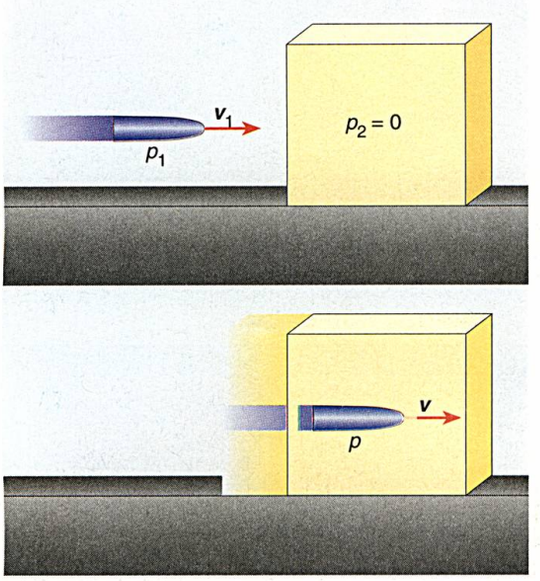
69.2 Abbildung zu Beispiel B



69.3 Abbildung zu Beispiel C



70.1 Die Rakete stößt Verbrennungsgase der Masse Δm mit der Geschwindigkeit v_0 aus. Nach dem Impulserhaltungssatz wird der Rakete ein entgegengesetzter Impuls erteilt. Ihre Geschwindigkeit erhöht sich um Δv. Es gilt: $\Delta m\, v_0 = (m_0 - \Delta m)\, \Delta v$

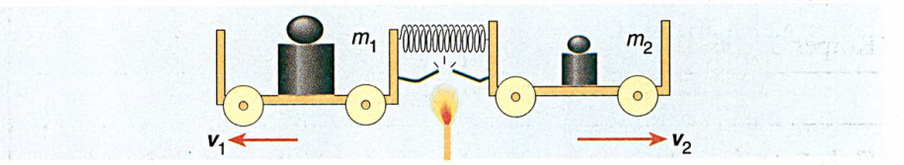


70.2 Abbildung zu Beispiel D

Impulserhaltungssatz
In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls erhalten.

Ist der Gesamtimpuls zu irgendeinem Zeitpunkt der Bewegung Null, so bleibt er auch während des gesamten Bewegungsablaufs Null.

Versuch



70.3 Der Gesamtimpuls bleibt Null.

Wird der Faden durchgebrannt, fahren die beiden Wägelchen (zusammengedrückte Feder dehnt sich aus) in entgegengesetzten Richtungen auseinander.

Nach dem Impulserhaltungssatz muss gelten:

$$m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0$$

$$m_1 \Delta v_1 = -m_2 \Delta v_2$$

Die Geschwindigkeitsänderungen sind entgegengesetzt gerichtet. Weiters gilt:

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$$

Die Massen verhalten sich umgekehrt wie die Geschwindigkeitsänderungen. Zum Beispiel bedeutet doppelte Masse halbe Geschwindigkeit.

Der Impulserhaltungssatz und der Energieerhaltungssatz gehören zu den wichtigsten Sätzen der Physik.

Beispiel D (Abb. 70.2)

Eine Kugel (m = 10 g) wird in einen Holzblock (m = 15 kg) geschossen. Die Geschwindigkeit des Blocks mit der Kugel beträgt nach dem Stoß 0,3 m/s. Berechne die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel.

$$p_1 + p_2 = p$$

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)\, v$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)\, v}{m_1}$$

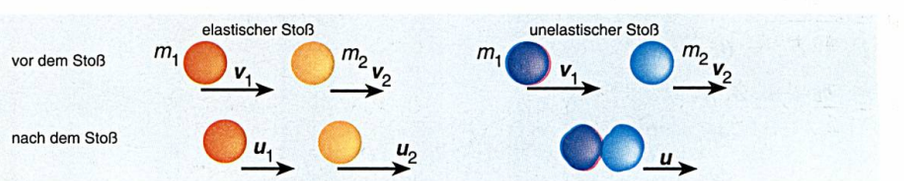
$$v_1 = \frac{15{,}01\ \text{kg} \cdot 0{,}3\ \text{ms}^{-1}}{0{,}01\ \text{kg}}$$

$$v_1 = 450{,}3\ \text{m/s}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel beträgt 450,3 m/s.

Stoßvorgänge

Beim zentralen Stoß zweier Körper fällt die Stoßrichtung mit der Verbindungslinie der Körpermittelpunkte zusammen. Dabei sind zwei Grenzfälle zu unterscheiden: der *elastische Stoß* und der *unelastische Stoß*.



70.4 Beim elastischen Stoß werden die Verformungen, welche die beiden Kugeln erfahren, rückgängig gemacht. Die Gesamtenergie bleibt ausschließlich als Bewegungsenergie erhalten. Es erfolgt keine Umwandlung in innere Energie.

Beim unelastischen Stoß bleiben die Verformungen bestehen. Ein Teil der kinetischen Energie wird in innere Energie umgewandelt.

vor dem elastischen Stoß	vor dem unelastischen Stoß
Körper 1: $m_1,\ v_1$	$m_1,\ v_1$
Körper 2: $m_2,\ v_2$	$m_2,\ v_2$
nach dem elastischen Stoß	nach dem unelastischen Stoß
Körper 1: $m_1,\ u_1$	$m_1,\ u$
Körper 2: $m_2,\ u_2$	$m_2,\ u$
Impulserhaltungssatz	
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$	$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u + m_2 u$
Energieerhaltungssatz	
$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$	$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2} + U$

Aus den Erhaltungssätzen folgt:

$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\, v_1 + 2\ m_2 v_2}{m_1 + m_2}$	
$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\, v_2 + 2\ m_1 v_1}{m_1 + m_2}$	$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

Spezielle Stoßvorgänge

Elastischer Stoß zweier Körper mit gleichen Massen

$m_1 = m_2 = m$

$u_1 = \frac{(0 - m_2)\, v_1 + 0 \cdot v_1}{0 + m_2}$ $\qquad$ $u_2 = \frac{(m - m)\, v_2 + 2\ m v_1}{2\ m}$

$u_1 = v_2$ $\qquad$ $u_2 = v_1$

Die erste Kugel übernimmt die Geschwindigkeit der zweiten Kugel und die zweite Kugel die der ersten.

Trifft z. B. eine Kugel auf eine ruhende Kugel, so bleibt die stoßende Kugel stehen, und die ruhende Kugel übernimmt deren Geschwindigkeit.

Elastischer Stoß gegen eine Wand

m_1 ist gegenüber m_2 vernachlässigbar klein: $m_1 \approx 0\,;\ v_2 = 0$

$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\, v_1 + 2\ m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ $\qquad$ $u_2 = \frac{2\ m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

$u_1 = - v_1$ $\qquad$ $u_2 = 0$

Die Kugel wird an der Wand reflektiert.

Unelastischer Stoß zweier Körper mit gleichen Massen

$m_1 = m_2 = m$

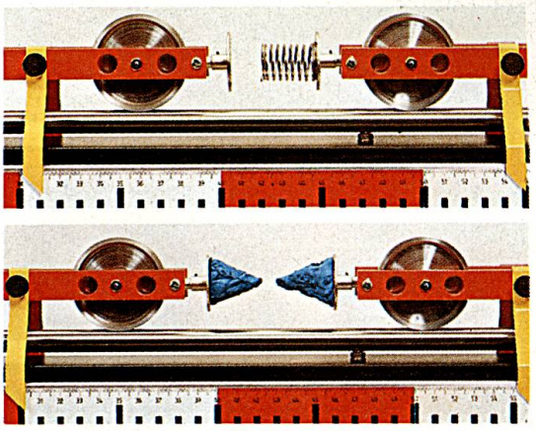
Ein bewegter Körper trifft auf einen ruhenden: $v_2 = 0$.

$u = \frac{m v_1}{m + m}$ $\qquad$ $\frac{m v_1^2}{2} = m u^2 + U$

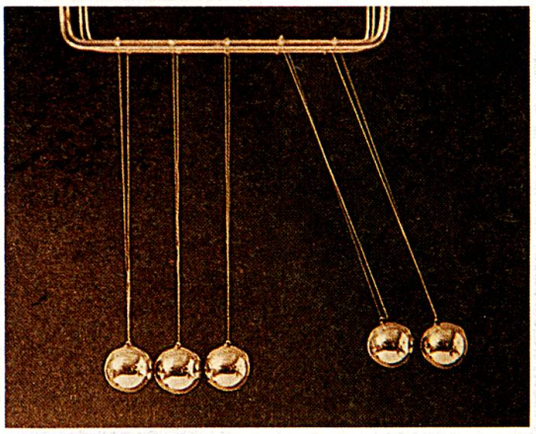
$u = \frac{v_1}{2}$ $\qquad$ $U = \frac{m v_1^2}{2} - m \left(\frac{v_1}{2}\right)^2$

$U = \frac{m v_1^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m v_1^2}{2}$

Die beiden Körper bewegen sich nach dem Zusammenstoß gemeinsam mit der Geschwindigkeit u weiter. Die Hälfte der kinetischen Energie wird in innere Energie umgewandelt.

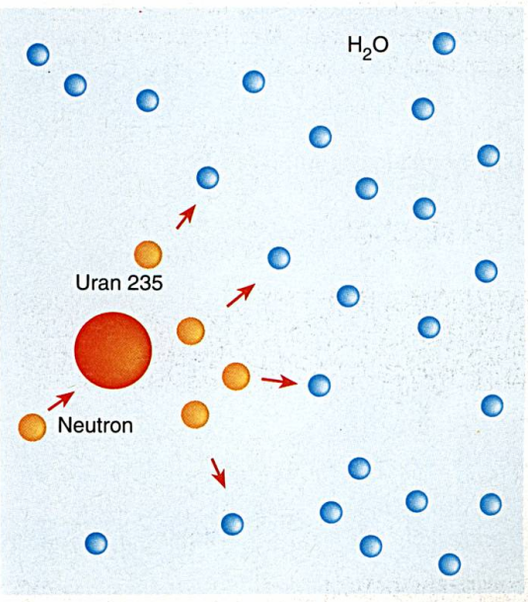


71.1 Elastischer Stoß: zwischen den Wägelchen befindet sich eine Spiralfeder, unelastischer Stoß: die Feder ist durch Kitt ersetzt.

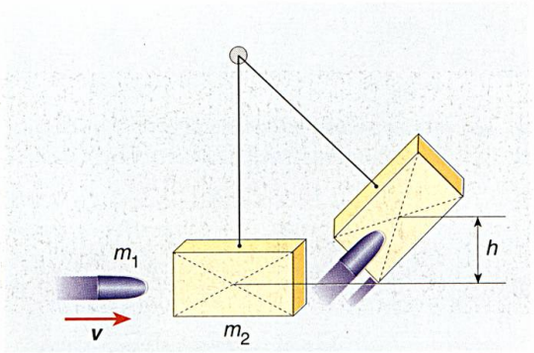


71.2 Was geschieht, wenn die beiden rechten Kugeln auf die ruhenden Kugeln treffen?

Es kommt zu einer Stoßübertragung, bei welcher auf der linken Seite zwei Kugeln wegfliegen. Der Gesamtimpuls bleibt gleich.



71.3 Die schnellen Neutronen, die bei der Kernspaltung in einem Atomreaktor entstehen, stoßen gegen Wasserteilchen. Diese übernehmen den Impuls, wobei die Neutronen abgebremst werden.



72.1 Ballistisches Pendel:
Ein Geschoß der Masse m_1 trifft mit der Geschwindigkeit v auf ein ruhendes Pendel der Masse m_2. Das Geschoß bleibt im Pendelkörper stecken, wobei diesem die Geschwindigkeit u erteilt wird.
Nach dem Impulserhaltungssatz gilt:

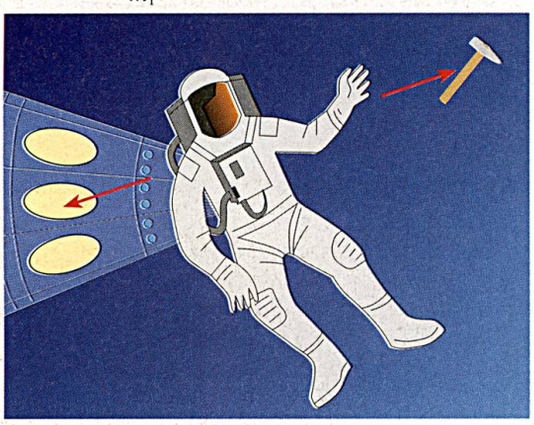
$$m_1 v = (m_1 + m_2) u$$

Aus der Steighöhe h kann die Geschwindigkeit u errechnet werden. Es gilt:

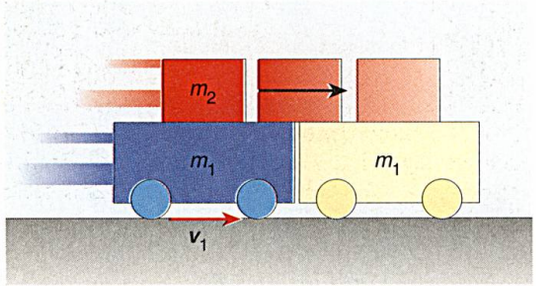
$$u = \sqrt{2 g h}$$

Somit folgt für die Geschwindigkeit des Geschoßes:

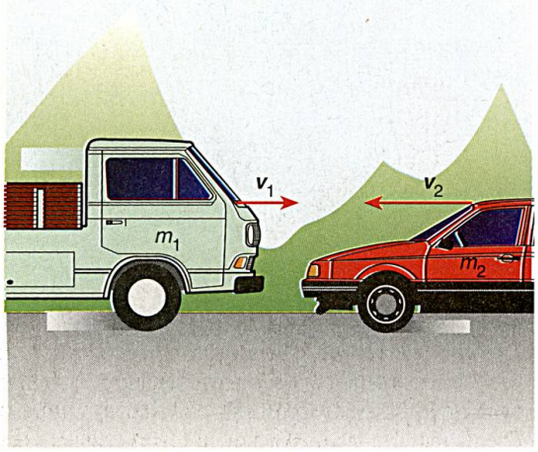
$$v = \frac{(m_1 + m_2)\sqrt{2 g h}}{m_1}$$



72.2 Abbildung zu Aufgabe 140



72.3 Abbildung zu Aufgabe 145



72.4 Abbildung zu Aufgabe 148

Unelastischer Stoß gegen eine Wand

$m_1 \ll m_2$; $v_2 = 0$

$u = 0$

Die gesamte kinetische Energie geht in innere Energie über.

Aufgaben

139. Berechne den Impuls eines Fahrzeuges (m = 1150 kg), das sich mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h bewegt.

140. Ein von einem Raumschiff getrennter Astronaut bemerkt, dass sich das Raumschiff mit v = 0,12 m/s von ihm entfernt. Er hat einen Hammer (m = 1,2 kg) bei sich. Auf welche Weise kann er das Raumschiff erreichen, wenn seine Masse samt Ausrüstung 115 kg beträgt? (Abb. 72.2)

141. Aus einem Gewehr (m_1 = 3 kg) wird eine Kugel (m_2 = 10 g) mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 700 m/s abgefeuert. Wie groß ist die Rückstoßgeschwindigkeit des Gewehres, wenn es nicht fest gegen die Schulter gedrückt wird?

142. Wie lange muss eine durchschnittliche Kraft von 270 N auf einen Körper wirken, um an diesem eine Impulsänderung von 620 kgm/s zu bewirken?

143. Ein sich mit 10 m/s bewegender Hockeyball (m = 0,2 kg) wird mit einem Schläger getroffen. Dies führt dazu, dass sich der Ball in umgekehrter Richtung mit 21 m/s bewegt. Ermittle die durchschnittliche Schlagkraft des Spielers, die 0,01 s auf den Ball wirkt.

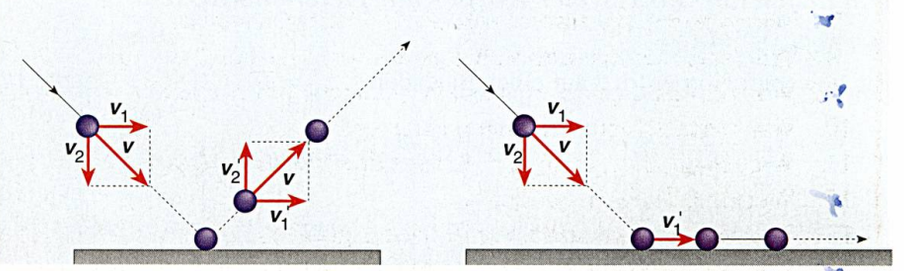
144. Ein Wagen (m = 1500 kg) fährt mit einer Geschwindigkeit von 45 km/h gegen einen Baum. Er kommt in 0,02 s zum Stehen.
a) Wie groß ist die durchschnittliche Kraft, die in dieser Zeit auf den Wagen wirkt?
b) Was geschieht mit der kinetischen Energie des Wagens?

145. Ein mit der Masse m_2 beladener Wagen stößt mit der Geschwindigkeit v_1 auf einen ruhenden Wagen gleicher Masse m_1 (Abb. 72.3). Durch den Stoß rutscht die Ladung auf den zweiten Wagen, der sich mit der Geschwindigkeit u_2 weiterbewegt. Berechne die Geschwindigkeit u_1 des ersten Wagens nach dem Stoß (bei Vernachlässigung von Reibungsverlusten).

146. Ein Ball (m_1 = 3 kg) hat eine Geschwindigkeit von 15 m/s. Er stößt zentral mit einem ruhenden Ball (m_2 = 2 kg) zusammen. Berechne die Geschwindigkeiten beider Bälle, falls
a) sie zusammenhaften, b) der Stoß elastisch ist.

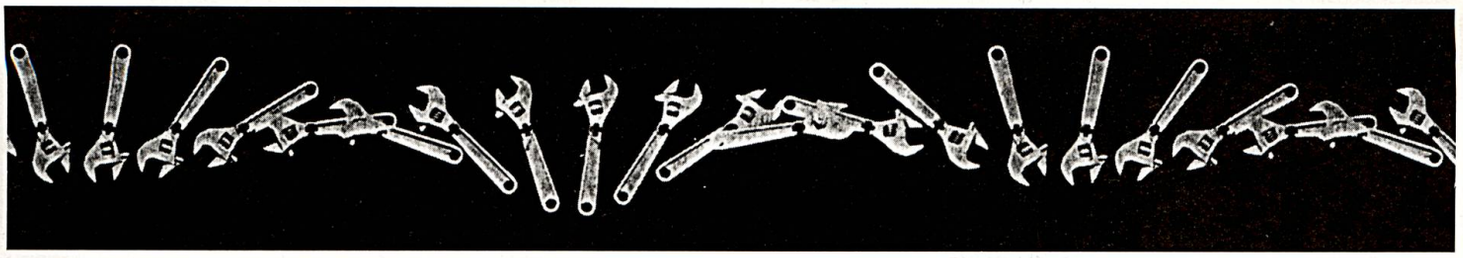
147. Ein Ball wird mit der Geschwindigkeit v schräg gegen eine feste Wand geworfen. Wie groß ist die Impulsänderung des Balls nach dem Stoß an die Wand?

72.5 Stoß schräg gegen eine Wand: elastisch (links), unelastisch (rechts)



148. Ein LKW (m_1 = 20 t) fährt mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h. Er stößt mit einem PKW (m_2 = 1,2 t; v_2 = 100 km/h) frontal zusammen. (Abb. 72.4)
a) Wie groß ist die Geschwindigkeit nach dem unelastischen Stoß?
b) Wie viel an kinetischer Energie geht durch den Zusammenstoß in innere Energie der beiden Fahrzeuge über?

8.13 Schwerpunkt und Impuls



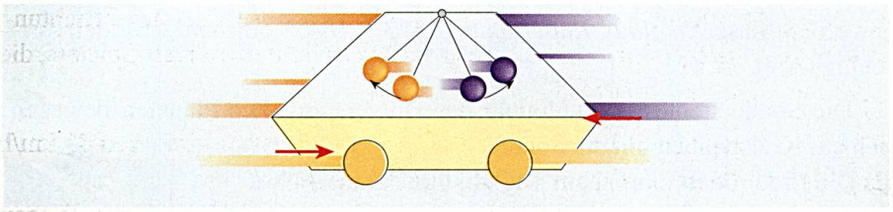
73.1 Bahn eines gleichförmig bewegten Schraubenschlüssels

Betrachtet man die Bahn eines beliebigen Massenpunktes des Schraubenschlüssels, so ist die Beschreibung dieser Bahn sehr aufwendig. Es gibt jedoch einen Punkt in diesem System von Massenpunkten, der sich geradlinig bewegt, den *Schwerpunkt*.

Daraus kann geschlossen werden:

Wenn in einem abgeschlossenen System auf einen Körper keine Kräfte von außen wirken, ist der Schwerpunkt gleichförmig bewegt oder in Ruhe. Der Schwerpunkt folgt daher dem Trägheitsgesetz.

Versuch



73.2 Der gemeinsame Schwerpunkt verbleibt in Ruhe.

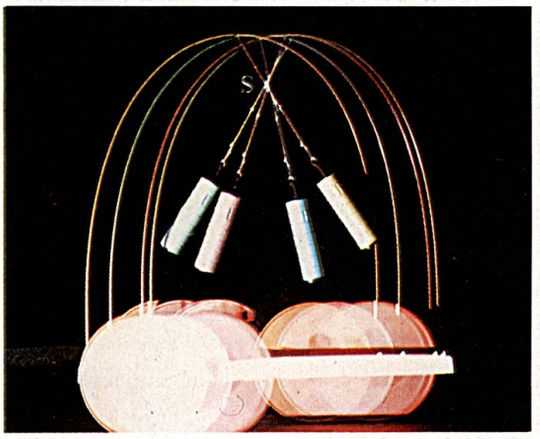
Versetzt man das im Wagen aufgehängte Pendel in Schwingungen, bewegt sich der Wagen ruckartig hin und her. Die Bewegungen von Wagen und Pendel sind immer gegenläufig. Der Schwerpunkt des Gesamtsystems bleibt in Ruhe.

Der Impulserhaltungssatz kann auch als Satz von der Erhaltung des Schwerpunktes bezeichnet werden.

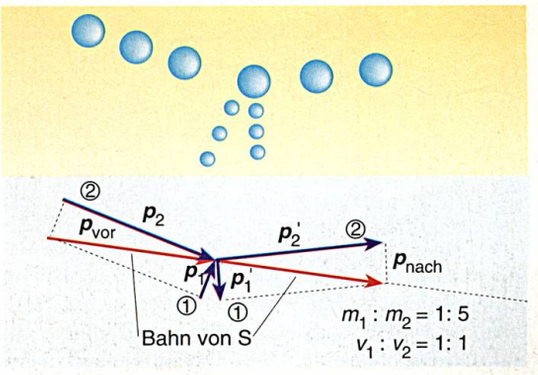
Kontrollfragen

1. Was versteht man vom physikalischen Standpunkt aus unter Arbeit?
2. Wie lautet die physikalische Einheit für die Arbeit?
3. Erkläre die Begriffe Hubarbeit, Dehnungsarbeit und Beschleunigungsarbeit.
4. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Arbeit und Energie?
5. Was sind Erhaltungsgrößen?
6. Gib einige Energieformen an.
7. Was versteht man unter mechanischen Energieformen?
8. Wie lautet der Energieerhaltungssatz der Mechanik?
9. Was versteht man unter einem Perpetuum mobile 1. Art?
10. Was versteht man unter innerer Energie?
11. Wie lautet die allgemeine Form des Energieerhaltungssatzes?
12. Wie ist die Leistung definiert?
13. Was versteht man unter dem Wirkungsgrad?
14. Von welchen physikalischen Größen ist der Impuls abhängig?
15. Was versteht man unter dem Kraftstoß?
16. Wie lautet der Impulserhaltungssatz?
17. Erkläre die Begriffe elastischer Stoß und unelastischer Stoß.
18. Wodurch ist der Schwerpunkt bei geradlinig gleichförmiger Bewegung eines Körpers ausgezeichnet?

73.3 Die Teilchen eines Feuerwerkskörpers behalten bei der Explosion ihren gemeinsamen Schwerpunkt bei.

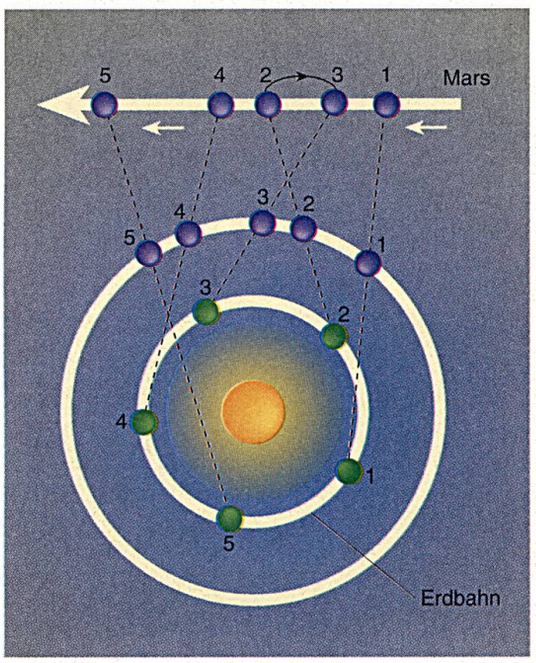


73.4 Die Stroboskopaufnahme bestätigt: Der Wagen bewegt sich stets gegenläufig zur Pendelschwingung. Der Schwerpunkt des Systems bleibt dabei in Ruhe.

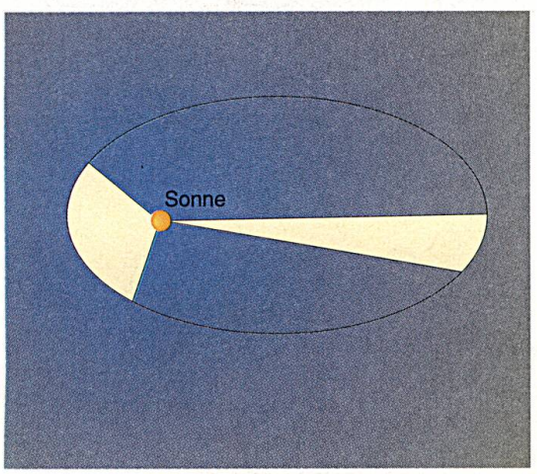


73.5 Die beiden Kugeln haben verschiedene Massen, aber gleiche Geschwindigkeiten. Die Kugel mit der kleineren Masse wird beim schiefen Stoß stärker abgelenkt als die Kugel mit der größeren Masse. Die Bahn des gemeinsamen Schwerpunktes wird durch den Stoß nicht beeinflusst.

74.1 Heliozentrisches Weltbild



74.2 Der Mars bewegt sich scheinbar rückwärts.



74.3 Veranschaulichung des 2. Keplergesetzes: Die beiden gekennzeichneten Flächen sind gleich groß. Johannes Kepler studierte in Tübingen Mathematik und Astronomie, war dann Mathematiklehrer an der protestantischen Stiftsschule in Graz. Hier befasste er sich mit dem Weltbild des Kopernikus. Im Jahr 1600 folgte er einer Einladung an den Hof Rudolfs II. nach Prag, wo er Tycho Brahe kennenlernte. Keplers theoretische Erkenntnisse wurden durch die Beobachtungen Tycho Brahes bestätigt.

8.14 Keplergesetze

Geozentrisches und heliozentrisches Weltbild

In Verbindung mit Fragen der Navigation sowie der Reform des Julianischen Kalenders lebte im 16. Jahrhundert die beobachtende Astronomie wieder auf. Aufgrund verbesserter Meßgeräte und der Beachtung neuer physikalischer Erkenntnisse (atmosphärischer Strahlenbrechung) erhielt man genauere Messdaten über die Himmelskörper. Die Entwicklung führte zu einer Auseinandersetzung mit dem damals gültigen Weltbild.

Geozentrisches Weltbild (Ptolemäisches Weltbild)

Die Erde steht im Mittelpunkt des Universums, und alle Himmelskörper drehen sich um sie. Die Bewegung der Gestirne, die eine vollkommene Kugelgestalt besitzen, erfolgt auf exakten Kreisbahnen.

Um die beobachtete rückläufige bewegung der Planeten in diesem Weltbild erklären zu können, musste mann zusätzliche Bewegungen auf Kreisbahnen, den *Epizykeln*, hinzufügen. Insgesamt benötigte man schließlich 80 Epizykeln.

Heliozentrisches Weltbild (Kopernikanisches Weltbild)

Aufgrund der vielen Epizykeln war das Ptolemäische Weltbild so unpraktisch geworden, dass *Nikolaus Kopernikus* (1473 - 1543) ein neues Modell vorschlug (Abb. 74.1):

(1) Die Sonne steht im Mittelpunkt des Universums. Die Planeten bewegen sich auf Kreisbahnen um die Sonne.
(2) Die Erde rotiert einmal am Tag um ihre eigene Achse.

Damit konnte er die rückläufige Bewegung der Planeten erklären (Abb. 74.2). Wenn sich beispielsweise die schnell laufende Erde in der Nähe des langsamer laufenden Mars befindet, bewegt sich der Mars auf seiner Bahn scheinbar rückwärts. Da Kopernikus bei seinem Modell auch von der Kreisbewegung ausging, benötigte er ebenfalls Epizykeln, um die beobachtete Planetenbewegung mit seinem Modell in Einklang zu bringen.

Kopernikus wollte das damals gültige Ptolemäische Weltbild nicht zerstören. Er wollte lediglich durch den Übergang von einem Bezugssystem (Erde) zu einem anderen (Sonne) die Beschreibung der Planetenbahnen vereinfachen. Dieses neue System führte jedoch zu einem ungeheuren weltanschaulichen Konflikt - verbannte es doch den Menschen aus dem Zentrum des Universums!

Keplergesetze

Tycho Brahe (1546 - 1601) und *Johannes Kepler* (1571 - 1630) vollendeten das Werk des Kopernikus.

Kepler erstellte drei Gesetze über die Planetenbewegung:

1. Die Planetenbahnen sind *Ellipsen*, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Der von der Sonne zu einem Planeten gezogene Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Flächensatz).

3. Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachsen ihrer Bahnen. $T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$

Planetenbewegungen sind sogenannte *Zentralbewegungen*: Der Beschleunigungsvektor weist stets zum selben Raumpunkt, und es gilt der Flächensatz. (Abb. 74.3)

Die Bewegung des Mondes um die Erde ist ebenfalls eine Zentralbewegung. Der mittlere Abstand Erde - Mond beträgt 384 403 km.

Übersicht über die Planeten			
Planet	mittlerer Sonnenabstand in Mill. km	Umlaufzeit in Jahren	Masse bezogen auf die Erdmasse
Merkur	57,9	0,24	0,056
Venus	108,2	0,62	0,815
Erde	149,6	1,00	1,000
Mars	227,9	1,88	0,107
Jupiter	778,3	11,86	317,826
Saturn	1429,4	29,46	95,147
Uranus	2884	84,02	14,56
Neptun	4504,3	164,79	17,23
Pluto	5966	247,70	0,002

8.15 Das Gravitationsgesetz

Newton gelang es, eine dynamische Erklärung der Planetenbahnen zu finden. Er ging von der Voraussetzung aus, dass nicht nur die Sonne die Erde anzieht, sondern dass auch auf die Sonne von der Erde eine gleiche Anziehungskraft ausgeübt wird. Aufgrund der größeren Masse der Sonne ist der Einfluss auf ihre Bewegung viel kleiner als der auf die Bewegung der Erde.

Eine Wechselwirkung wie zwischen Erde und Sonne besteht zwischen beliebigen Körpern mit den Massen m_1 und m_2 im Abstand r. (Der Mensch empfindet die Wechselwirkung zwischen der Erde und seinem Körper als Gewichtskraft.)

Die beiden Kräfte F_1 auf m_1 und F_2 auf m_2 stellen ein Aktions-Reaktionskräftepaar dar (Abb. 75.1). Es gilt also:

$F = F_1 = F_2$

$F \sim m_1$, $F \sim m_2$

Weiters zeigt sich, dass bei Verdopplung des Abstandes der beiden Massen die Anziehungskraft auf 1/4 ihres Wertes sinkt.

$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$ Newton'sches Gravitationsgesetz

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ Gravitationskonstante

r ... Abstand der Schwerpunkte von m_1 und m_2

Die *Gravitationskraft* ist von der chemischen Beschaffenheit der Stoffe unabhängig. Sie ist die am häufigsten auftretende Wechselwirkung.

Die experimentelle Bestimmung der Gravitationskonstante erfolgte zuerst durch *Henry Cavendish* (1731 - 1810) mit Hilfe einer Drehwaage. (Abb. 75.4)

➤ Beispiel A

Berechne die Masse der Erde.

Für eine Masse m auf der Erde gilt:
(1) Gewicht $F = m g$
(2) Nach dem Gravitationsgesetz ist

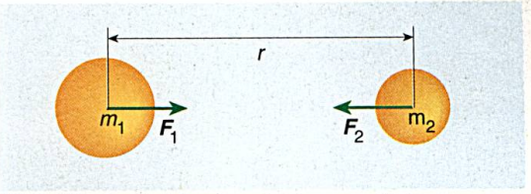
$F = G \cdot \frac{m m_E}{r^2}$

Beide Kräfte sind betragsgleich:

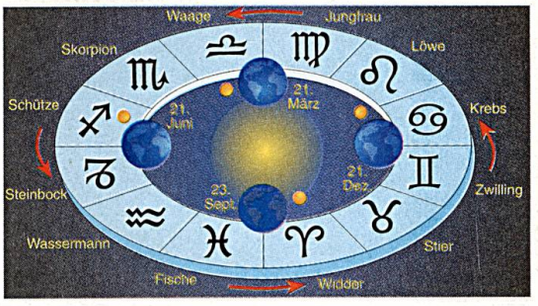
$m g = G \cdot \frac{m m_E}{r^2} \quad \Leftrightarrow \quad m_E = \frac{g r^2}{G}$

$m_E = \frac{9{,}81 \text{ m s}^{-2} (6{,}37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

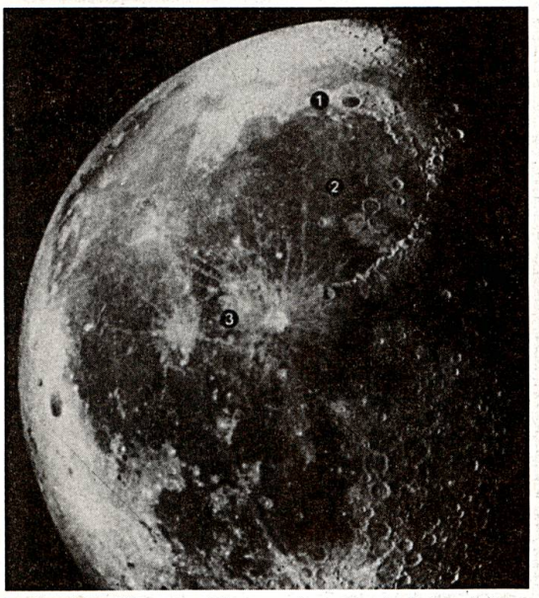
Die Masse der Erde beträgt $6 \cdot 10^{24}$ kg.



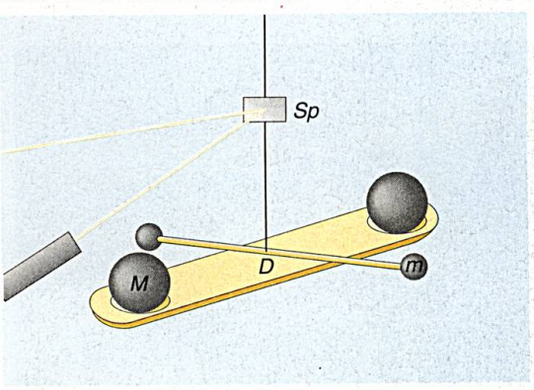
75.1 Wechselwirkung zwischen zwei Massen



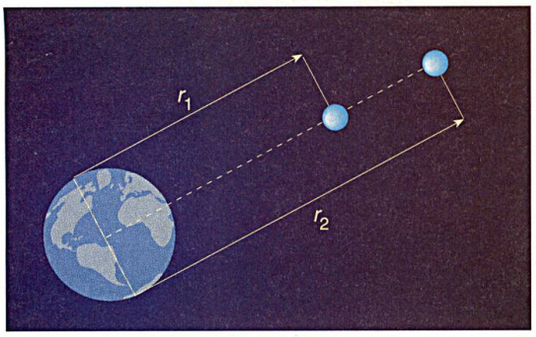
75.2 Die Jahreszeiten auf der Erde beruhen auf der Neigung der Erdäquatorebene (23,5°) gegen die Erdbahnebene (Ekliptik). Die Bahn der Erde um die Sonne wird in 12 Abschnitte geteilt, die nach den Tierkreiszeichen benannt sind.



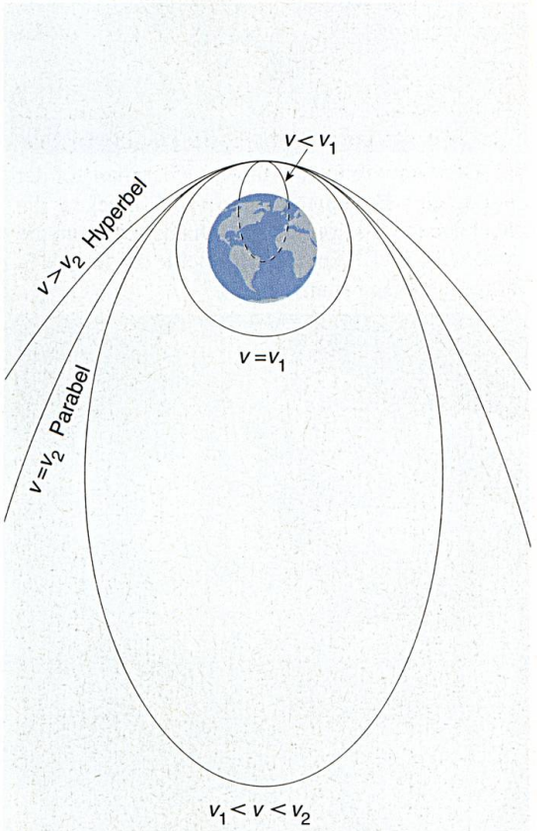
75.3 Mondkrater: Sie wurden durch Lavaströme und Meteoriteneinschläge gebildet. Die Umlaufzeit des Mondes um die Erde beträgt 27,3 Tage (siderische Umlaufzeit). In derselben Zeit dreht sich der Mond einmal um seine Achse. Er wendet daher der Erde immer dieselbe Seite zu.



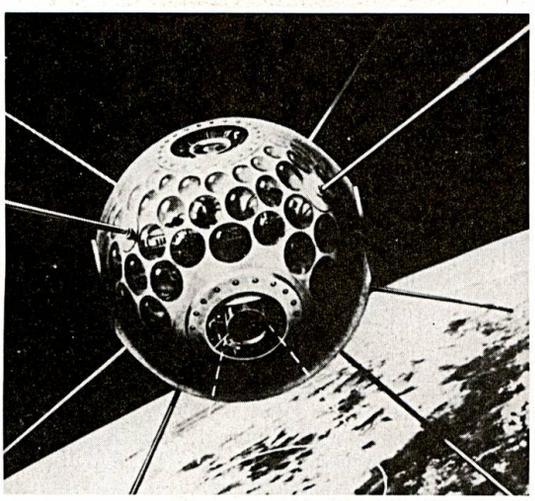
75.4 Drehwaage von Cavendish. Bringt man zwei große Bleikugeln der Masse M neben die Kugeln mit der Masse m, so ziehen die Massen m und M einander an. Die kleinen Massen sind an einem dünnen vertikalen Quarzfaden in D befestigt. Die Verdrillung des Fadens wird durch einen Lichtstrahl angezeigt, der durch einen Spiegel Sp abgelenkt wird.
Aus der Kenntnis von m, M und der Verdrillung kann G errechnet werden.



76.1 Abbildung zu Beispiel D



76.2 Mögliche Satellitenbahnen
v_1 : 1. kosmische Geschwindigkeit
v_2 : 2. kosmische Geschwindigkeit



76.3 1957 ist es erstmals gelungen, Raketen zu bauen, die kosmische Geschwindigkeiten erreichen. Das bedeutete den Beginn der Raumfahrt. Der erste unbemannte Erdsatellit war Sputnik I, der 1957 von der UdSSR aus gestartet wurde.

➤ Beispiel B

Welche Gravitationsbeschleunigung erfährt ein Körper in 20 000 km Entfernung von der Erdoberfläche?

$$m\,g\,(r) = G\,\frac{m_E\,m}{r^2} \quad \Leftrightarrow \quad g\,(r) = G\,\frac{m_E}{r^2}$$

$$g\,(26370\text{ km}) = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}{(2{,}637 \cdot 10^7\,\text{m})^2} = 0{,}576\,\text{m/s}^2$$

Allgemein gilt für die Gravitationsbeschleunigung im Abstand r vom Erdmittelpunkt:

$$g(r) = G\,\frac{m_E}{r^2}$$

➤ Beispiel C

Welche Geschwindigkeit muss ein Satellit besitzen, damit er die Erde auf erdnaher Bahn umkreist? Für einen erdnahen Satelliten gilt annähernd $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

Gewichtskraft = Zentripetalkraft

$$m\,g = m\,\frac{v^2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad v^2 = g\,r \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{g\,r}$$

$$v = \sqrt{9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m}} = 7{,}9\ \text{km/s}$$

Diese Geschwindigkeit wird als *1. kosmische Geschwindigkeit* bezeichnet.

➤ Beispiel D (Abb. 76.1)

Welche Geschwindigkeit ist erforderlich, um einen Satelliten aus dem Anziehungsbereich der Erde zu bringen?

Zur Beantwortung dieser Frage müssen wir vorerst die Arbeit ermitteln, um einen Körper von einem Ort mit der Entfernung r_1 vom Erdmittelpunkt zu einem Ort mit der Entfernung r_2 zu bewegen. Für die Berechnung der Arbeit ist zu beachten, dass die Gravitationskraft mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt.

Wir unterteilen die Strecke $r_2 - r_1$ in Intervalle, wobei vorerst angenommen wird, daß für die Bewegung in einem Intervall die Gravitationskraft konstant ist.

$$\Delta W = G \cdot \frac{m_1\,m_2}{r^2} \cdot \Delta r = G \cdot \frac{m_1\,m_2}{r^2}\,(r' - r_1)$$

Die Abnahme der Anziehungskraft in diesem Intervall wird dadurch berücksichtigt, dass wir mit r das geometrische Mittel aus r_1 und r' bezeichnen.

$$r = \sqrt{r_1\,r'} \quad \Leftrightarrow \quad r^2 = r_1\,r'$$

$$\Delta W_1 = G \cdot \frac{m_1\,m_2}{r_1\,r'}\,(r' - r_1) = G\,m_1\,m_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'}\right)$$

Für alle weiteren Teilstrecken gilt:

$$\Delta W_2 = G\,m_1\,m_2\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)$$

$$\Delta W_3 = G\,m_1\,m_2\left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right)$$

...

...

Die Summe aller ΔW_i zwischen r_1 und r_2 liefert dann:

$$W = \Sigma \Delta W_i = G\, m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} + \frac{1}{r''} \ldots - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$W = G\, m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Die Arbeit, die man aufwenden muss, um einen Körper aus dem Anziehungsbereich der Erde zu befördern, kann nun dank folgender Überlegung berechnet werden:

Da r_2 "unendlich" groß wird, wird der Bruch $^1/_{r_2}$ "unendlich" klein. Man sagt: Er strebt gegen Null. r_1 ist in diesem Fall der Erdradius r.

$$W = G\, m_E\, m \left(\frac{1}{r} - 0 \right) = G\, \frac{m_E\, m}{r}$$

Erforderliche Arbeit = Beschleunigungsarbeit

$$\frac{m\, v^2}{2} = G\, \frac{m\ m_E}{r}$$

$$v = \sqrt{2\, g\, r}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m}}$$

$$v = 11{,}2\ \text{km/s}$$

Diese Geschwindigkeit wird als *2. kosmische Geschwindigkeit* bezeichnet.

➤ Beispiel E

Um welchen Faktor unterscheidet sich das "Erdgewicht" eines Astronauten von seinem "Mondgewicht"?

$m_{\text{Mond}} / m_{\text{Erde}} \approx 1/81$

$r_{\text{Mond}} / r_{\text{Erde}} \approx 3/11$

$$F_M = G\, \frac{m\ m_M}{r_M^2} \qquad F_E = G\, \frac{m\ m_E}{r_E^2}$$

$$\frac{F_M}{F_E} = \frac{m_M\, r_E^2}{m_E\, r_M^2} \qquad \frac{F_M}{F_E} = \frac{1}{81} \left(\frac{11}{3} \right)^2$$

$$\frac{F_M}{F_E} \approx \frac{1}{6}$$

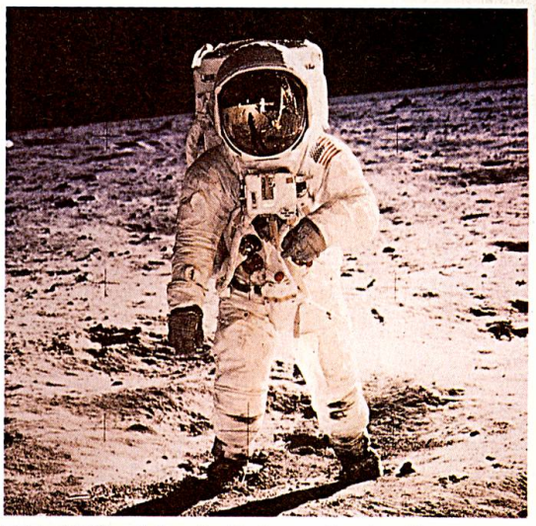
Sein Gewicht auf dem Mond beträgt etwa 1/6 seines Gewichtes auf der Erde.

Schwerelosigkeit (Mikrogravitation)

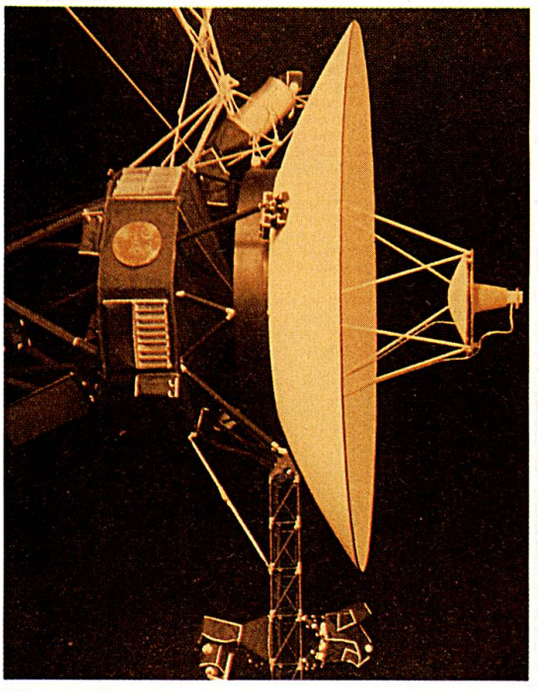
Warum sind Menschen und Gegenstände in einem Raumschiff schwerelos, obwohl in 300 km Entfernung von der Erde die Erdbeschleunigung noch immer 90 % des Wertes auf der Erdoberfläche beträgt?

Während des freien Falls der Federwaage mit dem Massenstück (Abb.77.3) zeigt sich, dass die Ausdehnung der Feder auf Null zurückgeht. Beiden Körpern wird dieselbe Erdbeschleunigung g erteilt. Daher ist das Gewicht des Massenstücks Null.

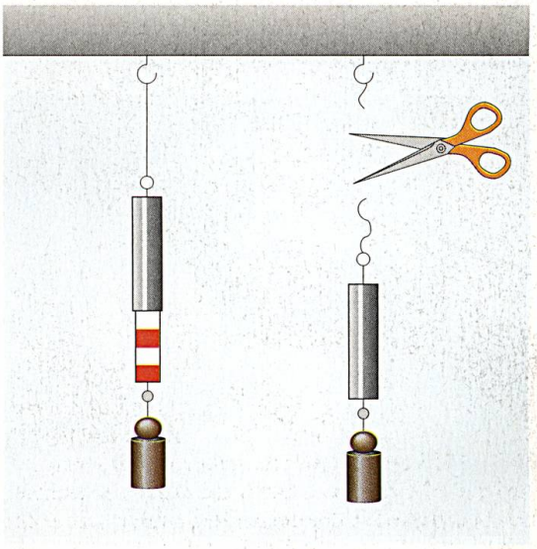
Die Gravitationskraft der Erde wirkt für ein Raumschiff als Zentripetalkraft. Sie zwingt es nach Erreichen der 1. kosmischen Geschwindigkeit auf eine Kreisbahn. Alle Menschen und Gegenstände im Raumschiff unterliegen dann derselben Zentralbeschleunigung, sie sind (nahezu) schwerelos. Die wirksame Erdbeschleunigung ist kleiner als $10^{-4}\ g$. Man nennt diese Erscheinung deshalb *Mikrogravitation.*



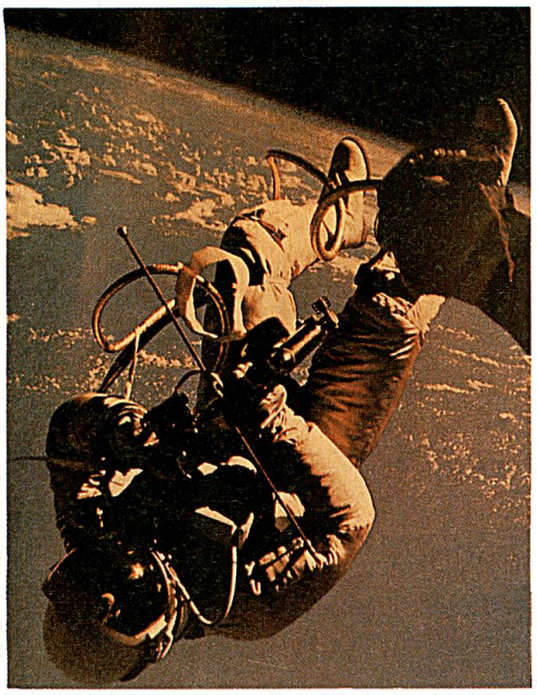
77.1 1969 erfolgte im Rahmen des Apolloprogrammes der USA die erste bemannte Mondlandung.



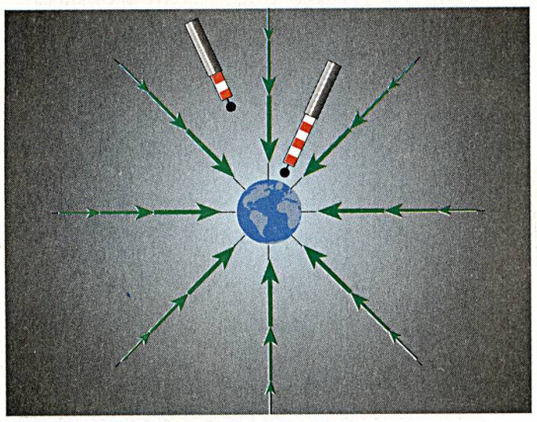
77.2 1977 wurde die Raumsonde Voyager 2 gestartet, um die Planeten Jupiter und Saturn zu erforschen. Nach Erreichung dieser Ziele entschloss man sich, Voyager 2 zum Uranus und Neptun zu steuern. Um den Treibstoffverbrauch möglichst gering zu halten, wählte man die Flugbahn so, dass die Gravitationskräfte der Himmelskörper als Antrieb genutzt werden konnten. Man bezeichnet dies als Gravitationsschleudertechnik (Swing by).



77.3 Freier Fall einer Federwaage



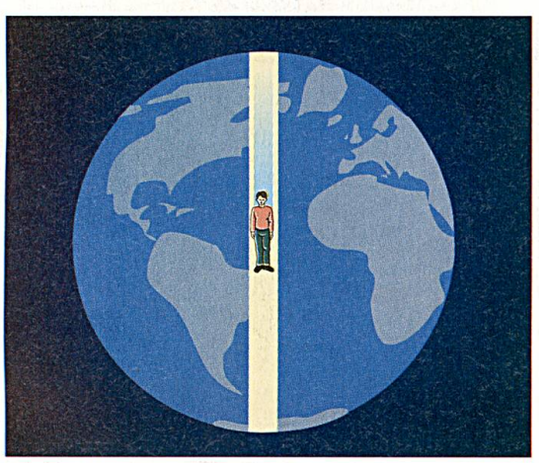
78.1 Astronaut im schwerelosen Zustand



78.2 Das Gravitationsfeld der Erde

Anmerkung

Die historische Entwicklung des Feldbegriffs führte Ende der zwanziger Jahre dieses Jahrhunderts zum *Feldkonzept* der Quantenphysik. Dazu ein Beispiel: Versetzt man einer Masse einen Stoß, so ändert sich die Gravitationskraft auf einen benachbarten Körper nicht sofort. Es besteht eine prinzipielle Verzögerung der Kraftänderung, die nach der Relativitätstheorie Einsteins höchstens mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen kann. Die Vermittlung des geänderten Zustandes erfolgt über das Feld.
Die Entwicklung der Feldtheorie ist noch lange nicht abgeschlossen. Man versucht eine vereinheitlichte Theorie der Felder zu finden.



78.3 Abbildung zu Aufgabe 153

In der Materialforschung unter Mikrogravitation hat man eine Vielzahl von Effekten entdeckt, die unter irdischen Bedingungen weitgehend unbeobachtet bleiben. Zum Beispiel weisen im Zustand der Schwerelosigkeit geschmolzene und erstarrte Metallproben ein homogenes und damit äußerst haltbares Kristallgefüge auf.

Gravitationsfeld

Kann man jedem Punkt eines Raumes eine bestimmte physikalische Größe zuordnen, spricht man von einem *physikalischen Feld*. So kann man z. B. in einem Schwimmbecken jedem Raumpunkt X eine bestimmte Wassertemperatur $T(X)$ zuordnen. Man erhält so ein *Temperaturfeld*. Oder man ordnet jedem Punkt X des Raumes, der die Erde umgibt, die Gravitationsbeschleunigung $\boldsymbol{g}(X)$ zu, die ein Körper dort erfahren würde. Auf diese Weise erhält man das *Gravitationsfeld der Erde*. Da $T(X)$ eine skalare Größe ist, spricht man von einem *Skalarfeld*. Das Gravitationsfeld ist daher ein *Vektorfeld*. Die Größe $\boldsymbol{g}(X)$ heißt *Gravitationsfeldstärke* im Punkt X.

Will man das Gravitationsfeld der Erde (oder eines anderen Körpers) grafisch darstellen, bedient man sich sogenannter *Feldlinien* (Abb. 78.2). Die Richtung der Feldlinien ist durch die Feldstärkevektoren festgelegt. Sie enden an der Erdoberfläche.

Gravitationsfeldstärke $g(r)$

Aus $F = m\,g(r)$ folgt $g(r) = \dfrac{F}{m}$

Unter der Feldstärke g in einem bestimmten Raumpunkt eines Gravitationsfeldes versteht man den Quotienten aus der auf den Körper wirkenden Kraft F und dessen Masse m.

$$g(r) = \frac{F}{m}$$

Die Feldstärke an einem Normort auf der Erde beträgt 9,81 m/s². Je größer die Entfernung von der Erde ist, desto kleiner ist die Feldstärke.

$$\boldsymbol{g}(r) = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$$

Da die Feldstärke ein Vektor ist, kann durch sie ein *Vektorfeld* beschrieben werden.

Aufgaben

149. In einem Punkt zwischen Erde und Mond halten einander die Gravitationskräfte auf einem Raumschiff das Gleichgewicht. In welcher Entfernung vom Erdmittelpunkt befindet sich dieser Ort? ($m_M/m_E = 1/81$)

150. In welcher Höhe über dem Äquator ($r_E = 6378$ km) befinden sich Nachrichtensatelliten, die relativ zur Erde in Ruhe sind? (Hinweis: Gravitationskraft = Zentripetalkraft, $\omega = 2\pi / T$)

151. Wie groß sind die Radien zweier sich berührender Bleikugeln gleicher Größe ($\rho = 11300$ kg/m³), wenn die Gravitationskraft zwischen ihnen 10^{-4} N beträgt?

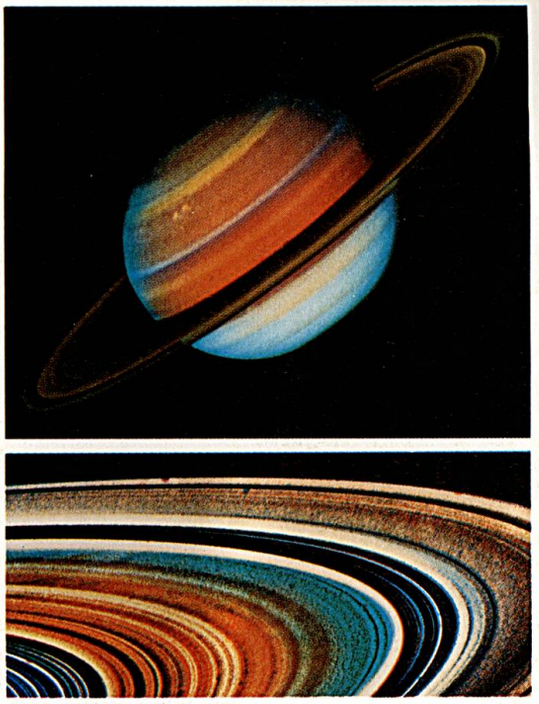
152. Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung auf der Sonne?
($m_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg, $r_S = 696 \cdot 10^3$ km)

153. Nehmen wir eine Tunnelröhre an, die durch den Erdmittelpunkt vom Nordpol zum Südpol führt. Was geschieht, wenn eine Person auf einer Seite in die Röhre fällt? (Abb. 78.3)

154. Die Entfernung des Saturns von der Sonne beträgt rund 9,5 mittlere Erdbahnradien. Wie groß ist seine Umlaufzeit?

Kontrollfragen

1. Erkläre das geozentrische und das heliozentrische Weltbild.
2. Wie lauten die Keplerschen Gesetze?
3. Was versteht man unter einer Zentralbewegung?
4. Wie lautet das Newtonsche Gravitationsgesetz?
5. Was versteht man unter der 1., was unter der 2. kosmischen Geschwindigkeit?
6. Welche Satellitenbahnen sind möglich?
7. Warum ist ein Astronaut in einem Raumschiff schwerelos, obwohl er sich im Anziehungsbereich der Erde befindet?
8. Was bedeutet Mikrogravitation?
9. Wodurch ist ein Gravitationsfeld gekennzeichnet?
10. Welcher Unterschied besteht zwischen einem Vektorfeld und einem Skalarfeld?



79.1 Der Saturn und seine Ringe

8.16 Trägheitsmoment

Trägheitsmoment und Rotationsenergie

Will man die Bewegungsenergie eines rotierenden Körpers bestimmen, zeigt sich, dass im Gegensatz zur Translation die einzelnen Massenpunkte unterschiedliche Geschwindigkeiten aufweisen. Die Bahngeschwindigkeit ist abhängig von der Winkelgeschwindigkeit und dem Abstand des Punktes von der Drehachse (Abb. 79.2). Es gilt:

$$v_i = r_i \, \omega$$

Für die Bewegungsenergie des Massenpunktes m_i erhält man dann:

$$E_i = \frac{m_i \, v_i^2}{2} = \frac{m_i \, r_i^2 \, \omega^2}{2}$$

Um die *Rotationsenergie* des gesamten Körpers zu berechnen, bildet man die Summe der Bewegungsenergien aller Massenpunkte.

$$E_{rot} = \Sigma E_i$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \, \omega^2 \cdot \Sigma \, m_i \, r_i^2$$

Sie Summe $\Sigma \, m_i \, r_i^2$ heißt *Trägheitsmoment* I oder *Drehmasse* des Körpers bezüglich der Drehachse D. $I = \Sigma \, m_i \, r_i^2$

$[I] = [m] \, [r^2] = 1 \text{ kgm}^2$

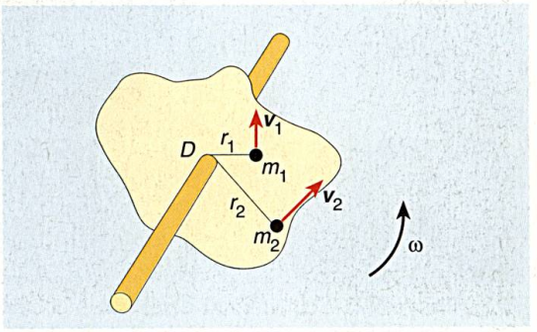
Daraus ergibt sich für die Rotationsenergie:

$$E_{rot} = \frac{I \, \omega^2}{2}$$

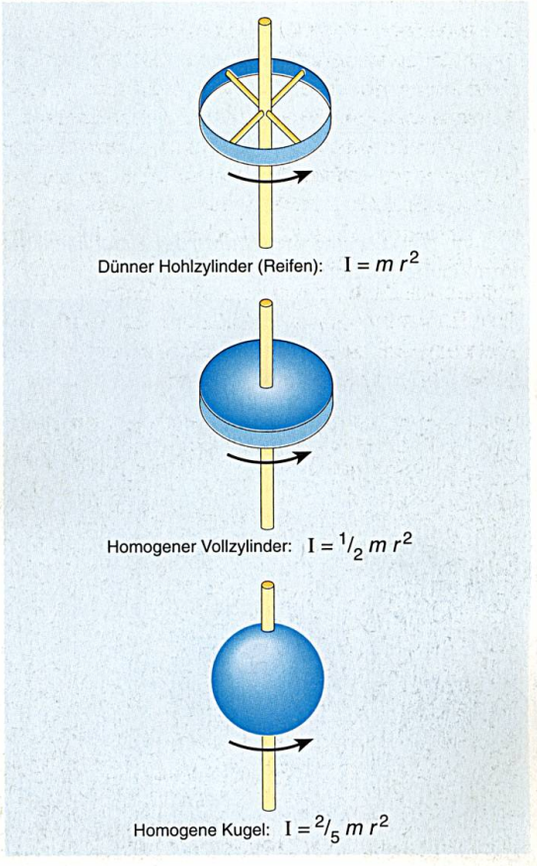
Die Masse m bei der Translation entspricht dem Trägheitsmoment I bei der Rotation. Das bedeutet: Ist bei der Translation die Masse das Maß für die Trägheit des Körpers, so ist es bei der Rotation das Trägheitsmoment.

Trägheitsmoment symmetrischer Körper

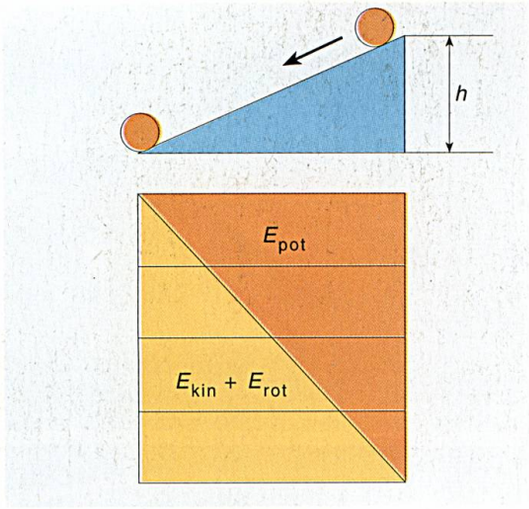
Das Trägheitsmoment ist von den Quadraten der Abstände zwischen den Massenpunkten und der Drehachse abhängig. Dabei ist die räumliche Massenverteilung für das Drehmoment von Bedeutung. (Abb. 79.3)



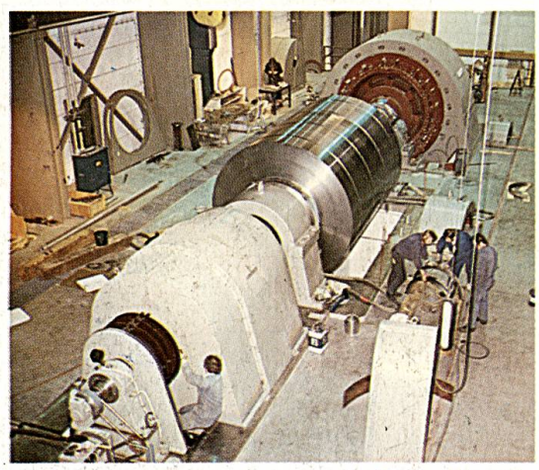
79.2 Zur Berechnung der Rotationsenergie



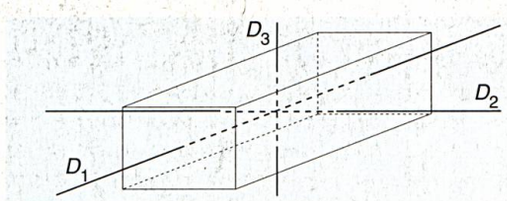
79.3 Trägheitsmomente verschiedener Körper



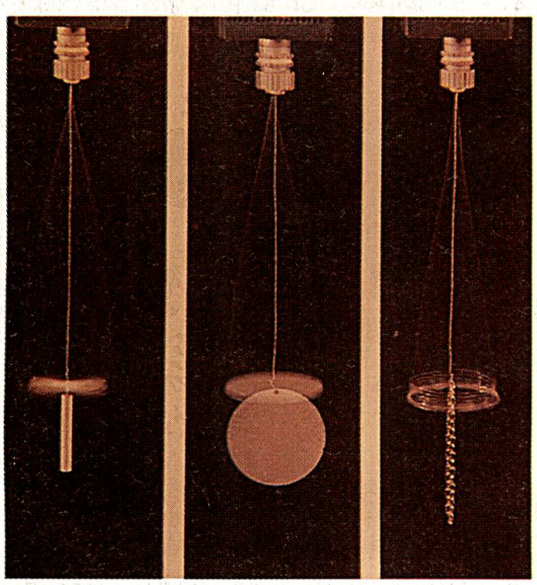
80.1 Abbildung zu Beispiel B
Je kleiner die potentielle Energie ist, desto größer ist nach dem Energieerhaltungssatz die Summe aus kinetischer Energie und Rotationsenergie.



80.2 Das größte Schwungrad der Welt. Für alle Schwungräder gilt: Ist die Drehzahl größer als die mittlere Drehzahl, nimmt das Schwungrad Energie auf. Ist die Drehzahl kleiner, gibt es Energie ab.



80.3 D_1, D_2, D_3 sind die *Hauptträgheitsachsen*, die normal aufeinander stehen.



80.4 Rotation um freie Achsen

Beispiel A

Ermittle den Radius einer Kreisscheibe (m = 10 kg), deren Trägheitsmoment 0,25 kgm^2 beträgt.

$$I = \frac{1}{2} m r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{2 I}{m}}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}25 \text{ kgm}^2}{10 \text{ kg}}} = 0{,}22 \text{ m}$$

Beispiel B (Abb. 80.1)

Berechne die Endgeschwindigkeit eines Massivzylinders, welcher längs einer schiefen Ebene der Höhe h herunterrollt. (Die Reibung wird vernachlässigt.)

Nach dem Energieerhaltungsgesetz gilt:

$$E_{pot} = E_{kin} + E_{rot}$$

$$m g h = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2} \qquad I = \frac{1}{2} m r^2$$

$$m g h = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{4} \qquad \omega = \frac{v}{r}$$

$$v = \frac{2 \sqrt{g h}}{\sqrt{3}}$$

Die Geschwindigkeit ist unabhängig von der Masse und dem Radius des Körpers. Sie hängt aber von der Form des Körpers und von der Höhe der schiefen Ebene ab.

Schwungräder

Sie können als Energiespeicher benützt werden. Man verwendet sie daher bei Verbrennungskraftmaschinen und Dampfmaschinen, um einen "runden" Lauf zu erzielen.

Beispiel C

Bei welcher Drehzahl besitzt ein homogenes Schwungrad aus Stahl (r = 50 cm, h = 20 cm, $\rho = 7900$ kg/m^3) eine Rotationsenergie von $9 \cdot 10^7$ J ?

$$E = \frac{I \omega^2}{2} \qquad I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} r^2 h \pi \rho r^2$$

$$\omega = 2 \pi f$$

$$f = \frac{1}{\pi r^2} \sqrt{\frac{E}{\pi h \rho}}$$

$$f = \frac{1}{\pi (0{,}5 \text{ m})^2} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^7 \text{ J}}{\pi \cdot 0{,}2 \text{ m} \cdot 7900 \text{ kg m}^{-3}}}$$

$$f = 171{,}4 \text{ U/s}$$

Die Drehzahl eines Schwungrades ist durch die Bruchfestigkeit des Materials begrenzt.

Freie Achsen

Bei einem beliebig geformten Körper hat das Trägheitsmoment für verschiedene Drehachsen durch den Schwerpunkt unterschiedliche Werte. Für jeden Körper gibt es aber drei *Hauptträgheitsmomente*. (Abb. 80.3)

Im Allgemeinen wirken bei der Rotation auf die mit dem Körper fest verbundenen Drehachsen Trägheitskräfte, die auf die Lager der Achsen übertragen werden.
Diese Kräfte heben einander auf, wenn die Achse durch den Schwerpunkt des Drehkörpers verläuft und eine der drei Hauptträgheitsachsen ist. Man bezeichnet eine solche Achse auch als *freie Achse*.

81.1 Autoreifen müssen ausgewuchtet werden. Das bedeutet, dass die Drehachse eine freie Achse sein mußs Nicht ausgewuchtete Räder übertragen auf die Lager periodische Kräfte, die zu gefährlichen erzwungenen Schwingungen führen können.

Trägheitsmoment und Drehmoment

Wie bereits bekannt, ist das Drehmoment definiert als Produkt von angreifender Kraft und zugehöriger Länge des Kraftarmes: $M = F\,r$

Wir betrachten nun einen um eine feste Achse drehbaren starren Körper, auf den ein Drehmoment wirkt (Abb. 81.2). Auf jeden Massenpunkt m_i des Körpers wirkt ein durch eine angreifende Kraft F_i verursachtes Drehmoment M_i. Es gilt:

$$M = \Sigma M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots = F_1 r_1 + F_2 r_2 + F_3 r_3 + \ldots$$

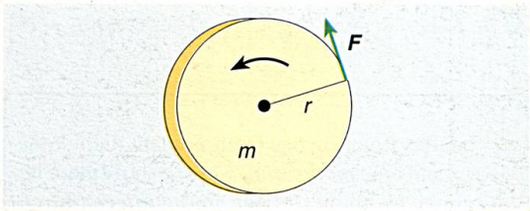
In $F_i = m_i a_i$ können wir a_i durch αr_i ersetzen. Die Größe α, die Winkelbeschleunigung, ist für alle Massenpunkte des Körpers gleich. Damit können wir schreiben:

$$M = m_1 r_1^2 \alpha + m_2 r_2^2 \alpha + m_3 r_3^2 \alpha + \ldots$$

$$M = \alpha \cdot \Sigma m_i r_i^2$$

Mit $I = \Sigma m_i r_i^2$ folgt:

$$M = I\,\alpha \qquad \text{Drehmoment}$$

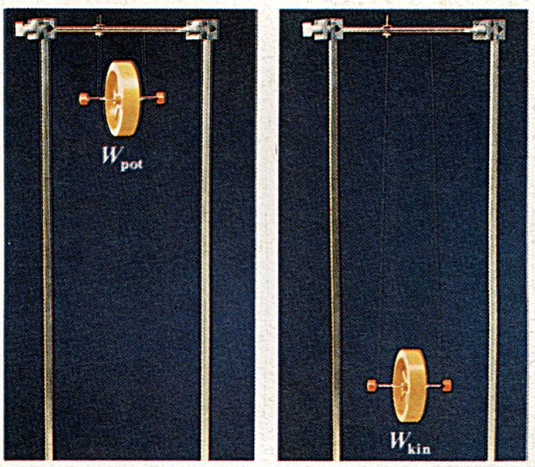


81.2 Das angreifende Drehmoment führt zu einer Winkelbeschleunigung.

Vergleich Translation - Rotation:

Der Kraft bei der Translation entspricht das Drehmoment bei der Rotation. Es kann somit analog zur Translation ein *dynamisches Grundgesetz der Rotation* formuliert werden:

Wirkt auf einen Körper ein Drehmoment, kommt es zu einer Änderung der Winkelgeschwindigkeit, also einer Winkelbeschleunigung.



81.3 Maxwellrad. Auf beiden Seiten der Scheibe ist je ein Faden auf der Achse aufgewickelt. Lässt man die Scheibe in der oberen Position los, wirkt ein Drehmoment, die Winkelgeschwindigkeit nimmt zu. Aufgrund des großen Trägheitsmomentes der Scheibe ist die Winkelbeschleunigung klein.
Nach vollständiger Abwicklung der Fäden ist die gesamte potentielle Energie in Rotationsenergie umgewandelt: Die Winkelgeschwindigkeit ist ma-ximal.
Nun werden die Fäden wieder aufgewickelt, die Winkelgeschwindigkeit nimmt ab: Die Scheibe erreicht (fast) wieder die Ausgangsposition.

Beispiel D

Auf eine Scheibe ($m = 40$ kg) von 90 cm Durchmesser wirkt ein Drehmoment von 5 Nm. Berechne die Zeitdauer, bis eine Drehzahl von 360 U/min erreicht ist.

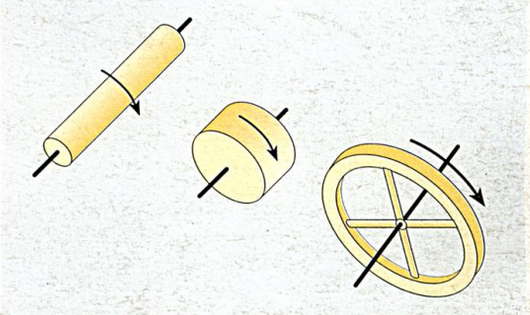
$M = I\,\alpha \qquad I = \frac{1}{2} m r^2 \qquad \alpha = \frac{\omega}{t}$

$$M = \frac{1}{2} m r^2 \frac{\omega}{t}$$

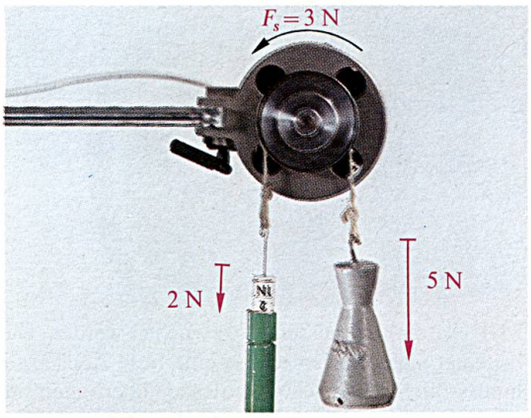
$$t = \frac{m r^2 \omega}{2 M}$$

$$t = \frac{40\ \text{kg} \cdot 0{,}45^2\ \text{m}^2 \cdot 2\pi \frac{360}{60}\ \text{s}^{-1}}{2 \cdot 5\ \text{Nm}}$$

$$t = 30{,}5\ \text{s}$$

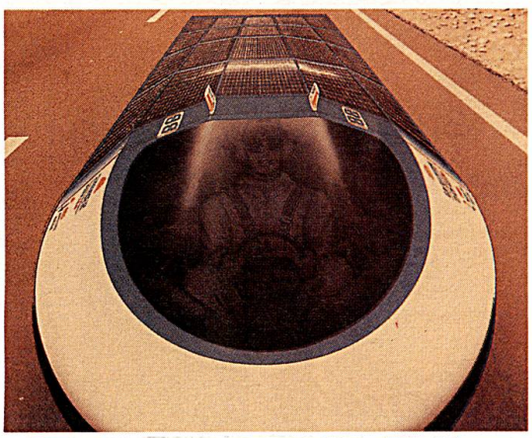


81.4 Gleiche Massen - verschiedene Trägheitsmomente

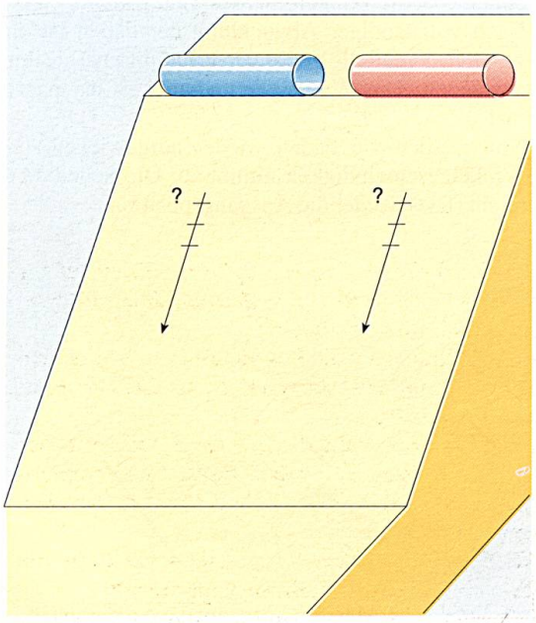


82.1 Leistungsmessung: Es herrscht Kräftegleichgewicht. Die fehlenden 3 N liefert die Reibungskraft der rotierenden Welle. Bei konstant gehaltener Drehzahl n gilt:
$M = F\,r \qquad \omega = 2\,\pi\,n \qquad P = 2\,\pi\,n\,F\,r$

Beachte:
Ist bei der Rotation das Drehmoment nicht konstant, kann eine *momentane Leistung* zu einem bestimmten Zeitpunkt t oder eine *mittlere (durchschnittliche) Leistung* in einem Zeitintervall angegeben werden.



82.2 Der Wechselstrommotor dieses Solarfahrzeuges wiegt nur etwa 4 kg und hat bei Vollast einen Wirkungsgrad von über 90 %. Die Energieversorgung erfolgt durch Solarzellen. Die Dauerleistung beträgt etwa 3 kW. Die Geschwindigkeitsspitze beträgt um die 80 km/h.



82.3 Abbildung zu Aufgabe 155

8.17 Arbeit und Leistung bei der Rotation

Arbeit

Die Arbeit, die an einem starren Körper durch ein konstantes Drehmoment verrichtet wird, kann durch einen Analogieschluss aus der Translation abgeleitet werden. Gilt für die Translation $W = F\,s$, so erhält man für die Rotation $W = M\,\varphi$. Denn das Trägheitsmoment M entspricht der Kraft F, und der Drehwinkel φ dem Weg s. Damit ergibt sich die Arbeit als:

$$W = M\,\varphi$$ Arbeit an einem rotierenden Körper

Leistung

Da Leistung Arbeit pro Zeit ist, ergibt sich:

$$P = \frac{M\,\varphi}{t}$$

Mit $\omega = \frac{\varphi}{t}$ folgt:

$$P = M\,\omega$$ Leistung an einem rotierenden Körper

Beispiel A

Berechne die Arbeit, die verrichtet wird, wenn während 90 Umdrehungen einer Scheibe ($r = 30$ cm) tangential am Rand eine Kraft von 60 N wirkt.

$W = M\,\varphi \qquad M = F\,r \qquad \varphi = 2\,\pi \cdot 90$

$\varphi = 180\,\pi$

$W = 60\ \text{N} \cdot 0{,}3\ \text{m} \cdot 180\,\pi$

$W = 10\,179\ \text{J} \approx 10\ \text{kJ}$

Die verrichtete Arbeit beträgt etwa 10 kJ.

Greift die Kraft nicht tangential an, ist die Arbeit aufgrund des kleineren Drehmoments geringer.

Beispiel B

Ein Motor eines Fahrzeuges liefert bei 3300 U/min ein maximales Drehmoment von 145 Nm. Berechne die Leistung.

$P = M\,\omega = M\,2\pi\,f$

$P = 145\ \text{Nm} \cdot 2\,\pi \cdot 3300 \cdot \frac{1}{60}\ \text{s}^{-1}$

$P = 50\ \text{kW}$

Aufgaben

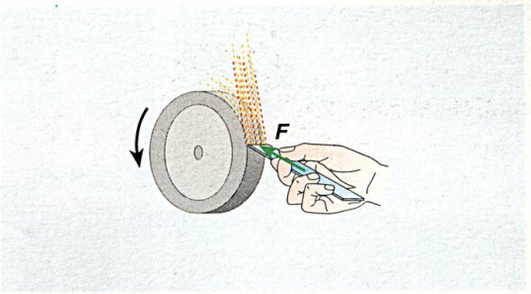
155. Man lässt einen Massivzylinder aus Holz und einen hohlen Metallzylinder mit denselben äußeren Abmessungen und gleicher Masse eine schiefe Ebene hinunterrollen. Kommen beide Zylinder gleichzeitig am Ende der schiefen Ebene an? Begründe die Antwort. (Abb. 82.4)

156. Eine Kugel ($m = 12$ kg) hat einen Durchmesser von 20 cm. Berechne ihr Trägheitsmoment bei Rotation um eine Schwerpunktachse.

157. Wie groß ist die Rotationsenergie einer Kupferscheibe ($\rho = 8930\ \text{kg/m}^3$) von 25 cm Radius und 2 cm Dicke, wenn ihre Umlaufzeit 1/15 s beträgt.

158. Wie weit rollt ein Rad ($m = 15$ kg, $d = 60$ cm, $I = 0{,}8$ kg m^2), wenn es sich während der Fahrt bei 90 km/h loslöst, und die Reibungskraft 4 % des Radgewicht beträgt ? ($E_{ges} = E_{kin} + E_{rot}$)

159. Eine zylindrische Schleifscheibe ($r = 18$ cm, Dicke $d = 5$ cm, $\rho = 2400$ kg/m^3) benötigt im Leerlauf bei 900 U/min eine Antriebsleistung von 0,2 W. (Abb. 83.1)
a) Wie groß ist das Trägheitsmoment der Schleifscheibe?
b) Wie groß ist das hemmende Drehmoment aufgrund der Reibung?
c) Wie groß ist das hemmende Drehmoment beim Schleifen, wenn ein Werkstück mit einer Kraft von 15 N angedrückt wird? ($\mu = 0{,}4$)



83.1 Abbildung zu Aufgabe 159

160. Die Rotationsenergie einer Kugel wird um 100 J erhöht. Dies bewirkt eine Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit von 70 1/min auf 200 1/min. Wie groß ist ihr Trägheitsmoment, wenn die Reibungsverluste vernachlässigt werden?

8.18 Drehimpuls

Wir haben festgestellt, dass für die physikalischen Größen der Translation entsprechende Größen der Rotation existieren. Es stellt sich nun die Frage, ob auch ein Impuls für die Rotation, ein *Drehimpuls*, definiert werden kann.

Stellen wir gegenüber:

Translation	Rotation
Kraft $F = m\,a = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t}$	Drehmoment $M = I\,\alpha = I\,\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Kraftstoß $F\,\Delta t = m\,\Delta v$	Drehmomentstoß $M\,\Delta t = I\,\Delta\omega$
Impuls $p = m\,v$	Drehimpuls $L = I\,\omega$

Nun definieren wir:

Unter dem *Drehimpuls* L versteht man das Produkt aus Trägheitsmoment I und Winkelgeschwindigkeit ω.

$$L = I\,\omega$$

$[L] = [I]\,[\omega] = 1\text{ kg} \cdot 1\text{ m}^2 \cdot 1\text{ s}^{-1} = 1\text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

Bei der Translation bewirkt ein Kraftstoß eine Impulsänderung. Entsprechend bewirkt bei der Rotation ein *Drehmomentstoß* eine *Drehimpulsänderung*.

Der Drehimpuls $\boldsymbol{L}$ ist eine vektorielle Größe: $\boldsymbol{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$

Da die Maßzahl für das Trägheitsmoment I stets positiv ist, sind $\boldsymbol{L}$ und $\boldsymbol{\omega}$ gleich orientiert (die Orientierung von ω findet man mit der Rechtsschraubenregel!).

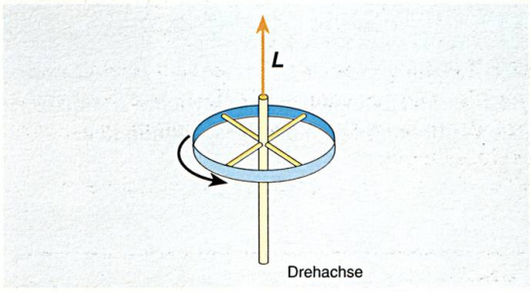
Beispiel A

Wie groß ist der Drehimpuls eines Reifens ($m = 1{,}3$ kg, $r = 25$ cm), der sich mit 20 U/min dreht?

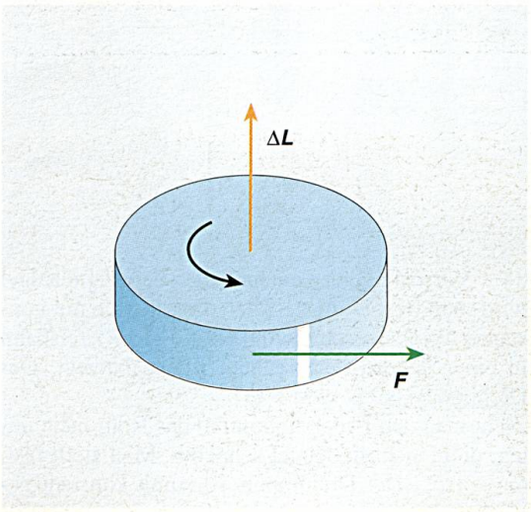
$L = I\,\omega = m\,r^2\,\omega = m\,r^2\,2\,\pi f$

$L = 1{,}3\text{ kg} \cdot 0{,}25^2\text{ m}^2 \cdot 2\,\pi \cdot 20\left(\frac{1}{60}\right)\text{s}^{-1}$

$L = 0{,}17\text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

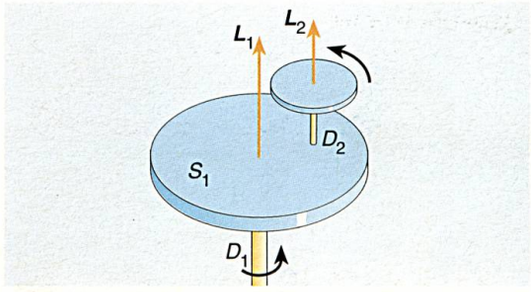


83.2 Die Richtung des Drehimpulsvektors $\boldsymbol{L}$ hängt vom Drehsinn ab.

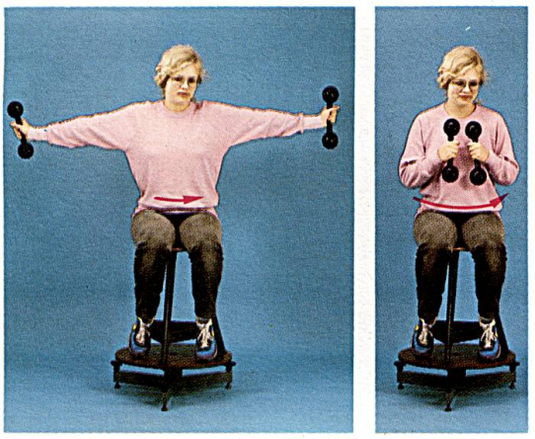


83.3 Die Kraft greift tangential an der Scheibe an. Das entsprechende Drehmoment bewirkt eine Erhöhung des Drehimpulses L.

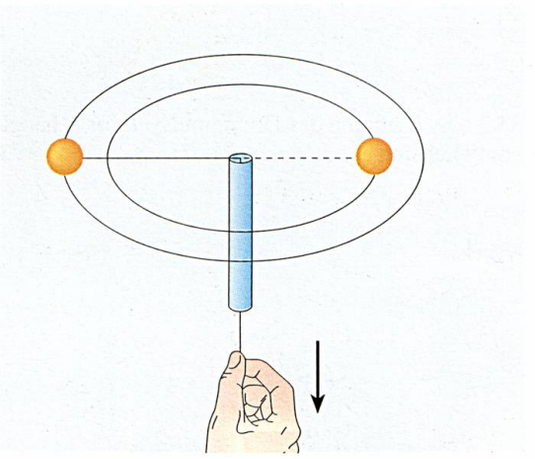
Eigendrehimpuls - Bahndrehimpuls



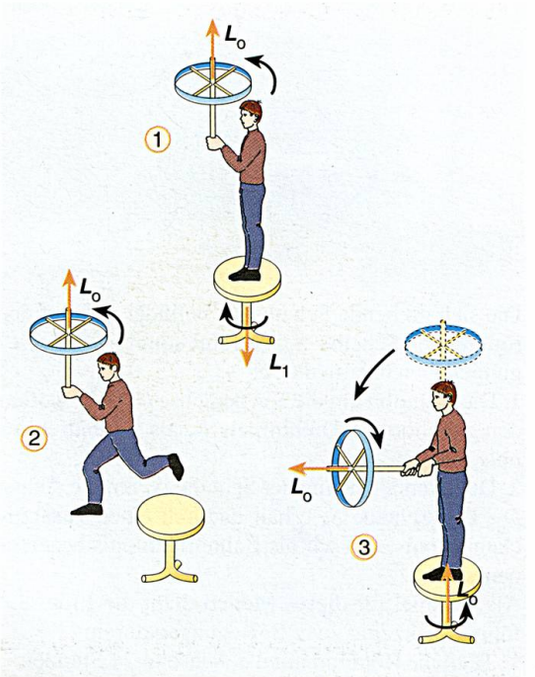
Die sich drehende Scheibe S_2 befindet sich auf der rotierenden Scheibe S_1. S_2 führt somit zwei Bewegungen gleichzeitig durch:
1. Die Rotation um die Körperachse D_2. Wir wollen den zugehörigen Drehimpuls L_2 als Eigendrehimpuls bezeichnen.
2. Die Drehbewegung der Scheibe S_1 um die Achse D_1. Die Scheibe S_2 erhält dadurch einen zusätzlichen Impuls, den wir als Bahndrehimpuls bezeichnen wollen.
Als Beispiel für dieses Modell dient die Erde. Sie führt gleichzeitig zwei Bewegungen durch:
1. Tägliche Rotation um die Achse in 24 Stunden.
2. Jährliche Bewegung um die Sonne.



84.1 Beim Heranziehen der Gewichte kommt es zu einer Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit.



84.2 Versuch: Die an einem Faden befestigte Kugel wird so in Bewegung versetzt, dass sie sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf einer Kreisbahn in einer nahezu waagrechten Ebene bewegt. Der Drehimpuls ist $L = m r^2 \omega$.
Zieht man den Faden nun durch das Rohr nach unten, dreht sich die Kugel schneller. Man stellt fest: $\omega \sim 1/r^2$. Der Drehimpuls ist somit konstant geblieben.
Die Bewegung der Kugel ist eine Zentralbewegung. Der Flächensatz (das 2. Keplergesetz) ist nichts anderes als ein Spezialfall des Drehimpulserhaltungssatzes.



84.3 Abbildung zu Beispiel B

Die Erhaltung des Drehimpulses

Für die Translation gilt der Impulserhaltungssatz. Entsprechend erwarten wir für die Rotation einen Drehimpulserhaltungssatz:

In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtdrehimpuls erhalten.

Ein Versuch (Abb. 84.1) bestätigt unsere Vermutung:

Bei Verringerung des Trägheitsmomentes durch Heranziehen der Gewichte kommt es zu einer Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit. Das Produkt $I\,\omega$ und damit der Drehimpuls L bleibt konstant.

Beachte: Die Rotationsenergien sind keineswegs gleich:

$$\frac{I_1\,\omega_1^2}{2} < \frac{I_2\,\omega_2^2}{2}$$

Beim Anziehen der Arme muss Arbeit gegen die Zentrifugalkraft verrichtet werden. Diese von der Person aufgebrachte Arbeit wird in Rotationsenergie umgewandelt.

Die Erhaltung des Drehimpulses spielt auch im Sport eine große Rolle:

Beim Eislaufen kann die Eisläuferin bei der Pirouette durch ein seitliches Ausstrecken der Arme ihre Winkelgeschwindigkeit herabsetzen, durch Anziehen der Arme erhöhen.

Beim Schlagen eines Saltos wird durch das Anziehen der Arme und Beine die Drehgeschwindigkeit erhöht.

➤ **Beispiel B** (Abb. 84.3)

Ein Schüler stellt sich auf einen Drehsessel und hält ein Rad mit senkrechter Drehachse. Er versetzt das Rad in Rotation. Er selbst beginnt sich in entgegengesetzter Richtung zu drehen. Nun steigt er vom Drehsessel herunter und bremst diesen dabei ab.

Mit dem rotierenden Rad stellt er sich wieder hinauf und schwenkt schließlich die Radachse um 90° nach unten. Wie groß ist jetzt der Drehimpuls des Schülers?

(1) Der Anfangsimpuls ist Null. Wird das Rad in Drehung versetzt, gilt nach dem Drehimpulserhaltungssatz:

$L_1 + L_0 = 0 \qquad L_1 = -L_0$

Folge: Der Schüler beginnt mit entgegengesetzter Drehrichtung zum Rad zu rotieren.

(2) Wenn der Schüler heruntersteigt, gilt: $L_1 = 0$

Folge: Sein Drehimpuls wird auf die Erde übertragen.

(3) Wenn der Schüler wieder auf den Drehsessel steigt, führt er von außen einen Drehimpuls zu. Es liegt kein abgeschlossenes System vor.

Der Gesamtimpuls von Schüler und Rad beträgt L_0.

Folge: Der Schüler ist in Ruhe, das Rad in Rotation.

(4) Nach dem Schwenken des Rades um 90° nach unten muss der Gesamtdrehimpuls L_0 bezüglich der senkrechten Drehachse erhalten bleiben.

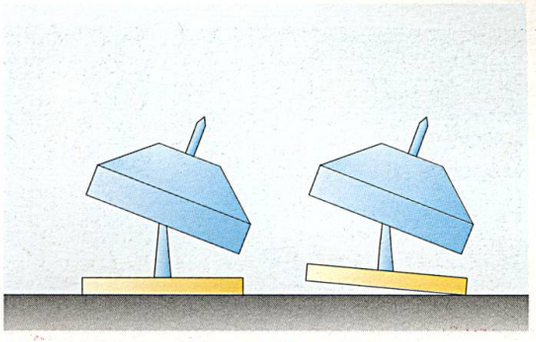
Folge: Der Schüler beginnt sich zu drehen. Er übernimmt den Drehimpuls L_0.

Kreisel

Einen höchstens in einem Punkt festgehaltenen rotierenden Körper bezeichnet man als *Kreisel*. Ein Kreisel kann jede beliebige Form besitzen.

Wir wollen jedoch nur die rotationssymmetrischen Kreisel betrachten, also jene, die auf einer Drehbank hergestellt werden können. Die geometrische Symmetrieachse bezeichnet man als *Figurenachse*.

Ein im Schwerpunkt unterstützter Kreisel befindet sich im indifferenten Gleichgewicht. Man bezeichnet ihn dann als *freien Kreisel*. Rotiert er dabei um seine Figurenachse, wird diese im Raum beibehalten, sie ist *raumfest*.



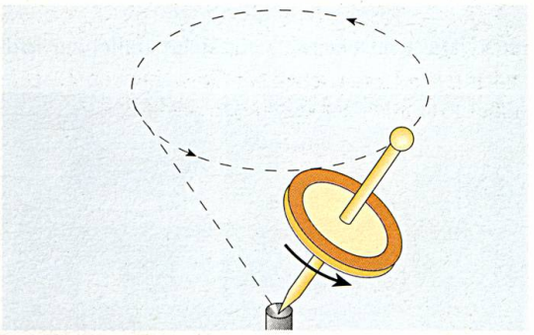
85.1 Die Figurenachse bleibt raumfest.

Erklärung:

1. Der Drehimpulsvektor liegt in der Figurenachse.
2. Nach dem Drehimpulserhaltungssatz bleibt der Drehimpuls in einem abgeschlossenen System erhalten.

Präzession

Beim Kinderkreisel befindet sich der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes. Sobald der Körper nicht genau senkrecht steht, ruft die Gewichtskraft $\boldsymbol{F}_G$ ein zusätzliches Drehmoment hervor. Der ruhende Kreisel würde dann nach unten kippen, der rotierende Kreisel weicht senkrecht zu dieser wirkenden Kraft aus und beschreibt eine sogenannte *Präzessionsbewegung*.



85.2 Präzessionsbewegung

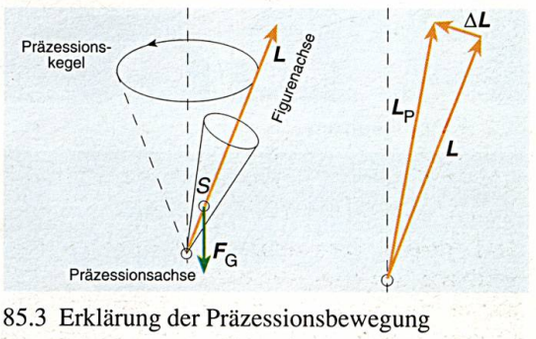
Erklärung:

(1) Das von der Gewichtskraft in der Zeit Δt bewirkte Drehmoment M erzeugt einen zusätzlichen Drehimpuls ΔL.

$\Delta L = M \Delta t$ Beachte die Rechtsschraubregel (F_G, r, M)!

(2) Der Drehimpuls $\boldsymbol{L}$ (aufgrund der Rotation um die Figurenachse) und der zusätzliche Drehimpuls $\Delta \boldsymbol{L}$ werden vektoriell addiert und liefern einen resultierenden Drehimpuls.

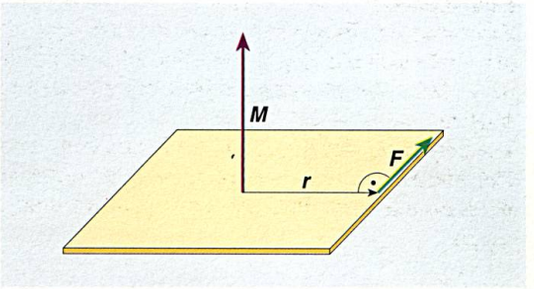
$$\boldsymbol{L}_p = \boldsymbol{L} + \Delta \boldsymbol{L}$$



85.3 Erklärung der Präzessionsbewegung

(3) Die Figurenachse folgt diesem Drehimpuls und nimmt die Richtung von $\boldsymbol{L}_p$ ein.

(4) Da die Kraft $\boldsymbol{F}_G$ dauernd einwirkt, ergibt sich ein ständiger zu $\boldsymbol{F}_G$ normaler Drehimpuls $\Delta \boldsymbol{L}$.



85.4 Beachte die Rechtsschraubenregel!

Man sagt, die Kreiselachse weicht ständig normal aus und beschreibt eine Präzessionsbewegung. Die Drehimpulsachse durchläuft dabei einen Kegelmantel. Der Kreisel präzediert umso langsamer, je größer der Eigendrehimpuls ist.

Präzession der Erde

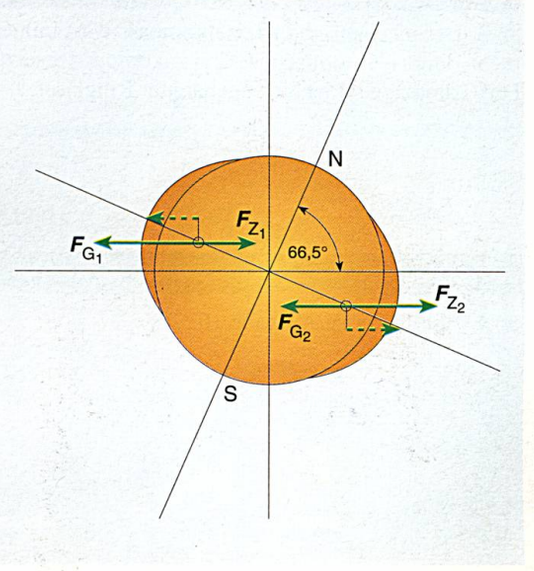
Die Erde selbst kann als Kreisel betrachtet werden. Sie ist jedoch in ihrer Bewegung um die Sonne kein freier Kreisel. Aufgrund ihrer Abplattung sind die Gravitationskräfte auf beide Erdhälften infolge ihrer unterschiedlichen Abstände verschieden groß. (Abb. 85.5)

$$F_{G1} > F_{G2}$$

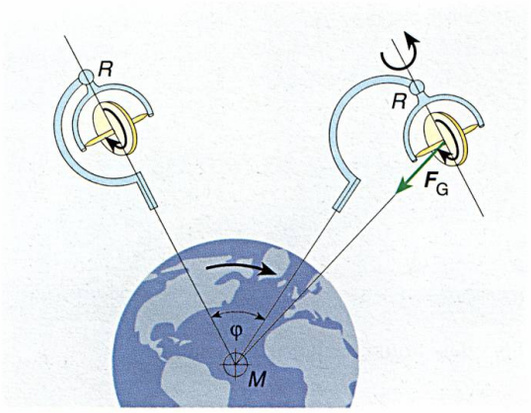
Die Zentrifugalkräfte aufgrund der Bahnbewegung um die Sonne zeigen genau entgegengesetztes Verhalten.

$$F_{Z1} < F_{Z2}$$

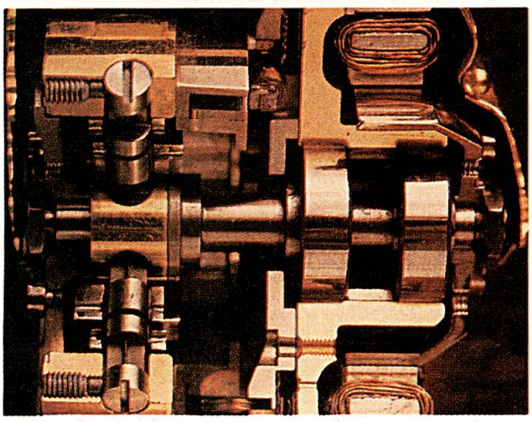
Es resultiert ein Kräftepaar, welches die Erde aufzurichten versucht. Daraus ergibt sich eine Präzessionsbewegung, in der die Erdachse in 26 000 Jahren einen Kegelmantel durchläuft. Dieser Zeitraum wird als *Platonisches Jahr* bezeichnet.



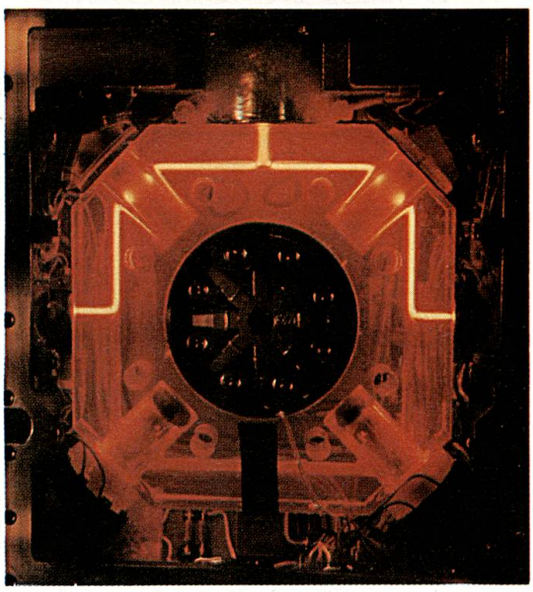
85.5 Die Figurenachse der Erde ist unter 66,5° zur Erdbahnebene geneigt.



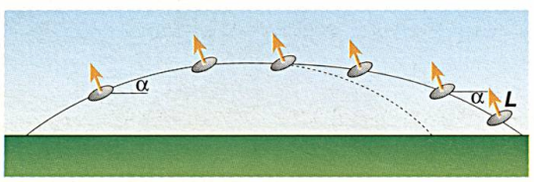
86.1 Die Kreiselachse stellt sich parallel zur Erdachse.



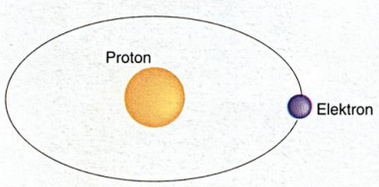
86.2 Kreiselkompass



86.3 Der mechanische Kreiselkompass wird immer mehr durch den optischen Kreiselkompass ersetzt. Die Grundlage bildet ein sogenannter Ringlaser.



86.4 Abbildung zu Aufgabe 162



86.5 Abbildung zu Aufgabe 164

Kreiselkompass

Wie bereits bekannt, behält ein freier Kreisel eine einmal eingenommene Stellung seiner Kreiselachse bei. Diese Tatsache wird für den Kreiselkompass ausgenützt. Man lagert den Kreisel so, daß er die N-S-Richtung stets beibehält.

Der Schwerpunkt liegt unter dem Aufhängungspunkt *R*. Dreht sich die Erde um den Winkel φ, so liegt der Schwerpunkt nicht mehr unterhalb von *R*. Es wirkt somit die Gewichtskraft F_G und es wird daher ein Drehmoment ausgeübt. Der Kreisel weicht diesem Drehmoment aus und dreht sich so in der Aufhängung, daß die Kreiselachse parallel zur Erdachse liegt.

Der Kreiselkompass ist heute derart konstruiert, dass die Aufhängung an einem schwimmenden Körper befestigt ist. Dadurch ist eine horizontale Lagerung der Kreiselachse möglich. Der Kreisel selbst ist als Anker eines Drehstrommotors ausgebildet und besitzt einen Durchmesser von 15 cm, eine Masse von 5 kg und dreht sich mit 20 000 U/min.

Vorteil des Kreiselkompasses: Er ist gegenüber dem Kompass mit Magnetnadel von großen Eisenmassen (z. B. auf einem Schiff) nicht beeinflußbar.

Gegenüberstellung von Bahn- und Drehgrößen (2)			
Masse m		Trägheitsmoment $I = \Sigma m r^2$	
Translationsenergie	$E = \frac{m v^2}{2}$	Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{I \omega^2}{2}$
Kraft	$\boldsymbol{F} = m \boldsymbol{a}$	Drehmoment	$\boldsymbol{M} = I \boldsymbol{\alpha}$
Kraftstoß	$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{F} \Delta t$	Drehmomentstoß	$\Delta \boldsymbol{L} = \boldsymbol{M} \Delta t$
Impuls	$\boldsymbol{p} = m \boldsymbol{v}$	Drehimpuls	$\boldsymbol{L} = I \boldsymbol{\omega}$

Aufgaben

161. Wie ändert sich der Drehimpuls des Schülers im Beispiel B, wenn er die Drehachse des Rades nicht um 90°, sondern um 180° nach unten dreht?

162. Erkläre die Bewegung einer geworfenen Diskusscheibe. (Abb. 86.4)

163. Warum kommt es zu einer Präzessionsbewegung, wenn man mit einem Fahrrad freihändig eine Kurve fährt?

164. Ein Elektron ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg) bewegt sich auf einer Kreisbahn um ein Proton mit einem Radius von $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ cm. (Abb. 86.5)
Berechne den Bahndrehimpuls des Elektrons um das Proton, wenn die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4{,}499 \cdot 10^{16}\ s^{-1}$ beträgt.

165. Berechne den Eigendrehimpuls der Erde, wenn man die Erde als homogene Kugel annimmt.

Kontrollfragen

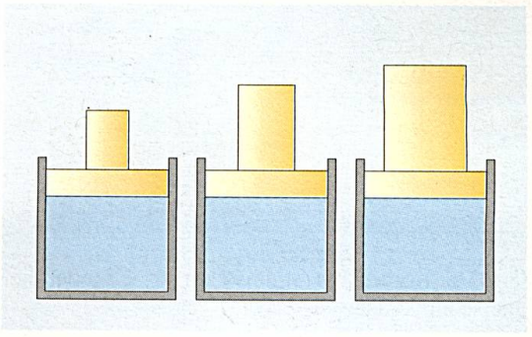
1. Wie ist das Trägheitsmoment eines Körpers festgelegt?
2. Von welchen physikalischen Größen ist die Rotationsenergie abhängig?
3. Wozu dienen Schwungräder?
4. Was versteht man unter Hauptträgheitsmomenten?
5. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Drehmoment und Trägheitsmoment?
6. Wie lautet das dynamische Grundgesetz der Rotation?
7. Was versteht man unter dem Drehimpuls?
8. Wodurch kommt es zu einer Drehimpulsänderung?
9. Wie lautet der Drehimpulserhaltungssatz?
10. Was ist ein Kreisel?
11. Erkläre die Präzessionsbewegung des Kreisels.
12. Wodurch kommt es zur Präzessionsbewegung der Erde?
13. Wie funktioniert ein Kreiselkompass?

9. Ruhende Flüssigkeiten (Hydrostatik)

9.1 Allgemeine Eigenschaften einer Flüssigkeit

Die atomaren Bausteine (meist Moleküle) einer Flüssigkeit sind im Gegensatz zu festen Körpern nicht regelmäßig angeordnet. Die Kräfte zwischen den Molekülen sind kleiner als in festen Körpern. Daher können sich die Moleküle relativ frei gegeneinander verschieben. Als Folge davon besitzt die Flüssigkeit *keine bestimmte Form*, sondern nimmt stets die des Behälters an. Der Widerstand (innere Reibung) gegen eine Verschiebung der Teilchen ist sehr gering. Allerdings besitzen Flüssigkeiten ein *bestimmtes Volumen*, das sich nur durch sehr hohe Kräfte geringfügig verändern lässt. (Abb. 87.1)

Ideale Flüssigkeiten denkt man sich *reibungslos* und *inkompressibel*. Für viele Betrachtungen setzt man ideale Flüssigkeiten voraus.



87.1 Flüssigkeiten lassen sich praktisch nicht zusammendrücken (nicht komprimieren).

9.2 Hydrostatischer Druck

Der Druck in einer ruhenden Flüssigkeit wird als *hydrostatischer Druck* bezeichnet. Druck kann einer Flüssigkeit von außen durch einen Kolben aufgezwungen werden. Aber auch durch das Eigengewicht (Schwerkraft) der Flüssigkeit stellt sich ein Druck ein.

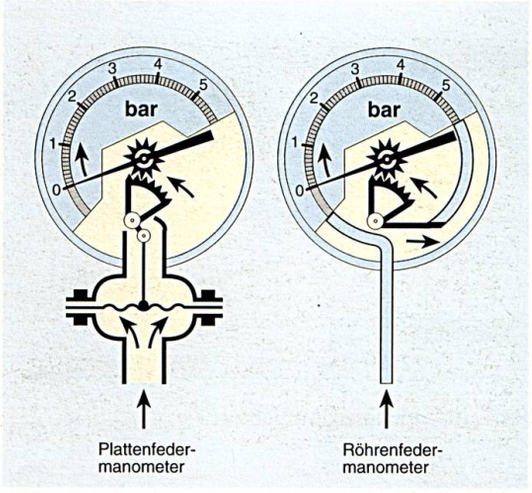
Kolbendruck

Genau wie ein fester Körper steht auch eine Flüssigkeit bei Krafteinwirkung unter "Spannung". Diese Spannung wird als Druck bezeichnet. Mit einem Kolben lässt sich auf eine Flüssigkeit ein Druck ausüben. (Abb. 87.3)

$$\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \qquad p = \frac{F}{A}$$

$$[p] = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\ \text{Pa}$$

$$1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$$

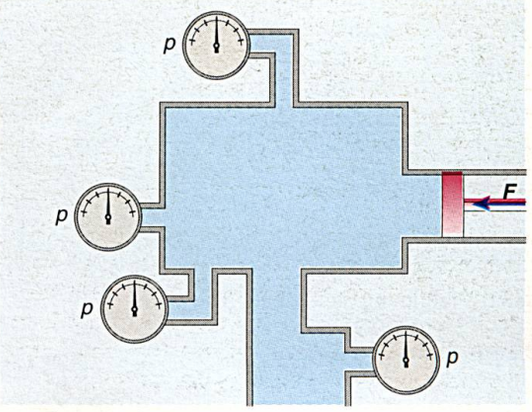


87.2 Druckmessgeräte: Manometer
Beim *Plattenfedermanometer* wird eine gewellte Platte (Membran) durch den Flüssigkeitsdruck verbogen. Diese Verformungen werden über Hebel und Zahnrad auf einen Zeiger übertragen.
Beim *Rohrfedermanometer* wird durch den Flüssigkeitsdruck die Krümmung einer gebogenen Röhre verändert.

Gesetz von *Pascal*:

> Ein auf eine Flüssigkeit ausgeübter Druck pflanzt sich nach allen Richtungen hin gleichmäßig fort.

Alle Manometer in Abb. 87.3 zeigen den gleichen Druck an. Der Druck hat keine bestimmte Richtung, er ist daher ein Skalar. Der Druck in einer Flüssigkeit macht sich an jeder Fläche als Kraft bemerkbar, die senkrecht auf jede Begrenzungsfläche wirkt. Oft wird der Druck durch Pfeile dargestellt. Diese geben dann die Kraft pro Flächeneinheit an.



87.3 Gleichmäßige Druckverteilung

Alte Einheit:
Technische Atmosphäre 1 at = 1 kp/cm² =
= 9,81 · 10⁴ Pa = 0,981 bar

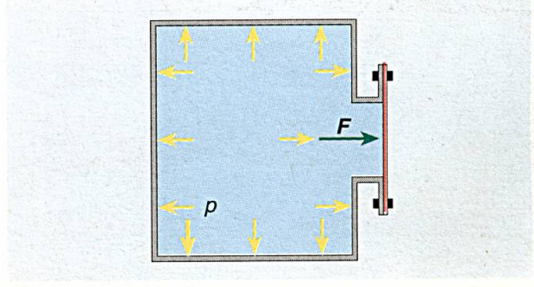
Beispiel A (Abb. 87.4)

In einem Druckbehälter herrscht ein Wasserdruck von 4,5 bar. Eine Öffnung von 40 mm Durchmesser ist durch eine Platte abgeschlossen. Welche Kraft wirkt auf diese Platte?

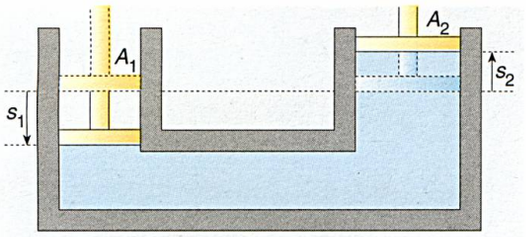
$$4{,}5\ \text{bar} = 4{,}5 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p = \frac{F}{A} \quad \Leftrightarrow \quad F = pA = p\,\frac{d^2\pi}{4}$$

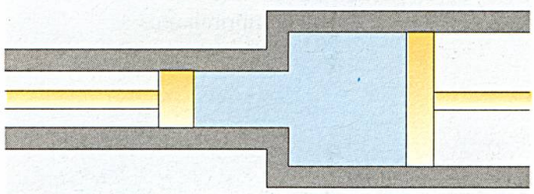
$$F = 4{,}5 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\ \frac{(4 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2\,\pi}{4} = 565{,}5\ \text{N}$$



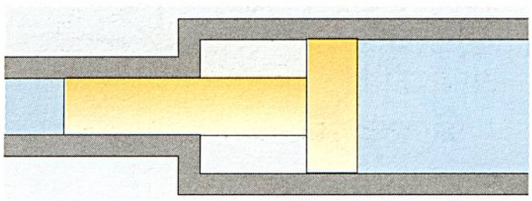
87.4 Abbildung zu Beispiel A



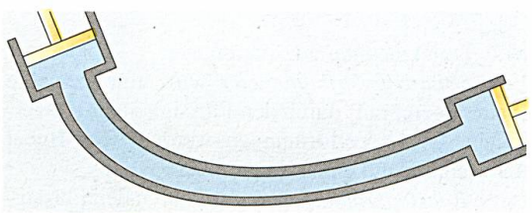
88.2 Der Kolbenweg ist umso kürzer, je größer die Querschnittsfläche ist.



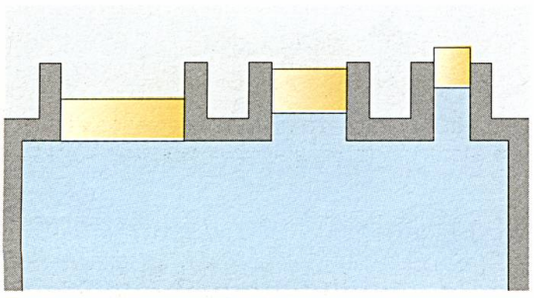
88.3 Abbildung zu Aufgabe 167



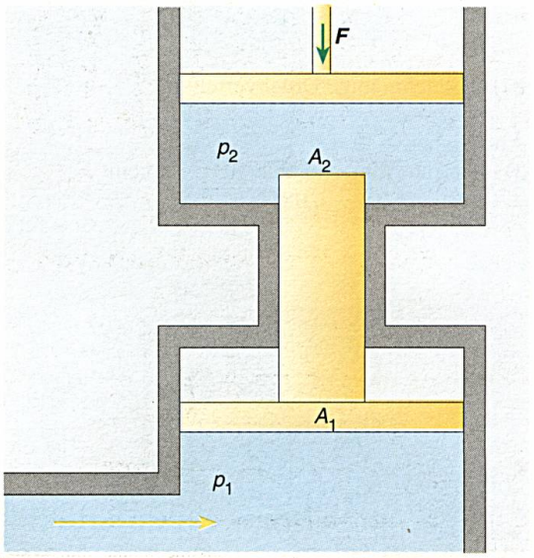
88.4 Abbildung zu Aufgabe 167



88.5 Abbildung zu Aufgabe 167



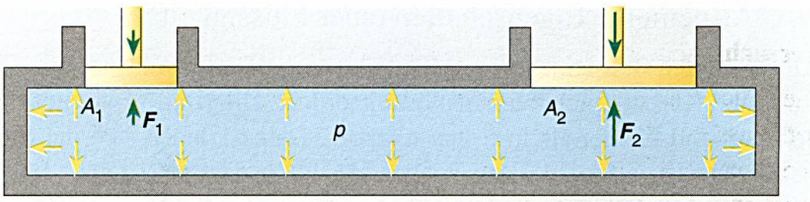
88.6 Abbildung zu Aufgabe 168



88.7 Abbildung zu Aufgabe 170

Je größer die betrachtete Fläche ist, desto größer ist die durch die Flüssigkeit verursachte Kraft (Druckkraft): $F = p\,A$

Das Prinzip der hydraulischen Presse



Druck auf Kolben 1: $p = \frac{F_1}{A_1}$ Druck auf Kolben 2: $p = \frac{F_2}{A_2}$

Daraus folgt:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Die Kolbenkräfte verhalten sich wie die Querschnittsflächen der Kolben.

Beispiel B

Die beiden Kolben einer hydraulischen Hebebühne haben die Durchmesser $d_1 = 50$ mm und $d_2 = 200$ mm. Welche Kraft F_1 ist zum Halten einer Last $F_2 = 15$ kN erforderlich?

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2}$$

$d_1 : d_2 = 1 : 4$. Daher verhält sich $A_1 : A_2 = 1^2 : 4^2$.

$$F_1 = 15000\text{ N} \cdot \frac{1}{16} = 937\text{ N}$$

Ideale Flüssigkeiten lassen sich nicht zusammendrücken, daher gilt für die Volumina V_1 und V_2 (Abb. 88.2):

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 \\ A_1 s_1 &= A_2 s_2 \qquad | \cdot p \\ p A_1 s_1 &= p A_2 s_2 \\ F_1 s_1 &= F_2 s_2 \end{aligned}$$

Die Arbeit am Triebkolben ist gleich der Arbeit am Lastkolben.

Anwendungen der hydraulischen Presse sind z.B. Wagenheber, Bremsanlagen, Baumaschinen, hydraulische Gestänge, ...

Aufgaben

166. Eine hydraulische Anlage soll eine Last von maximal 5 t bewegen können. Welchen Durchmesser muss der Lastkolben haben, wenn der Triebkolbendurchmesser 30 mm beträgt und an ihm eine maximale Kraft von 500 N zur Verfügung steht? Wie viel mm muß der Triebkolben verschoben werden, um die Last um 5 cm zu heben?

167. Flüssigkeiten können zur reinen Kraftübertragung, zur Kraftwandlung und zur Druckwandlung verwendet werden. Erkläre diese Möglichkeiten anhand der Abbildungen 88.3, 88.4 und 88.5.

168. Die drei Kolben (Abb. 88.6) sind aus dem gleichen Material und gleich hoch. Stimmen ihre Positionen, wie sie in der Graphik dargestellt sind?

169. Mit einer hydraulischen Presse konnte bisher eine Last von maximal 20 kN gehoben werden. Bei einem Umbau wurde der Lastkolbendurchmesser auf die Hälfte verringert. Welche maximale Last kann man jetzt heben?

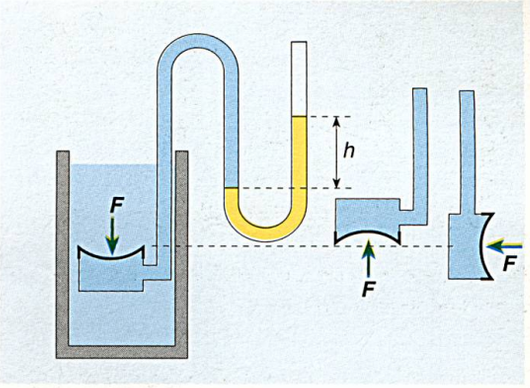
170. Welche Last F kann mit einem Öldruck p_1 von 5 bar gehoben werden? $d_1 = 300$ mm, $d_2 = 75$ mm (Abb. 88.7)

Schweredruck

Auch ohne Wirkung eines Kolbens ist in einer Flüssigkeit ein Druck vorhanden. Beim Tauchen spüren wir die durch den Wasserdruck verursachte Kraft in den Ohren.

Versuch (Abb. 89.1)

Die Druckdose ist mit einer Gummimembran bespannt. Der Höhenunterschied der Wassersäulen zeigt den Druck an. Mit der Druckdose wird der Druck in verschiedenen Tiefen und verschiedenen Richtungen untersucht. Der Druck steigt mit zunehmender Tiefe an. Er ist an jeder Stelle in allen Richtungen gleich.



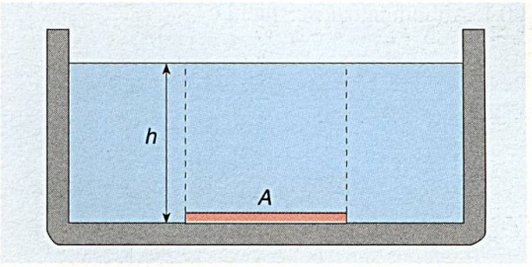
89.1 Druckmessung in einer Flüssigkeit

Auf ein Flächenstück A in der Tiefe h drückt die Gewichtskraft F_G der darüber befindlichen Flüssigkeitssäule. (Abb. 89.2)

$$F_G = m\,g = V\,\rho\,g = A\,h\,\rho\,g$$

Druck: $$p = \frac{F_G}{A} = \frac{A\,h\,\rho\,g}{A} = h\,\rho\,g$$

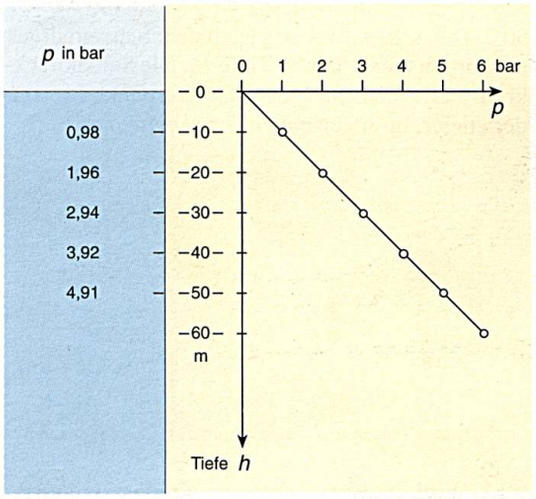
In der Tiefe h herrscht der Schweredruck $p = \rho\,g\,h$



89.2 Schweredruck durch die Flüssigkeitssäule

Der Schweredruck ist nicht von der Fläche abhängig, sondern nur von der Tiefe h und der Dichte der Flüssigkeit.

Der Druck einer Flüssigkeit am Boden eines Gefäßes wird als *Bodendruck* bezeichnet. Der Druck einer 10 m hohen Wassersäule beträgt 0,98 bar (≈ 1 bar).



89.3 Der Schweredruck in Wasser ist direkt proportional zur Tiefe h. Er nimmt linear mit der Tiefe zu.

Beispiel C

Welche Höhe muss eine Quecksilbersäule besitzen, damit am Boden ein Druck von 1 bar herrscht?

1 bar = 10^5 N/m²

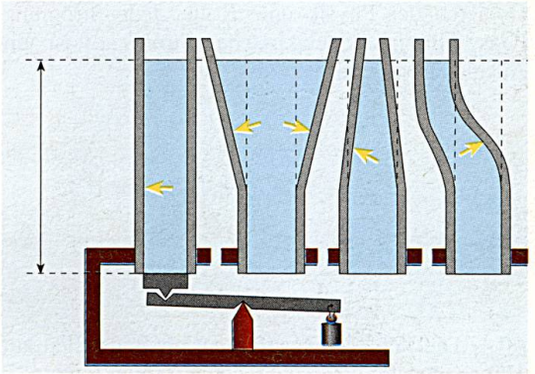
$$p = \rho\,g\,h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{p}{\rho\,g}$$

$$h = \frac{10^5\ \text{N/m}^2}{13600\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 0{,}75\ \text{m}$$

Hydrostatisches Paradoxon

Versuch (Abb. 89.4)

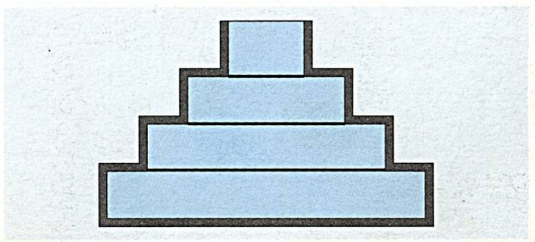
Alle Gefäße haben die gleiche Bodenfläche. Das Gewicht am Waagebalken hält der Bodendruckkraft das Gleichgewicht. Alle Gefäße kann man jeweils nur bis zur gleichen Höhe mit Wasser füllen. Wird diese Höhe überschritten, dann fließt das Wasser aus. In allen Gefäßen ist die Bodendruckkraft gleich groß. Da die Bodenflächen auch gleich sind, ist überall der gleiche Bodendruck vorhanden.



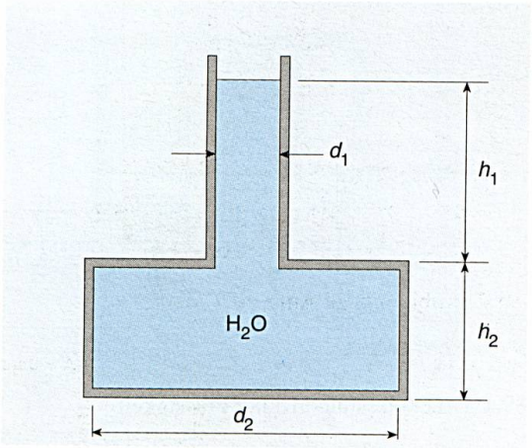
89.4 Der Bodendruck ist in allen Gefäßen gleich.

Zur Erklärung des hydrostatischen Paradoxons stellt man sich vor, dass Gefäße mit verschiedenen Querschnitten (Abb. 89.5) durch einen Kolben getrennt sind. Durch diesen gedachten Kolben wird der Druck der darüber liegenden Flüssigkeit übertragen.

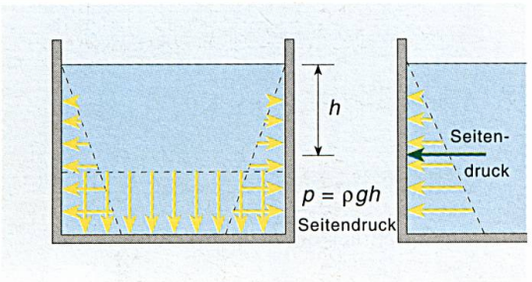
Hydrostatisches Paradoxon: Der Bodendruck ist nur von der Höhe der Flüssigkeitssäule, nicht aber von der Form des Gefäßes abhängig.



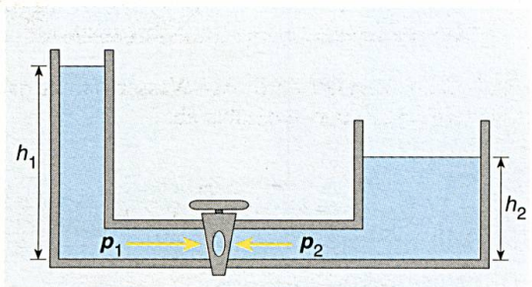
89.5 Zur Erklärung des hydrostatischen Paradoxons



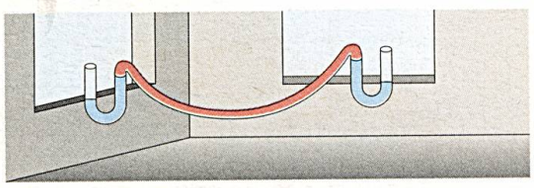
90.1 Abbildung zu Beispiel D



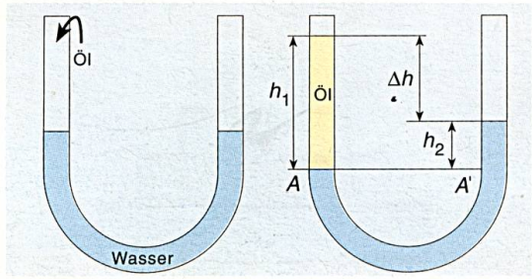
90.2 Der *Seitendruck* ist gleich dem Schweredruck und nimmt daher mit der Tiefe zu. Die Seitendruckkraft greift nicht im Flächenschwerpunkt an, sondern tiefer, im sogenannten *Druckmittelpunkt.*



90.3 Wird der Hahn geöffnet, so findet ein Druckausgleich statt. Er ist dann erreicht, wenn links und rechts der gleiche Druck wirkt, also die Flüssigkeitsspiegel gleich hoch stehen.
Ausgleichsvorgänge spielen in den verschiedensten Gebieten der Physik eine Rolle. Jede Strömung (Gas, Flüssigkeit, elektrischer Strom, ...) ist ein Ausgleichsvorgang.



90.4 Die Schlauchwaage dient an Baustellen zur Höheneinstellung voneinander entfernter Punkte.



90.5 Abbildung zu Beispiel E

Beispiel D

Ein Gefäß (Abb. 90.1) ist mit Wasser gefüllt. Berechne den Bodendruck und die Bodendruckkraft. Der Bodendruck ist nur von der Höhe der Flüssigkeitssäule abhängig.

$h_1 = 5$ m, $h_2 = 1{,}2$ m, $d_1 = 50$ mm, $d_2 = 1$ m

$$p = \rho g (h_1 + h_2) = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 (5 \text{ m} + 1{,}2 \text{ m}) =$$
$$= 60\,800 \text{ Pa} = 0{,}608 \text{ bar}$$

Bodendruckkraft:

$$F = pA = p \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} = 60\,800 \text{ Pa} \frac{(1 \text{ m})^2 \pi}{4} = 47\,750 \text{ N}$$

Nicht richtig ist es, mit der Gewichtskraft der eingefüllten Flüssigkeit und der Bodenfläche zu rechnen!

$$F_G = \frac{d_1^2 \pi}{4} h_1 \rho g + \frac{d_2^2 \pi}{4} h_2 \rho g = 9342 \text{ N } !!$$

Die Gewichtskraft der Flüssigkeit ist viel kleiner als die Bodendruckkraft!

Nur bei Gefäßen mit lotrechten Wänden und gleichbleibender Querschnittsfläche ist die Gewichtskraft der Flüssigkeit gleich der Bodendruckkraft.

Verbundene Gefäße (Kommunizierende Gefäße)

Aus dem Alltag und der Technik sind uns *verbundene Gefäße* bekannt.

In verbundenen Gefäßen sind die Flüssigkeitsspiegel gleich hoch.

Beispiel E (Abb. 90.5)

In einem U-Rohr befindet sich Wasser. In einen Schenkel wird sodann Öl eingefüllt, bis die Ölsäule eine Höhe von 40 mm erreicht. Es stellt sich ein Höhenunterschied von 4 mm ein. Die Dichte des Öls ist zu berechnen.

In der Höhe der Trennfläche $A\,A'$ der beiden Flüssigkeiten muss der Schweredruck in beiden Schenkeln gleich groß sein.

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Die Höhen verhalten sich umgekehrt wie die Dichten.

$$h_2 = h_1 - \Delta h$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 (h_1 - \Delta h)$$

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{h_1 - \Delta h}{h_1} = 1000 \text{ kg/m}^3 \frac{40 - 4}{40} = 900 \text{ kg/m}^3$$

Aufgaben

171. Piccard hat im Stillen Ozean eine Tauchtiefe von 10 893 m erreicht. Wie groß ist der Schweredruck in dieser Tiefe? Welche Kraft wirkt auf ein Beobachtungsfenster mit 20 cm Durchmesser? ($\rho = 1030$ kg/m³)

172. In welcher Meerestiefe herrscht ein Druck von 250 bar?

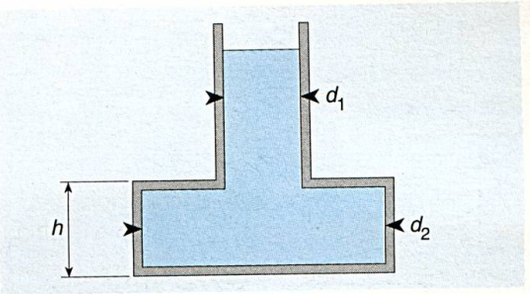
173. In einem lotrecht angeordneten Rohr befinden sich eine 20 cm hohe Quecksilbersäule und darüber eine 50 cm hohe Wassersäule. Wie groß ist der Bodendruck?

174. In das Gefäß (Abb. 91.1; $d_1 = 4$ cm, $d_2 = 6$ cm, $h = 50$ cm) werden 2,5 l Wasser gegossen. Wie groß ist der Bodendruck?

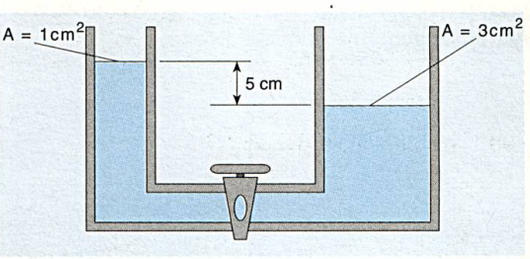
175. Der Hochbehälter der Wasserversorgung befindet sich 80 m über einer Wasserentnahmestelle. Wie groß ist dort der Druck?

176. Um wie viel cm steigt der Flüssigkeitsspiegel im rechten Rohr nach dem Öffnen des Hahns? (Abb. 91.2)

177. In ein U-Rohr wird Quecksilber gefüllt und sodann in einen Schenkel 20 cm hoch Wasser. Welcher Höhenunterschied stellt sich ein?



91.1 Abbildung zu Aufgabe 174

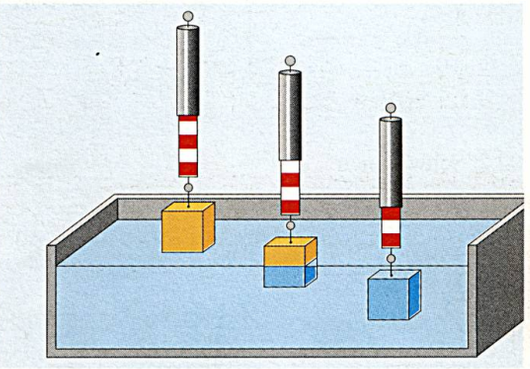


91.2 Abbildung zu Aufgabe 176

9.3 Auftrieb

Versuch (Abb. 91.3)

Ein an einem Kraftmesser hängender Körper (Aluminium, Stein, ...) wird langsam in das Wasser eingetaucht. Beim Eintauchen in das Wasser nimmt das Gewicht seines Körpers scheinbar ab. Wird der Versuch mit Spiritus wiederholt, so ist der scheinbare Gewichtsverlust geringer.



91.3 Beim Eintauchen in das Wasser nimmt das Gewicht des Körpers scheinbar ab.

Entstehung des Auftriebes

Auf alle Flächen eines eingetauchten quaderförmigen Körpers wirkt der Schweredruck, der Druckkräfte verursacht (Abb. 91.4). Die Druckkräfte auf jeweils gegenüberliegende Seitenflächen sind gleich groß und halten sich das Gleichgewicht. Auf die Deckfläche in der Tiefe h_1 wirkt der Druck $p_1 = \rho_F g h_1$. Er erzeugt eine nach unten gerichtete Druckkraft $F_1 = p_1 A = \rho_F g h_1 A$.

Auf die Grundfläche in der Tiefe h_2 wirkt der Druck $p_2 = \rho_F g h_2$. Er erzeugt eine nach oben gerichtete Druckkraft $F_2 = p_2 A = \rho_F g h_2 A$.

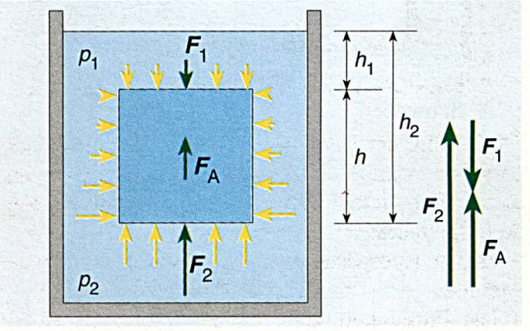
Die Resultierende der beiden Kräfte ist nach oben gerichtet. Man nennt sie daher *Auftriebskraft* F_A.

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho_F g h_2 A - \rho_F g h_1 A = \rho_F g A (h_2 - h_1) = \rho_F g A h = \rho_F g V$$

Das Volumen V des eingetauchten Körpers entspricht dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit. Daher ist das Produkt $\rho_F V$ die Masse m_F der verdrängten Flüssigkeit.

$$F_A = \rho_F V g = m_F g = F_G$$

Achtung: Nur bei einem vollständig eingetauchten Körper ist das Körpervolumen gleichzeitig das Volumen der verdrängten Flüssigkeit. (Abb. 91.5)

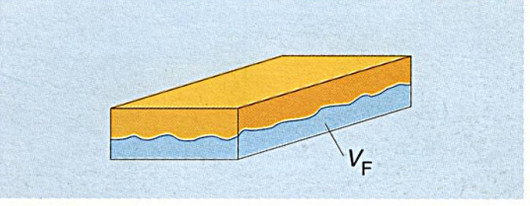


91.4 Zur Entstehung des Auftriebs

Gesetz des *Archimedes*: $F_A = F_G$

Die *Auftriebskraft* ist gleich der *Gewichtskraft* der verdrängten Flüssigkeit.

Das Gesetz des Archimedes gilt nicht nur für einen eingetauchten Quader, sondern für jeden beliebigen Körper.



91.5 Das Volumen der verdrängten Flüssigkeit ist nicht immer gleich dem Körpervolumen.

Beispiel A (Abb. 91.6)

Ein Stein ($\rho = 2500$ kg/m³) hat eine Masse von 12 kg. Wie groß ist seine scheinbare Gewichtskraft unter Wasser?

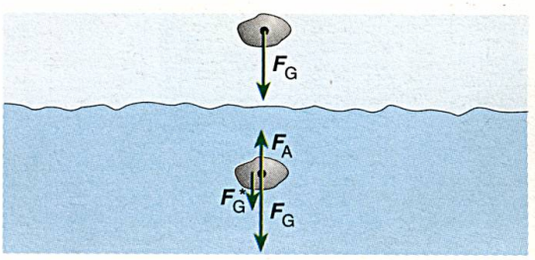
Gewichtskraft (an der Luft): $F_G = m g = 12 \cdot 9{,}81 = 117{,}7$ N

Volumen: $V = \dfrac{m}{\rho} = \dfrac{12 \text{ kg}}{2500 \text{ kg/m}^3} = 0{,}0048 \text{ m}^3$

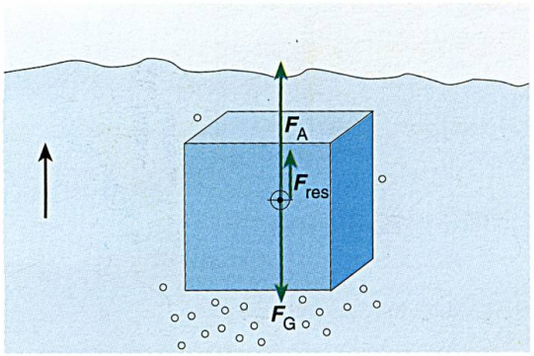
Scheinbare Gewichtskraft unter Wasser:

$$F_G^* = F_G - F_A$$
$$= V \rho g - V_F \rho_F g = V g (\rho - \rho_F)$$

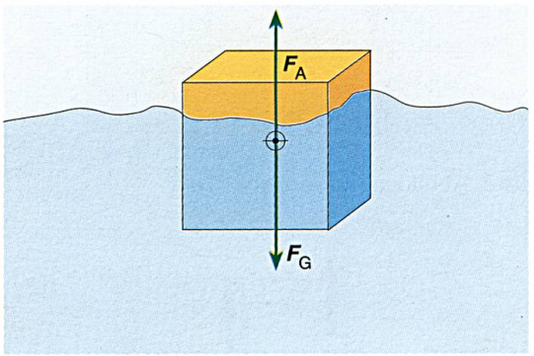
$$F_G^* = 0{,}0048 \text{ m}^3 \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 (2500 - 1000) \text{ kg/m}^3 = 70{,}6 \text{ N}$$



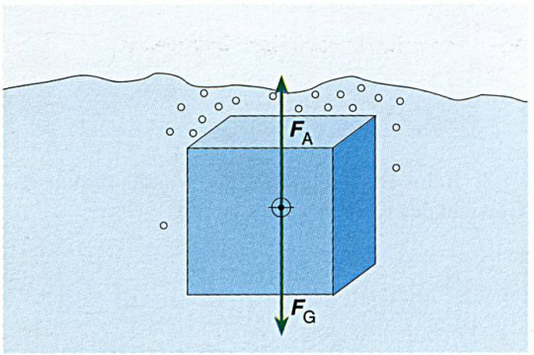
91.6 Abbildung zu Beispiel A



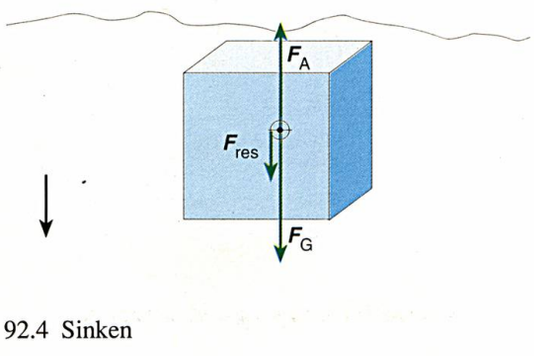
92.1 Steigen



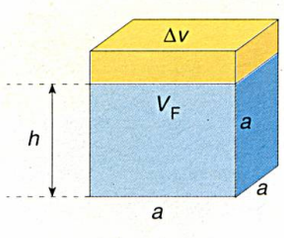
92.2 Schwimmen



92.3 Schweben



92.4 Sinken



92.5 Abbildung zu Beispiel B

Steigen, Sinken, Schweben und Schwimmen

Ein Körper wird in eine Flüssigkeit eingetaucht und losgelassen:

(1) Ist die Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft des Körpers, so ist die resultierende Kraft nach oben gerichtet, der Körper steigt. (Abb. 92.1)

$$F_A > F_G \qquad V_F = V$$

$$V_F \rho_F g > V \rho g$$

$\rho_F > \rho$ Der Körper steigt an die Oberfläche und schwimmt.

Ein schwimmender Körper taucht gerade so tief ein, dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich dem Körpergewicht ist. (Abb. 92.2)

$$V_F < V$$

(2) Ist die Auftriebskraft gleich groß wie die Gewichtskraft, dann herrscht Gleichgewicht, der Körper schwebt in jeder Tiefe. (Abb. 92.3)

$$F_A = F_G \qquad V_F = V$$

$$V_F \rho_F g = V \rho g$$

$\rho_F = \rho$ Der Körper schwebt.

(3) Ist die Auftriebskraft kleiner als die Gewichtskraft, so ist die resultierende Kraft nach unten gerichtet, der Körper sinkt. (Abb. 92.4)

$$F_A < F_G \qquad V_F = V$$

$$V_F \rho_F g < V \rho g$$

$\rho_F < \rho$ Der Körper sinkt.

Beispiel B (Abb. 92.5)

a) Wie tief taucht ein Holzwürfel ($\rho = 650\ \text{kg/m}^3$) mit einer Kantenlänge von 12 cm in Alkohol ($780\ \text{kg/m}^3$) ein?

Ein schwimmender Körper taucht so tief ein, bis das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich dem Gewicht des Körpers ist.

$$V \rho g = V_F \rho_F g$$

$$a^3 \rho = a^2 h \rho_F$$

$$h = \frac{a \rho}{\rho_F} = 12\ \text{cm}\ \frac{650\ \text{kg/m}^3}{780\ \text{kg/m}^3} = 10\ \text{cm}$$

b) Wieviel % des Holzwürfels ragen aus dem Alkohol?

Die Berechnung soll ohne die bereits ermittelte Eintauchtiefe durchgeführt werden.

$$V_F \rho_F = V \rho$$

$$(V - \Delta V) \rho_F = V \rho \quad \Leftrightarrow \quad V - \Delta V = V \frac{\rho}{\rho_F} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta V = V \left(1 - \frac{\rho}{\rho_F}\right)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 1 - \frac{\rho}{\rho_F} = 1 - \frac{650\ \text{kg/m}^3}{780\ \text{kg/m}^3} = 0{,}17$$

17 % des Holzwürfels ragen aus dem Alkohol.

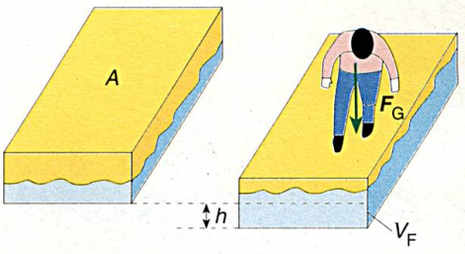
Beispiel C (Abb. 93.1)

Ein quaderförmiger Hohlkörper schwimmt im Wasser. Steigt eine 72 kg schwere Person darauf, so sinkt der Körper um 8 mm. Wie groß ist die Querschnittsfläche A?

Der Körper sinkt so tief, bis das Gewicht des zusätzlich verdrängten Wassers gleich der Gewichtskraft der Person ist.

$$m\,g = V_F\,\rho_F\,g$$

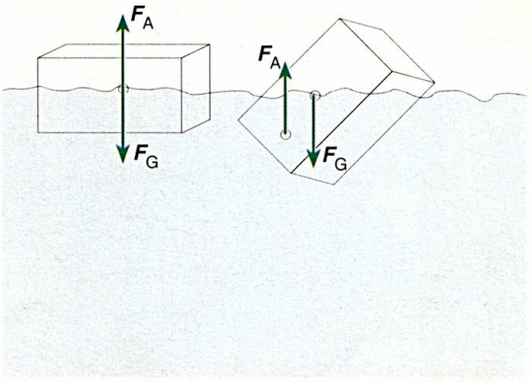
$$m = A\,h\,\rho_F \quad \Leftrightarrow \quad A = \frac{m}{h\,\rho_F} = \frac{72\ \text{kg}}{8 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot 1000\ \text{kg/m}^3} = 9\ \text{m}^2$$



93.1 Abbildung zu Beispiel C

Stabilität beim Schwimmen

An einem schwimmenden Körper greifen zwei Kräfte an. Die Gewichtskraft F_G greift im Körperschwerpunkt S an und die Auftriebskraft F_A im Schwerpunkt S_F der verdrängten Flüssigkeit. Liegen diese beiden Kräfte nicht auf einer gemeinsamen Wirkungslinie, dann bildet sich ein Kräftepaar. Dieses dreht den Körper so lange, bis die Wirkungslinien der beiden Kräfte zusammenfallen. (Abb. 93.2)



93.2 Instabile und stabile Schwimmlage

Dichtemessung von Flüssigkeiten

Die Dichte einer Flüssigkeit lässt sich mit einem *Aräometer* bestimmen. Es taucht so tief in die zu messende Flüssigkeit ein, bis die Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft des Messgerätes ist. Das Aräometer ist unten beschwert und besitzt am oberen dünnen Teil eine Skala, an der direkt die Dichte in g/cm³ abgelesen werden kann. (Abb. 93.3)

Mit Aräometern kann der Alkoholgehalt von Getränken, der Fettgehalt der Milch, der Zuckergehalt von Most oder der Salzgehalt von Wasser bestimmt werden. Durch Bestimmung der Säuredichte kann auch der Ladezustand eines Akkumulators festgestellt werden.

93.3 Aräometer (Senkwaage, Meßspindel)

Aufgaben

178. Das scheinbare Gewicht eines in Wasser vollständig eingetauchten Würfels (ρ = 2700 kg/m³) beträgt 20 N. Berechne das Würfelvolumen.

179. Das scheinbare Gewicht eines in Wasser vollständig eingetauchten Würfels (Kantenlänge a = 20 cm) beträgt 160 N. Berechne Dichte und Gewicht des Körpers.

180. Ein Körper hat ein Gewicht von 100 N und eine Dichte von ρ = 2700 kg/m³. Berechne sein scheinbares Gewicht in einem Ölbad (ρ_F = 900 kg/m³).

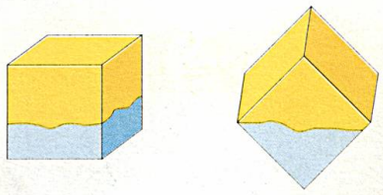
181. Wie tief taucht eine 5 cm dicke Holzplatte (ρ = 880 kg/m³) in Wasser ein?

182. Welche Dichte hat ein würfelförmiger Körper (Kantenlänge a = 15 cm), der in Wasser 1,5 cm tief eintaucht? (Taucht ein Körper nur sehr wenig ein, dann besitzt er eine Schwimmlage wie in Abb. 93.4.)

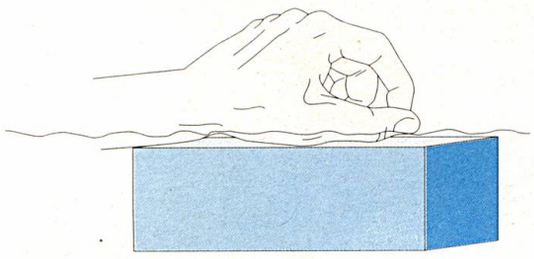
183. Ein Boot (6000 kg) gelangt von einem Fluss (ρ_F = 1000 kg/m³) in das Meer (ρ_F = 1040 kg/m³). Wieviel müsste zugeladen werden, damit der Tiefgang gleich bleibt?

184. Wie tief taucht ein oben offener Stahltopf (ρ = 7800 kg/m³) mit 25 cm Durchmesser, 12 cm Höhe und 1 mm Wandstärke in Wasser ein?

185. Bei der Montage einer Bohrinsel ist ein Stahlträger (ρ = 7800 kg/m³) in das Meer (ρ_F = 1020 kg/m³) gefallen und soll gehoben werden. Unter Wasser ist am Zugseil eine Kraft von 52 000 N nötig. Wie groß ist die Zugkraft über Wasser?



93.4 Ein Würfel, der nur wenig eintaucht (links), besitzt eine andere Schwimmlage als ein Würfel, der etwa bis zur Hälfte eintaucht (rechts).



94.1 Abbildung zu Aufgabe 188

186. Wie viel % eines Eisberges (ρ = 920 kg/m³) ragen aus dem Wasser (ρ_F = 1020 kg/m³) heraus?

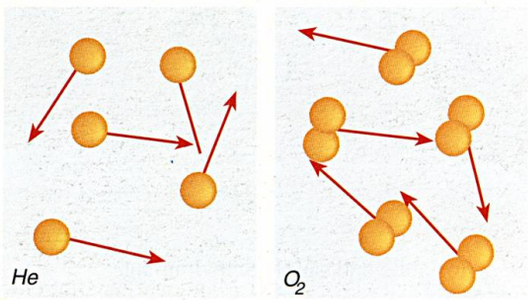
187. Ein Bleiblock (ρ_{Pb} = 11350 kg/m³) schwimmt im Quecksilber (ρ_{Hg} = 13546 kg/m³). Wie viel % des Bleiblockes ragen aus dem Quecksilber heraus?

188. Welche Kraft ist erforderlich, um ein 2 kg schweres Holzstück (ρ = 650 kg/m³) in Wasser vollständig unterzutauchen? (Abb. 94.1)

189. Welche Kraft ist erforderlich, um einen Ball mit 22 cm Durchmesser völlig in Wasser einzutauchen? Das Eigengewicht des Balles soll vernachlässigt werden.

190. Welchen Durchmesser darf ein Ball höchstens haben, damit er von einer 75 kg schweren Person unter Wasser gedrückt werden kann?

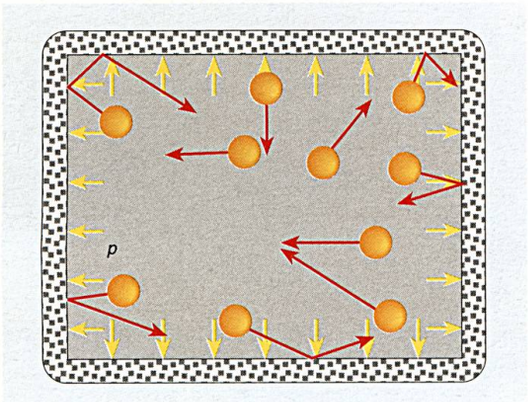
191. Ein Gefäß wird bis zum Rand mit Wasser gefüllt und gewogen. Anschließend wird ein Holzstück auf das Wasser gelegt. Wie ändert sich das Gewicht des Gefäßes? Wie ändert sich das Gewicht, wenn man statt des Holzes ein Stück Eisen sinken läßt?



94.2 Helium besteht aus einatomigen, Sauerstoff aus zweiatomigen Molekülen.

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter einer idealen Flüssigkeit?
2. Was ist der Kolbendruck?
3. Was bedeutet die gleichmäßige Druckverteilung in einer Flüssigkeit? Was ist die Ursache dafür?
4. Erkläre das Prinzip der hydraulischen Presse.
5. Wie entsteht der Schweredruck?
6. Wie ändert sich der Druck in einer Flüssigkeit mit zunehmender Tiefe?
7. Was ist das hydrostatische Paradoxon?
8. Warum stellen sich die Flüssigkeitsspiegel in verbundenen Gefäßen gleich hoch ein?
9. Was versteht man unter dem Auftrieb und wie kommt er zustande?
10. Wann steigt, sinkt, schwebt oder schwimmt ein Körper in einer Flüssigkeit?
11. Warum sind auf der Skala des Aräometers unten die großen Dichtewerte?
12. Warum ist die Skala des Aräometers ungleichmäßig geteilt?



94.3 Der Gasdruck wird durch das Aufprallen der Gasmoleküle auf die Gefäßwände verursacht.

10. Ruhende Gase (Aerostatik)

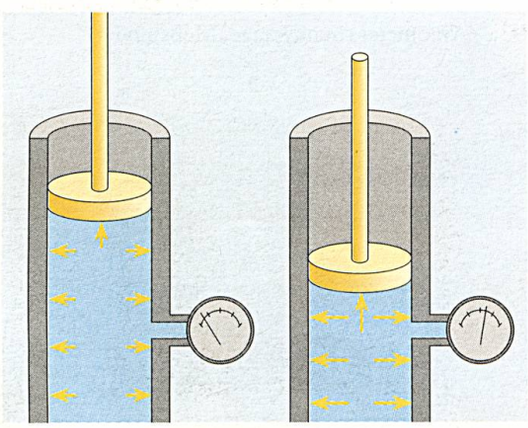
10.1 Allgemeine Eigenschaften der Gase

Die atomaren Bausteine der Gase werden ganz allgemein als Moleküle bezeichnet, auch wenn sie wie Helium nur Atome sind. (Abb. 94.2)

Zwischen den Molekülen eines Gases sind nur geringe Kräfte wirksam. Das Ei genvolumen der Gasmoleküle ist klein gegenüber dem Volumen, das dem Gas zur Verfügung steht. Deshalb können sich Moleküle frei bewegen, abgesehen von Zusammenstößen untereinander. Werden Eigenvolumen der Moleküle und Kraftwirkung zwischen den Molekülen vernachlässigt, so spricht man von einem *idealen Gas*. Für viele Betrachtungen setzt man ein ideales Gas voraus.

Die Bewegung der Gasmoleküle ist ungeordnet. Ein Gas besitzt *keine bestimmte Form* und *kein bestimmtes Volumen*. Gase nehmen jeden zur Verfügung stehenden Raum ein. Die Gasmoleküle sind ständig in Bewegung, prallen daher auch gegen die Gefäßwände und verursachen damit *Gasdruck*. (Abb. 94.3)

Verkleinert man das Volumen, so prallen die Moleküle öfter gegen die Wände, folglich steigt der Gasdruck (Abb. 94.4). Die Gasmasse ist gleich geblieben,



94.4 Mit Verringerung des Volumens steigt bei gleicher Temperatur der Gasdruck.

daher nimmt die Dichte zu. Allerdings spielt auch die Temperatur eine große Rolle. Deshalb wird der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen erst in der Wärmelehre behandelt.

Gase lassen sich komprimieren. Der Druck pflanzt sich nach allen Richtungen hin gleichmäßig fort.

10.2 Die Lufthülle (Atmosphäre)

Die Erde ist von einer mehrere hundert Kilometer dicken Lufthülle umgeben. Die Lufthülle verdanken wir der Anziehungskraft der Erde. Ohne diese Krafteinwirkung würden sich die Luftmoleküle im gesamten zur Verfügung stehenden Raum (Weltraum) ausbreiten. Der Mond mit seiner viel geringeren Schwerkraft besitzt keine Gashülle.

Der atmosphärische Luftdruck

Nachweis des Luftdruckes

Versuch (Abb. 95.1)
Ein Glas wird randvoll mit Wasser gefüllt und mit einem stärkeren Papier zugedeckt. Diese Anordnung wird vorsichtig umgedreht. Jetzt kann man das Papier loslassen, ohne dass Wasser herausfließt.

95.1 Der Luftdruck ist größer als der Druck der Wassersäule!
(Nach dieser Aufnahme musste ein neuer Film in den Fotoapparat eingelegt werden. Das Glas wurde inzwischen verkehrt auf einen Tisch gestellt. Nachdem die Filme gewechselt waren, wurde das Glas wieder angehoben, da . . . beschreibe und erkläre, was nun geschah!)

Luftdruck und Höhe

Der atmosphärische Luftdruck lässt sich gleich erklären wie der hydrostatische Druck. Er wird von der Gewichtskraft der über jedem Flächenstück befindlichen Luftsäule erzeugt. Allerdings besteht zwischen dem Luftdruck und dem Schweredruck in einer Flüssigkeit ein prinzipieller Unterschied.

Flüssigkeiten lassen sich nicht komprimieren. Daher enthalten gleiche Volumsteile in unterschiedlichen Tiefen immer gleich viele Moleküle. Als Folge nimmt der Schweredruck gleichmäßig (linear) mit der Tiefe zu.

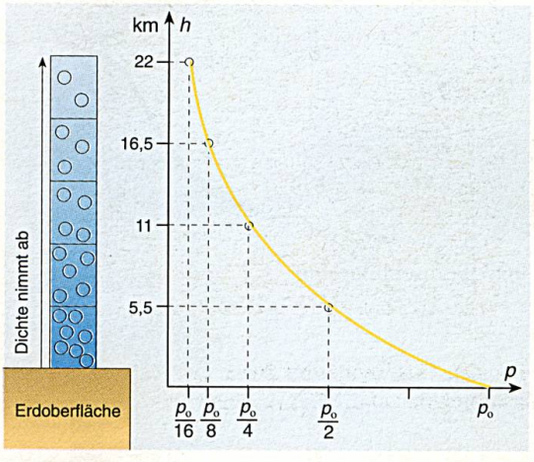
Gase lassen sich komprimieren. Daher enthalten Volumsteile in unteren Schichten mehr Moleküle als gleich große Volumsteile in oberen Schichten. Als Folge nimmt der Luftdruck mit zunehmender Höhe nicht gleichmäßig (nicht linear) ab. (Abb. 95.3)

Bei 0 °C in Meereshöhe beträgt der Luftdruck im Mittel $p_0 = 1013$ mbar und die Dichte der Luft $\rho_0 = 1{,}29$ kg/m³.

95.2 Im Jahr 1654 wies der Magdeburger Bürgermeister Otto von Guericke mit Hilfe der Magdeburger Halbkugeln den Luftdruck auf sehr eindrucksvolle Weise nach. Dabei gelang es 16 Pferden (auf jeder Seite 8) nicht, die zwei luftleer gepumpten Halbkugeln von rund 50 cm Durchmesser zu trennen.

Luftdruckmessung

Versuch von *Torricelli* (Abb. 95.4)
Ein etwa 80 cm langes, dickwandiges, einseitig abgeschlossenes Glasrohr wird mit Quecksilber gefüllt. Dann wird die Öffnung zugehalten und das Rohr mit der Öffnung nach unten in ein Quecksilberbad getaucht. Wird die Öffnung freigegeben, so sinkt der Quecksilberspiegel auf etwa 700 mm ab. Der auf dem unteren Quecksilberspiegel wirkende Luftdruck hält dem Schweredruck der Quecksilbersäule das Gleichgewicht. Aus der Höhe der Quecksilbersäule lässt sich der Luftdruck berechnen.



95.3 Mit zunehmender Höhe nehmen Luftdruck und Dichte ab.

Beispiel A

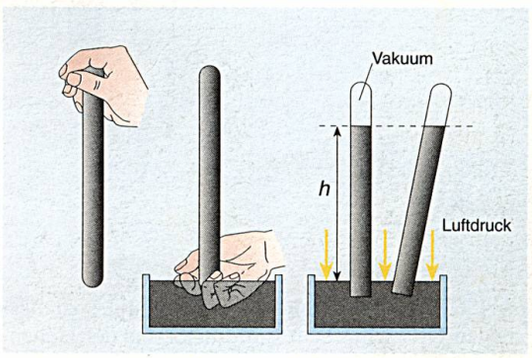
Wie hoch ist die Quecksilbersäule beim *Torricelli*-Versuch, wenn der Luftdruck 1013 mbar beträgt?

$p = 1013$ mbar $= 1{,}013$ bar $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa

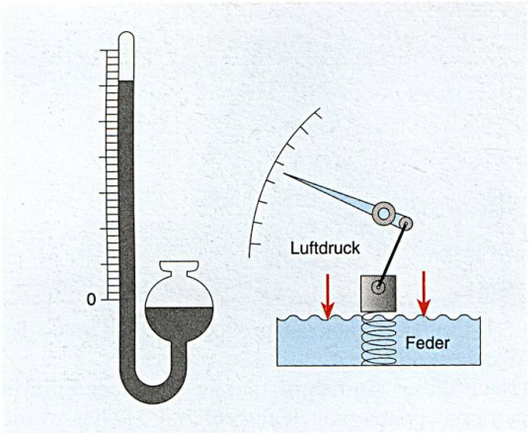
Bodendruck der Flüssigkeit

$$p = \rho g h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{p}{\rho g}$$

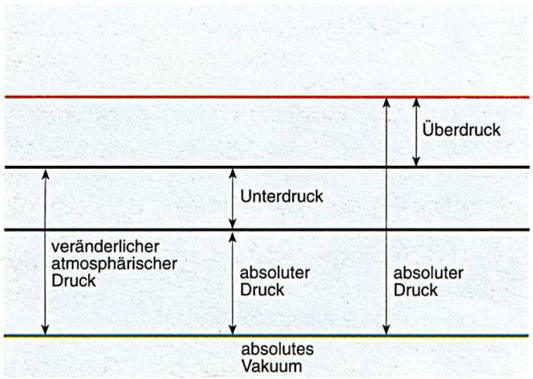
$$h = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2} = 0{,}76 \text{ m} = 760 \text{ mm}$$



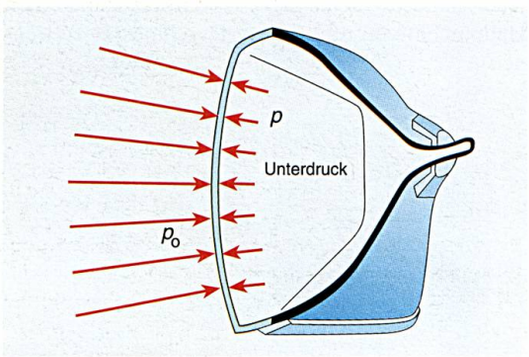
95.4 So hat Torricelli im Jahr 1643 den Luftdruck gemessen.



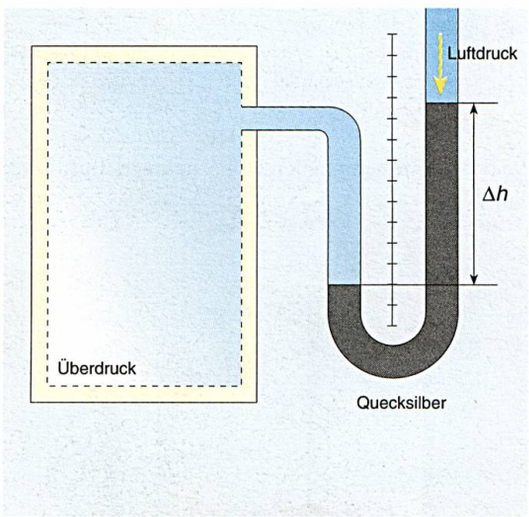
96.1 Birnenbarometer und Dosenbarometer



96.2 Verschiedene Möglichkeiten der Druckangabe. Unter einem Vakuum versteht man einen Raum, in dem der Gasdruck niedriger als der atmosphärische Luftdruck ist.



96.3 Fernsehbildröhre



96.4 Das offene Manometer vergleicht den zu messenden Druck mit dem Luftdruck. Aus der Höhendifferenz Δh ergibt sich die Druckdifferenz. Diese Druckdifferenz (Überdruck oder Unterdruck) kann meist direkt an einer Skala abgelesen werden.

Luftdruckmesgseräte heißen *Barometer*.

Eine besondere Ausführung eines Quecksilberbarometers ist das *Birnenbarometer* (Abb. 96.1 links). Ändert sich die Höhe der Quecksilbersäule, so ändert sich der Quecksilberspiegel in dem birnenförmigen Gefäß kaum merklich. Daher braucht der Nullpunkt der Skala nicht immer wieder neu eingestellt zu werden.

Weniger genau, aber handlicher als ein Quecksilberbarometer, ist das *Dosenbarometer* (Abb. 96.1 rechts). Es besteht aus einer luftleer gepumpten Metalldose. Bei Luftdruckänderungen hebt oder senkt sich der wellenförmig ausgebildete Dosendeckel. Seine Bewegungen werden auf einen Zeiger übertragen.

Der Druck einer 760 mm hohen Quecksilbersäule wurde früher als physikalische Atmosphäre (atm) bezeichnet.

10.3 Der Druck in einem geschlossenen Behälter

Absolutdruck, Unterdruck, Überdruck

In vielen Fällen interessiert man sich nicht für den *Absolutdruck*, sondern für den Druck *relativ* zum atmosphärischen Luftdruck. Es handelt sich dann um einen *Überdruck* oder einen *Unterdruck*.

Unterdruck herrscht in einem Behälter, in dem der Druck kleiner ist als der atmosphärische Luftdruck. Der Unterdruck könnte höchstens gleich dem atmosphärischen Luftdruck sein. Dann wäre in dem Behälter ein absolutes Vakuum, das sich allerdings nicht verwirklichen lässt.

Beispiel A (Abb. 96.3)

In einer Fernsehbildröhre herrscht ein Absolutdruck von ca. 10^{-8} bar. Der Unterdruck, also die Druckdifferenz zwischen außen und innen, beträgt:

$\Delta p = 1\ \text{bar} - 10^{-8}\ \text{bar} \approx 1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$

Auf die Bildschirmfläche (33 cm x 25 cm) wirkt die Kraft:

$F = \Delta p\, A = 10^5\ \text{Pa} \cdot 0{,}33\ \text{m} \cdot 0{,}25\ \text{m} = 8 \cdot 10^3\ \text{N}$

Unterdruck in einem Gefäß kann gefährlich werden. Durch den Druckunterschied können große Kräfte wirken. Es kann zu einer *Implosion* kommen.
In einer Glimmlampe ist ein Absolutdruck von ca. 200 Pa. In einer Leuchtstofflampe herrscht ein Quecksilberdampfdruck von ca. 100 bis 200 Pa.

Druckmessung

Meßgeräte für den Druck eines Gases oder einer Flüssigkeit heißen *Manometer*.

Flüssigkeitsmanometer (U-Rohrmanometer) nützen ähnlich wie das Quecksilberbarometer den Schweredruck einer Flüssigkeit aus.

Beispiel B

a) Wie groß sind Überdruck und Absolutdruck in einem Gasbehälter, wenn ein offenes U-Rohr-Quecksilbermanometer bei einem atmosphärischen Luftdruck ($p_0 = 980$ mbar) eine Höhendifferenz von 15 mm anzeigt?

Überdruck: $\Delta p = \rho\, g\, \Delta h = 13600\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}015\ \text{m} = 2000\ \text{Pa} = 20\ \text{mbar}$

Absolutdruck: $p = p_0 + \Delta p = 980\ \text{mbar} + 20\ \text{mbar} = 1000\ \text{mbar} = 1\ \text{bar}$

b) Wie groß wäre der Höhenunterschied, wenn das U-Rohrmanometer statt mit Quecksilber mit Öl ($\rho = 820\ \text{kg/m}^3$) gefüllt wäre?

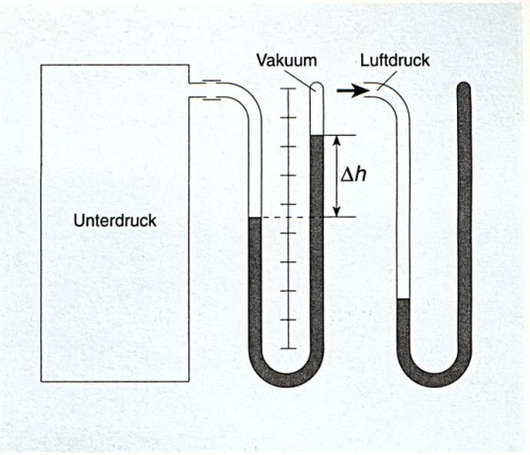
$\Delta p = \rho\, g\, h \Leftrightarrow h = \dfrac{\Delta p}{\rho\, g} \qquad h = \dfrac{2000\ \text{Pa}}{820\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 250\ \text{mm}$

Das offene Manometer wird nur für einen geringen Über- oder Unterdruck verwendet. Für einen großen Unterdruck, also kleinen Absolutdruck, benützt man das *abgekürzte Manometer* (Abb. 97.1). Der rechte geschlossene Schenkel ist vollständig mit Quecksilber gefüllt, wenn links der Luftdruck wirkt.

Beispiel C

Das abgekürzte Manometer ist an einen Exsikkator (Gerät zum Trocknen oder zum trockenen Aufbewahren von Chemikalien) angeschlossen. Es zeigt eine Höhendifferenz von 30 mm. Wie groß ist der Absolutdruck im Exsikkator?

$p = \rho\, g\, \Delta h = 13600\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}03\ \text{m} = 4000\ \text{Pa}$



97.1 Abgekürztes Manometer. Aus der Höhendifferenz ergibt sich die Druckdifferenz zwischen dem zu messenden Druck und dem Vakuum über der Quecksilbersäule im abgeschlossenen Rohrstück. Daher wird der Absolutdruck angezeigt.
Beim Quecksilberbarometer bzw. Quecksilbermanometer wird die Höhe oder Höhendifferenz von Quecksilbersäulen abgelesen. Deshalb war es bis zum Jahr 1978 üblich, den Druck in mm Quecksilbersäule anzugeben. Zu Ehren Torricellis wurde der Druck einer 1 mm hohen Quecksilbersäule mit 1 Torr bezeichnet. In älteren Schriften findet man sehr oft die Druckangabe in Torr.

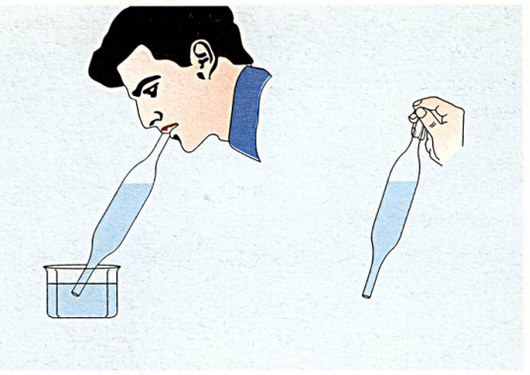
Für einen größeren Druck (Überdruck) werden sogenannte *technische Manometer* verwendet, die wie das Dosenbarometer oder Röhrenmanometer für Flüssigkeiten arbeiten.

10.4 Wirkungen und technische Anwendungen des Luftdruckes

Ansaugen durch Unterdruck

In einer Injektionsspritze wird durch Volumsvergrößerung ein Unterdruck erzeugt, der Luft oder auch eine Flüssigkeit ansaugt (durch den äußeren Überdruck nachströmen lässt).

Verschiedene Geräte, wie Pipette, Saugpumpe und Vakuumpumpe, nützen diese Saugwirkung aus.



97.2 Die Pipette (Stechheber) wird zum Abfüllen kleiner Flüssigkeitsmengen benützt.

Saugpumpe für Wasser (Abb. 97.3)

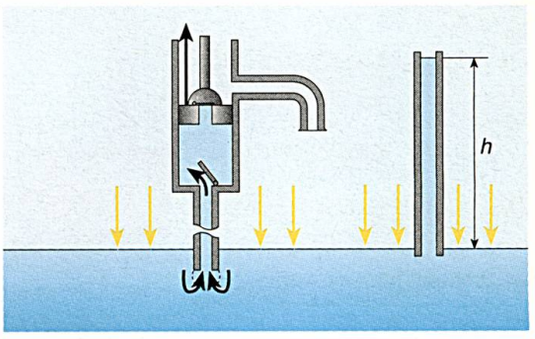
Beim Hochziehen des Kolbens entsteht im Zylinder und im Saugrohr ein Unterdruck, der Wasser ansaugt. Die maximale Saughöhe ergibt sich aus dem Schweredruck der Wassersäule. Dieser Schweredruck kann höchstens gleich dem atmosphärischen Luftdruck p_0 sein.

Luftdruck: $p_0 = 1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$

$$p_0 = \rho\, g\, h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{p_0}{\rho\, g}$$

$$h = \frac{10^5\ \text{Pa}}{1000\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} \approx 10\ \text{m}$$

Wegen verschiedener Verluste ist die maximale Saughöhe kleiner als 10 m.

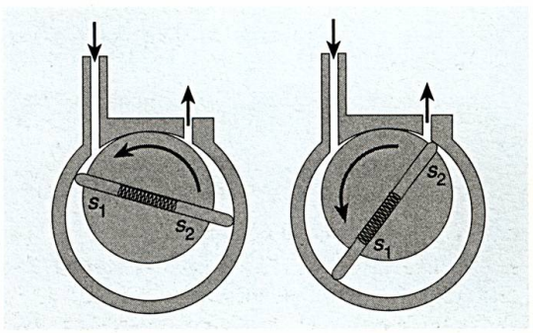


97.3 Saugpumpe

Vakuumpumpen

dienen zur Erzeugung eines Unterdruckes. Die Erzeugung eines Vakuums, also das Absaugen der Luft, nennt man *Evakuieren.*

Bei der *Drehschieberpumpe* (Abb. 97.4) rotiert in einem Hohlzylinder eine exzentrisch gelagerte Welle mit zwei Schiebern S_1 und S_2. Bei der Drehung vergrößert sich der Raum unter dem Saugstutzen, es wird Luft angesaugt. Die angesaugte Luft wird an der anderen Öffnung ausgestoßen. Mit einer Drehschieberpumpe lässt sich ein Vakuum bis ca. 1 Pa erreichen.



97.4 Drehschieberpumpe

10.5 Auftrieb in Luft

Ähnlich wie in einer Flüssigkeit wirkt auf einen Körper auch in Luft eine Auftriebskraft F_A. Sie ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Luft:

$$F_A = \rho_L\, V\, g$$

Ist die Gewichtskraft eines Körpers kleiner als die Gewichtskraft der verdrängten Luft, so steigt der Körper auf. Ballone sind mit einem Gas gefüllt, das eine

98.1 Heißluftballon

kleinere Dichte als Luft hat, oder sie werden mit Heißluft betrieben. (Luft dehnt sich beim Erwärmen aus, dadurch verringert sich die Dichte.)

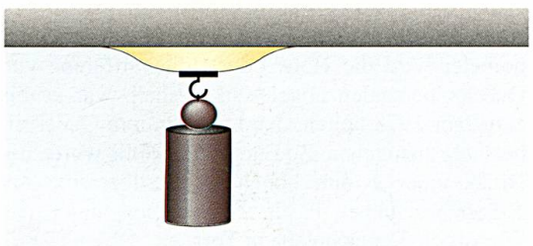
Beispiel A

Ein Heißluftballon hat einen Durchmesser von 10 m. Die Dichte der erwärmten Luft beträgt 75 % der Dichte der umgebenden Luft. Welche Masse dürfen Last und Ballonhülle höchstens haben?

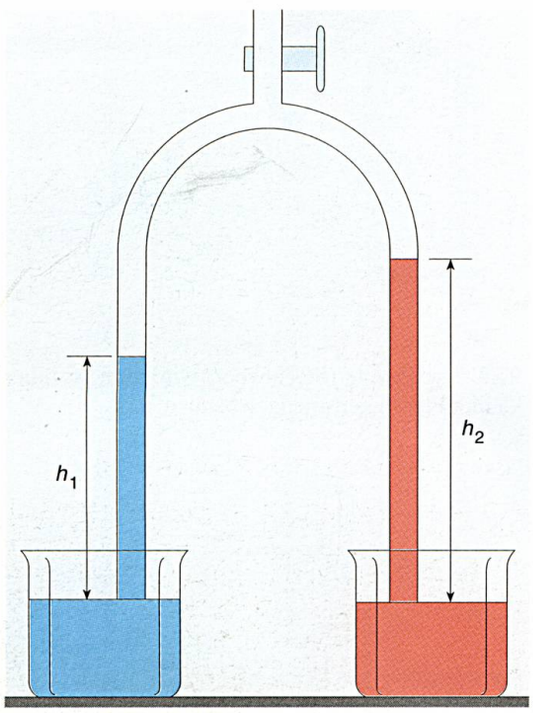
Auftriebskraft = Gewicht der Ballonfüllung + Last

$$\frac{4\,\pi\,r^3}{3}\,\rho_L\,g = \frac{4\,\pi\,r^3}{3}\,0{,}75\;\rho_L\,g + m\,g$$

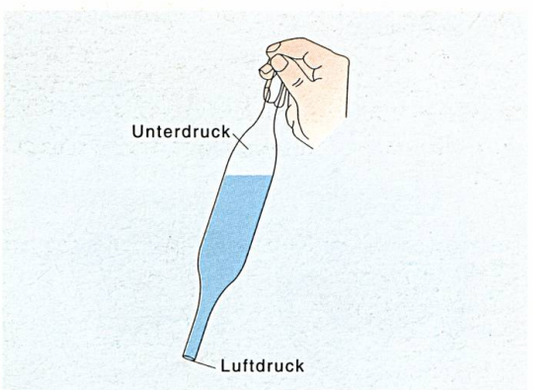
$$m = 0{,}25\,\rho_L\,\frac{4\,\pi\,r^3}{3} = 0{,}25 \cdot 1{,}29\ \text{kg/m}^3\,\frac{4\,\pi\,(5\ \text{m})^3}{3} = 170\ \text{kg}$$



98.2 Abbildung zu Aufgabe 194



98.3 Abbildung zu Aufgabe 198



98.4 Abbildung zu Aufgabe 199

Aufgaben

192. Die Magdeburger Kugel hatte einen Durchmesser von ca. 50 cm. Welche Kraft drückt die beiden Halbkugeln zusammen, wenn der geringe Innendruck vernachlässigt wird?

193. Ein Glas mit einem Innendurchmesser von 75 mm und 120 mm Höhe wird randvoll mit Wasser gefüllt, mit einem Papier abgedeckt und umgedreht. Wie groß ist die Kraft, die das Papier nach oben drückt?

194. Welches Gewicht kann man an einen Saugnapf (d = 50 mm) gerade noch hängen? (Abb. 98.2)

195. In einem Konservenglas ist ein Absolutdruck von 60 mbar. Welche Kraft wirkt auf den Deckel mit 55 mm Durchmesser bei einem Luftdruck von 1020 mbar?

196. Ein offenes U-Rohr-Manometer mit Wasser ist an eine Gasleitung angeschlossen. Bei einem Atmosphärendruck von 1020 mbar beträgt die Höhendifferenz 50 mm. Berechne Überdruck und Absolutdruck in der Leitung.

197. Vergleiche ein mit Öl (ρ = 900 kg/m³) gefülltes U-Rohr-Manometer mit einem entsprechenden Quecksilbermanometer (ρ_{Hg} = 13600 kg/m³). Berechne für beide die Höhendifferenz bei einer Druckdifferenz von 1 mbar. Welches der beiden Manometer ist empfindlicher?

198. Mit dem Saugheber in Abb. 98.3 kann die Dichte einer Flüssigkeit durch Vergleich mit einer Flüssigkeit bekannter Dichte bestimmt werden. Beachte: Beide Flüssigkeiten haben den gleichen Schweredruck.

ρ_1 = 900 kg/m³, h_1 = 14,6 cm, h_2 = 15 cm, ρ_2 = ?

199. Wird der gefüllte Stechheber aus der Flüssigkeit herausgehoben, dann fließt zunächst noch etwas Flüssigkeit aus. (Abb. 98.4)
a) Beschreibe das Gleichgewicht, das sich dann einstellt.
b) Wie groß ist der Unterdruck in dem abgeschlossenen Raum, wenn die Wasserhöhe 24 cm beträgt?

200. Wieviel % der Gewichtskraft beträgt die Auftriebskraft in Luft für a) Holz, b) Stahl?
Spielt die Auftriebskraft in diesen Fällen eine Rolle?

201. Ein Ballon mit He-Füllung (ρ = 0,18 kg/m³) hat ein Volumen von 72 m³. Ballonhaut und Last haben zusammen eine Masse von 22 kg. Welche Kraft muss aufgewendet werden, um den Ballon am Erdboden festzuhalten?

202. Ein Plastikbeutel mit einer Masse von 20 g und einem Inhalt von 50 l wird mit Wasserstoff (ρ = 0,09 kg/m³) gefüllt. Welche Last müsste man anhängen, damit er gerade schwebt?

Kontrollfragen

1. Wie entsteht der Gasdruck?
2. Wie ändert sich der Luftdruck mit zunehmender Höhe?
3. Wie funktioniert die Luftdruckmessung mit einem Quecksilberbarometer?
4. Warum kann man ein Barometer im Prinzip als Höhenmesser verwenden?
5. Was versteht man unter einem Unterdruck, Überdruck bzw. Absolutdruck?
6. Wie funktioniert die Druckmessung mit einem offenen, mit einem abgekürzten Manometer?
7. Worauf beruht das Ansaugen einer Flüssigkeit?

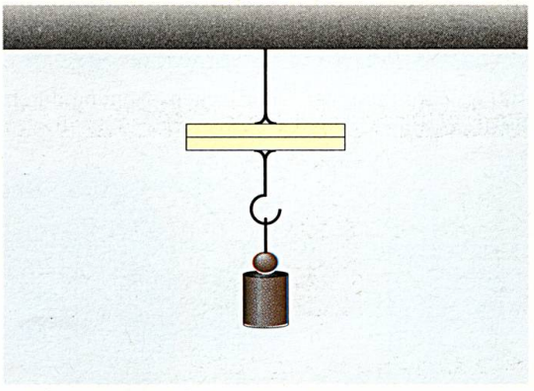
11. Flüssigkeiten und Molekularkräfte

11.1 Kohäsions- und Adhäsionskräfte

Beobachtungen im Alltag und einfache Versuche zeigen uns die Wirkungen von Molekularkräften innerhalb einer Flüssigkeit und zwischen Flüssigkeit und Festkörper. Die *Kohäsionskräfte* (Zusammenhangskräfte) sind zwischen den Molekülen des Wassertropfens wirksam. Die Anziehungskräfte zwischen den Wassermolekülen und den Molekülen eines festen Körpers nennt man *Adhäsionskräfte* (Anhangskräfte). (Abb. 99.1)

99.1 Kohäsions- und Adhäsionskräfte

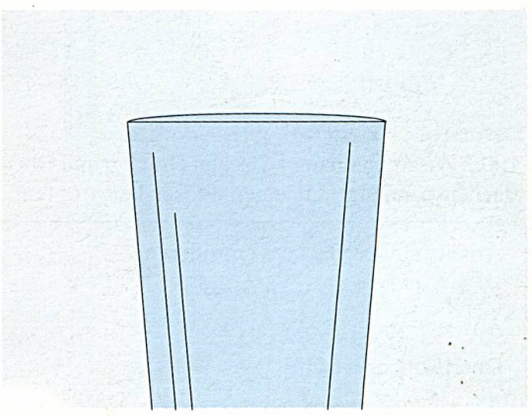
Versuch (Abb. 99.2)
Die Berührungsflächen der beiden Glasplatten werden mit Wasser benetzt oder eingefettet und dann fest zusammengepresst. Es sind erhebliche Kräfte nötig, um sie wieder zu trennen.



99.2 Nachweis der Molekularkräfte

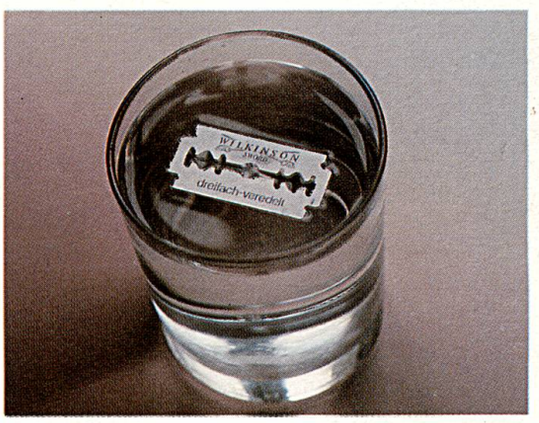
11.2 Oberflächenspannung

Versuch (Abb. 99.3)
Ein Glas wird randvoll mit Wasser gefüllt. Mit einer Injektionsspritze wird weiter vorsichtig Wasser zugeführt. Das Wasser bildet über den Rand hinaus eine erhöhte Kuppe.



99.3 Nachweis der Oberflächenspannung

Versuch (Abb. 99.4)
In einem Glas mit Wasser lässt man ein Stück Löschpapier schwimmen. Darauf wird eine Rasierklinge gelegt. Obwohl die Rasierklinge eine größere Dichte hat als Wasser, geht sie nicht unter, wenn das Löschpapier vorsichtig entfernt wird. Wird etwas Spülmittel zugegeben, so geht die Rasierklinge unter und kann auch nicht mehr zum "Schwimmen" gebracht werden.

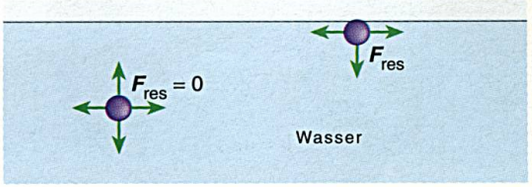


99.4 Ein weiterer Nachweis der Oberflächenspannung

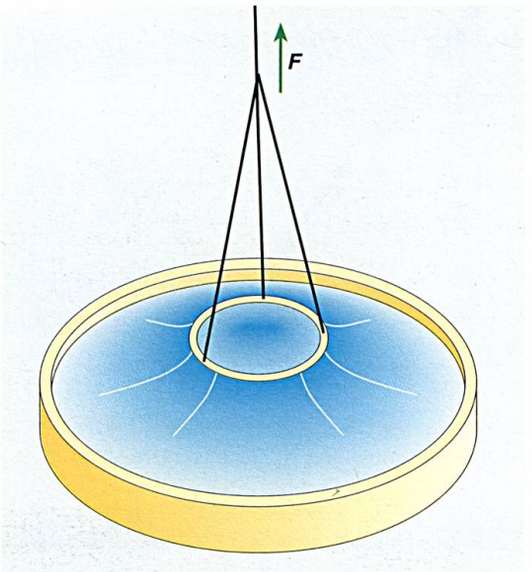
Es sieht so aus, als wäre an der Oberfläche eine dünne elastische "Haut" vorhanden, die das Wasser zusammenhält. Diese Eigenheit kann so erklärt werden: Auf ein Molekül im Inneren der Flüssigkeit wirken von allen Seiten gleich große Anziehungskräfte, die einander aufheben. Bei einem Molekül an der Oberfläche fehlt ein Teil dieser Kräfte, daher tritt eine nach innen gerichtete resultierende Kraft F auf (Abb. 99.5). Soll die Oberfläche einer Flüssigkeit vergrößert werden, dann müssen Moleküle aus dem Inneren an die Oberfläche gebracht werden. Dabei ist *Arbeit* gegen die resultierende Kraft F zu verrichten. Das bedeutet aber, dass Moleküle an der Oberfläche eine größere *Energie* besitzen als solche im Innern. Die *Oberflächenenergie* ist eine besondere Art von potentieller Energie.

$$\text{Oberflächenspannung (Oberflächenenergiedichte)} = \frac{\text{Arbeit zur Oberflächenvergrößerung}}{\text{Oberflächenzuwachs}} \qquad \gamma = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

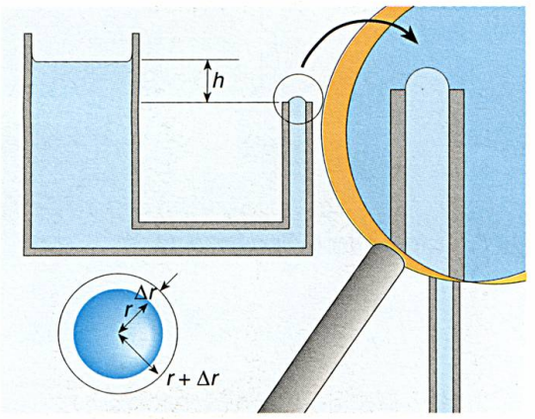
$$[\gamma] = \frac{[W]}{[A]} = \frac{1\ \text{Nm}}{1\ \text{m}^2} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



99.5 Zur Erklärung der Oberflächenspannung



100.1 Ermittlung der Oberflächenspannung durch Kraftmessung



100.2 Zusammenhang zwischen Druck p und Oberflächenspannung γ in einem Flüssigkeitstropfen

Arbeit zur Oberflächenvergrößerung:

$F = p\,A \qquad A = 4\pi r^2$

$\Delta W = F\,\Delta r = p \cdot 4\pi r^2 \cdot \Delta r$

Oberflächenzuwachs:

$\Delta A = 4\pi\,(r + \Delta r)^2$

$\Delta A = 4\pi\,(r^2 + 2r \cdot \Delta r + (\Delta r)^2) - 4\pi r^2 =$

$= 8\pi r \cdot \Delta r + 4\pi\,(\Delta r)^2$

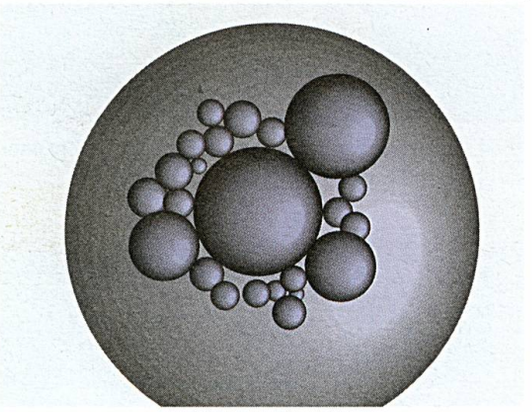
➥ vernachlässigbar

$\Delta A = 8\pi r \cdot \Delta r$

Oberflächenspannung:

$$\gamma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{p \cdot 4\pi r^2 \cdot \Delta r}{8\pi r \cdot \Delta r} = \frac{pr}{2}$$

$$p = \frac{2\gamma}{r}$$



100.3 Vereinigung von Quecksilbertropfen

Die *Oberflächenspannung* ist keine Spannung im eigentlichen Sinn. Sie ist eine *Energie pro Flächeneinheit* und wird deshalb auch als *Oberflächenenergiedichte* bezeichnet.

An der Einheit kann man noch etwas anderes erkennen: N/m ist die Einheit für Kraft/Länge.

An einem benetzten Ring mit Schneide hängt eine Flüssigkeitshaut auf einer Berührungslänge, die gleich dem Umfang des Kreises ist. Allerdings ist zu bedenken, dass eine äußere und eine innere Oberfläche auftreten. Hat man die Kraft gemessen, die zum Herausziehen des Ringes nötig ist, so lässt sich die Oberflächenspannung berechnen. (Abb. 100.1)

$$\gamma = \frac{F}{l} = \frac{F}{2 \cdot 2\pi r} = \frac{F}{4\pi r}$$

Versuch (Abb. 100.2): Bestimmung der Oberflächenspannung mit einem Kapillarrohr

Durch die Oberflächenspannung ist in dem nach außen gewölbten Flüssigkeitsvolumen am Kapillarrohr ein Überdruck vorhanden. Dieser hält dem Schweredruck infolge des Höhenunterschiedes h das Gleichgewicht.

$p = \frac{2\gamma}{r}$ und $p = \rho g h$

Daraus folgt: $\gamma = \frac{\rho g h r}{2}$

Meßergebnisse:	$2r$ in mm	h in mm	Auswertung: γ in N/m
Wasser	3	10	0,074
	4	7	0,069
Wasser + Spülmittel	4	2,5	0,025

Durch den Zusatz eines Spülmittels wird die Oberflächenspannung erniedrigt.

Aus der Mechanik fester Körper wissen wir, daß in der stabilen Gleichgewichtslage die potentielle Energie ein Minimum ist. Die Oberflächenenergie ist umso kleiner, je geringer die Oberfläche ist. Daher hat die Oberfläche einer Flüssigkeit das Bestreben, sich auf ein Minimum zusammenzuziehen.

Kleine Flüssigkeitstropfen nehmen Kugelgestalt an, da bei gegebenem Volumen die Kugel die kleinste Oberfläche hat.

Viele kleine Quecksilbertropfen schließen sich zu einem großen zusammen, da dieser eine kleinere Oberfläche besitzt als viele kleine Tropfen zusammen. (Abb. 100.3)

Benetzbarkeit

Wird ein Wassertropfen auf Glas aufgebracht, so breitet er sich aus, er *benetzt* das Glas. Auch an einer Gefäßwand ist diese Benetzung zu beobachten (Abb. 101.1). Auf ein Flüssigkeitsmolekül am Rand wirken einerseits die Adhäsionskraft F_{ad} zur Wand hin und andererseits die Kohäsionskraft F_{ko} in das Flüssigkeitsinnere. Die Flüssigkeitsoberfläche stellt sich normal zur Resultierenden F ein. Überwiegt die Adhäsionskraft, so tritt Benetzung auf. Überwiegt die Kohäsionskraft, dann kommt es zu keiner Benetzung. Quecksilber breitet sich auf Glas nicht aus. (Abb. 101.2)

Netzmittel erniedrigen die Oberflächenspannung und erhöhen damit die Benetzbarkeit. Wasch- und Spülmittel wirken als Netzmittel. Dadurch kann das Waschwasser beim Reiben zwischen und unter die Schmutzteilchen eindringen und sie fortspülen.

Kapillarität

Taucht man ein enges Röhrchen (Kapillare, Haarröhrchen) in eine benetzende Flüssigkeit, so kann man einen sogenannten *kapillaren Anstieg* beobachten. (Abb. 101.3)

Bei einer nicht benetzenden Flüssigkeit tritt eine *kapillare Depression* auf. (Abb. 101.4)

Der durch die Oberflächenspannung hervorgerufene Druck hält dem Schweredruck der Flüssigkeitssäule das Gleichgewicht.

Aus $p = \frac{2\gamma}{r}$ und $p = \rho g h$ folgt $h = \frac{2\gamma}{\rho g r} = \underbrace{\frac{2\gamma}{\rho g}}_{= const.} \cdot \frac{1}{r}$.

Da $\frac{2\gamma}{\rho g}$ eine Konstante ist, folgt: $h \sim \frac{1}{r}$

$h \sim \frac{1}{r}$ Der kapillare Anstieg einer benetzenden Flüssigkeit ist umso größer, je enger die Kapillare ist.

Auf diesem kapillaren Anstieg beruht die Saugwirkung poröser Stoffe (Schwamm, Löschblatt, Handtuch, ...). Die Mauern alter Häuser haben keine Horizontalisolierung und sind daher feucht. Die Wasserversorgung der Pflanzen hängt ebenfalls mit der Kapillarwirkung zusammen.

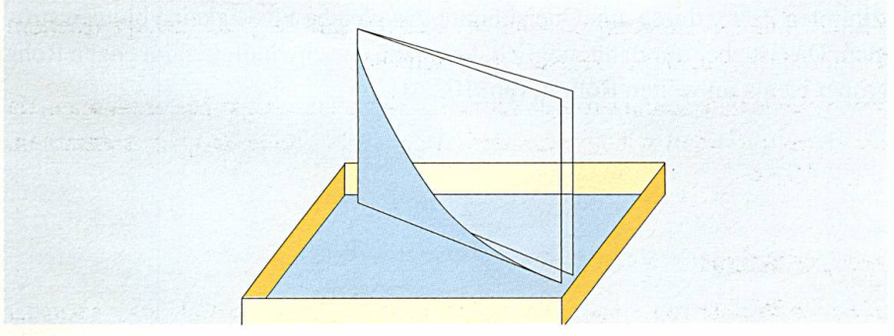
Beim Löten spielen Benetzbarkeit und auch Kapillarität eine große Rolle. Ein Flussmittel sorgt für eine gute Benetzung der Lötstelle durch das flüssige Lot. Beim Löten von Kupferrohren (Wasserleitung) wird das flüssige Lot durch Kapillarwirkung in den engen Spalt zwischen dem äußeren und dem inneren Rohr gesaugt. (Abb. 101.5)

Aufgaben

203. Welcher kapillare Anstieg müsste sich für Alkohol (ρ = 780 kg/m³, γ = 0,022 N/m) in einem Kapillarrohr von 3 mm Durchmesser einstellen?

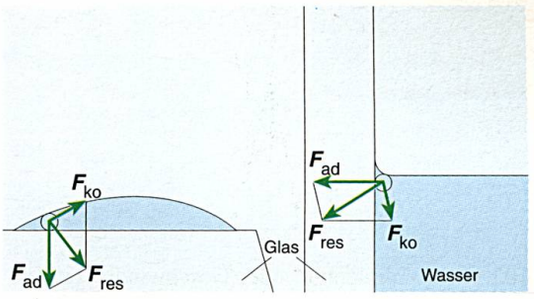
204. Eine kreisförmige Drahtschleife von 2 cm Durchmesser wird aus einer Flüssigkeit herausgezogen. Die aufgrund der Oberflächenspannung erforderliche Kraft beträgt 2 mN. Berechne daraus die Oberflächenspannung der Flüssigkeit.

205. Mit Hilfe zweier kleiner Glasplatten wird ein keilförmiges Gefäß gebaut, das ins Wasser gestellt wird (Abb.). Wie lässt sich der Anstieg des Wassers zwischen den Platten erklären?

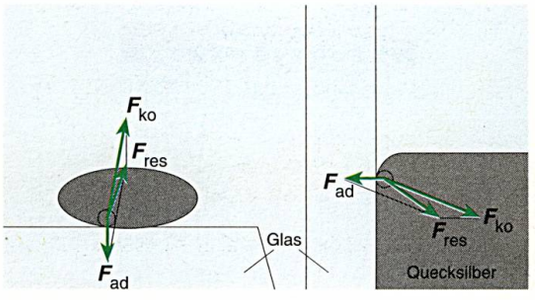


Kontrollfragen

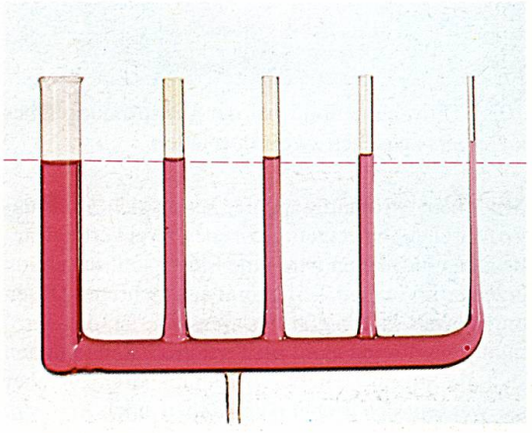
1. Welche Kräfte halten die Moleküle eines Wassertropfens zusammen, und welche Kräfte wirken zwischen Wassertropfen und Glas?
2. Was versteht man unter der Oberflächenspannung?
3. Wie kann die Oberflächenspannung gemessen werden?
4. Warum haben kleine Flüssigkeitstropfen nahezu Kugelgestalt?
5. Wann kommt es zu einer guten bzw. schlechten Benetzung?
6. Welche Wirkung haben Netzmittel?
7. Was versteht man unter Kapillarität?

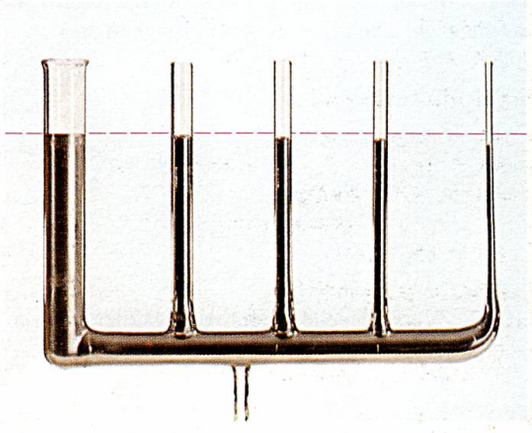


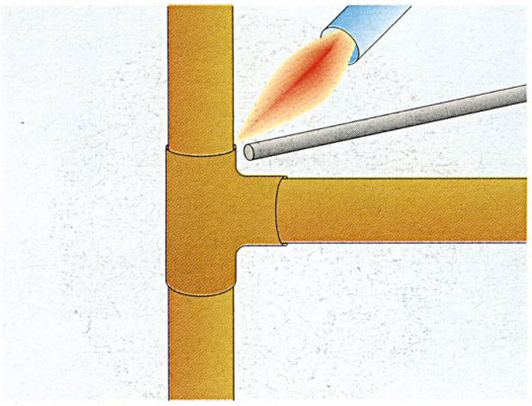
101.1 Wasser benetzt Glas.

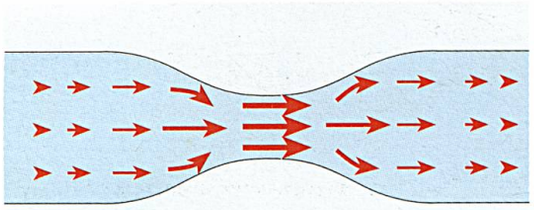


101.2 Quecksilber benetzt Glas nicht.

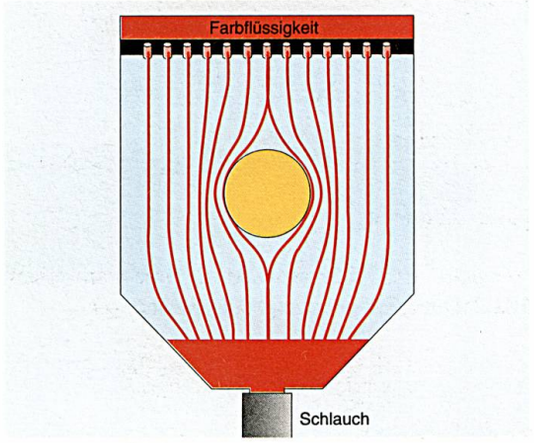

101.3 Kapillarer Anstieg von Wasser


101.4 Kapillare Depression von Quecksilber


101.5 Löten von Kupferrohren

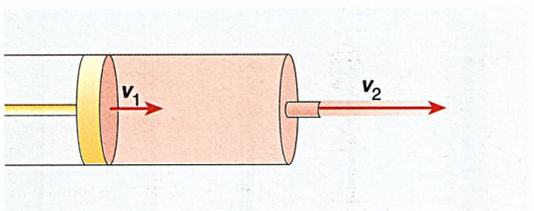


102.1 Stromlinienbild oder Geschwindigkeitsfeld einer Strömung

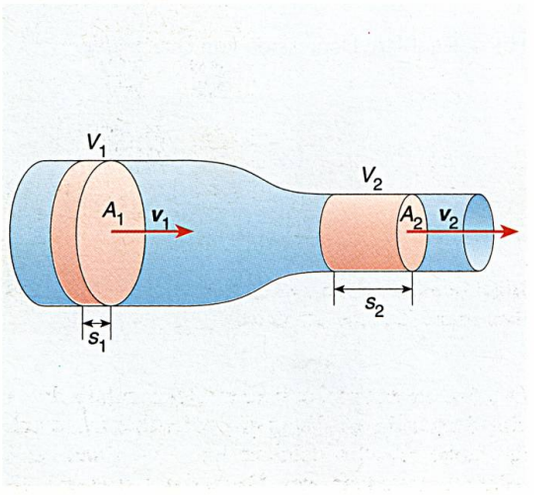


102.2 Stromlinienbild bei der Umströmung eines Zylinders zwischen zwei Glasplatten

Mit einem Strömungsapparat lassen sich Strömungen anschaulich zeigen. Zwischen zwei vertikal stehenden Glasplatten wird eine Flüssigkeitsströmung erzeugt. Im oberen Teil strömt aus mehreren Düsen ungefärbtes und gefärbtes Wasser. Ist die Strömungsgeschwindigkeit nicht zu groß, dann können sich die Stromlinien zwar zusammendrängen, aber sie werden sich weder vermischen noch kreuzen. Ein gleiches Stromlinienbild erhält man. wenn man den zuvor umströmten Körper in der ruhenden Flüssigkeit bewegt. (Es kommt ja nur auf die Relativbewegung zwischen Körper und Flüssigkeit an.)



102.3 Verschiedene Geschwindigkeiten in verschiedenen Querschnitten



102.4 Strömung bei veränderlichem Querschnitt

12. Strömende Flüssigkeiten und Gase

12.1 Allgemeine Eigenschaften von Strömungen

Gase lassen sich viel leichter komprimieren als Flüssigkeiten. Es zeigt sich jedoch, dass bei Strömungsgeschwindigkeiten bis ca. 50 m/s die Volumsänderungen der Gase so gering sind, dass sie vernachlässigt werden können. Daher lassen sich strömende Flüssigkeiten und Gase gemeinsam beschreiben. In diesem Kapitel werden wir daher das Wort "Flüssigkeit" als Sammelbegriff für echte Flüssigkeiten und Gase verwenden. Seit einiger Zeit ist es auch üblich, als Oberbegriff für echte Flüssigkeiten und Gase die Bezeichnung *Fluid* zu verwenden.

Darstellung einer Strömung

Werden in eine Flüssigkeit kleine Teilchen (Aluminium, Sägespäne, Kunststoff) eingebracht, so machen diese die Bewegung der Flüssigkeit mit. Bei einer fotografischen Aufnahme mit kurzer Belichtungszeit hinterlässt jedes Teilchen einen kurzen Strich auf dem Film. Jeder Strich zeigt den Geschwindigkeitsvektor eines Teilchens an. Diese Geschwindigkeitsvektoren liegen auf Kurven, die man *Stromlinien* nennt. (Abb. 102.1)

Die Tangente an die Stromlinie gibt in jedem Punkt die Richtung der Geschwindigkeit an. Daher bezeichnet man das Stromlinienbild auch als *Geschwindigkeitsfeld.* Bleibt das Stromlinienbild im Laufe der Zeit unverändert, dann heißt die Strömung stationär. Bei einer *stationären Strömung* zeigt eine Stromlinie auch die durchlaufene Bahn eines Teilchens an.

Wir kennen aus der Hydrostatik den Begriff der idealen Flüssigkeit. Sie ist inkompressibel und reibungsfrei. Bei hydrostatischen Vorgängen ist diese Bedingung sehr gut erfüllt. Bei Strömungen aber kann die Reibung im Inneren der Flüssigkeit eine große Rolle spielen. Allerdings lassen sich viele Vorgänge mit der Annahme der idealen Strömung gut behandeln. Deshalb ist es sinnvoll, zwischen *idealer* und *realer Strömung* zu unterscheiden.

12.2 Ideale Strömungen

Geschwindigkeit und Druck in einer Strömung

Versuch (Abb. 102.3)
Der Kolben einer Injektionsspritze wird mit kleiner Geschwindigkeit verschoben. Das Wasser spritzt mit großer Geschwindigkeit aus der kleinen Öffnung.

Da sich die Flüssigkeit nicht komprimieren lässt, muss während einer bestimmten Zeit t durch alle Querschnitte das gleiche Flüssigkeitsvolumen strömen. Das ist aber nur dann möglich, wenn die Geschwindigkeit im engen Rohr größer ist als im weiten Rohr. (Abb. 102.4)

$$V = A\,s \qquad s = v\,t$$

$$V_1 = V_2$$
$$A_1 s_1 = A_2 s_2$$
$$A_1 v_1 t = A_2 v_2 t$$
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Kontinuitätsgleichung: Die Geschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Querschnitte.

Das in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließende Flüssigkeitsvolumen wird als *Volumenstrom* $\dot{V}$ bezeichnet.

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = A\,v \qquad [\dot{V}] = \frac{[V]}{[t]} = \frac{1\ \mathrm{m^3}}{1\ \mathrm{s}} = 1\ \mathrm{m^3/s}$$

Statt Volumenstrom sind auch die Bezeichnungen *Fördermenge, Durchflussmenge* oder *Stromstärke* gebräuchlich.

Beispiel A

Durch eine Rohrleitung mit einem Innendurchmesser von $d_1 = 100$ mm fließt Wasser mit einer bestimmten Geschwindigkeit v_1. Wie groß muss der Durchmesser d_2 des anschließenden Rohrstückes sein, damit sich die Geschwindigkeit verdoppelt?

(1) $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

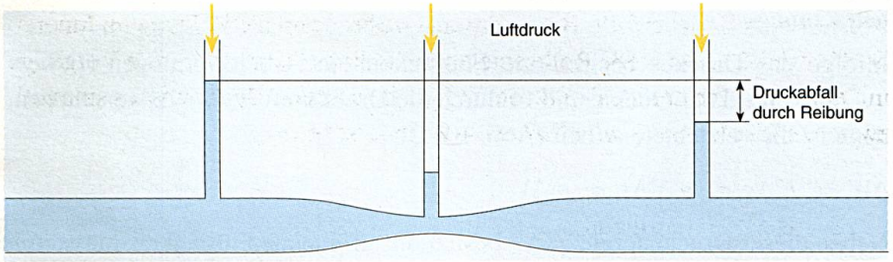
(2) $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{2\,v_1} = \frac{1}{2}$$

(1), (2) $$\frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d_2^2 = \frac{d_1^2}{2} \Leftrightarrow d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} = \frac{100\text{ mm}}{\sqrt{2}} = 70{,}7\text{ mm}$$

Beim Übergang einer Strömung von einem großen auf einen kleinen Querschnitt erhöht sich die Geschwindigkeit. Die Flüssigkeit muss also beschleunigt werden. Eine Beschleunigung wird aber durch eine Kraft verursacht. Bezieht man diese Kraft auf die Querschnittsfläche, dann erhält man den in der Flüssigkeit wirkenden Druck.

In einer ruhenden Flüssigkeit ist der Druck (statischer Druck) in allen Richtungen gleich, in einer Strömung nicht. Eine Strömung wird ja etwa durch eine Fläche, die quer zu ihr angebracht ist, abgebremst. Dadurch tritt eine zusätzliche Druckkraft auf (Abb. 103.1). Um den statischen Druck in einer Strömung zu messen, muss das Manometer in Stromlinienrichtung angebracht werden.

Versuch : Nachweis der Druckverteilung in einer Wasserströmung mit veränderlichem Querschnitt



Zur Messung des statischen Druckes sind Steigrohre angesetzt.

Beispiel B: Druckverteilung in einer Luftströmung bei veränderlichem Quer schnitt (Abb. 103.2)

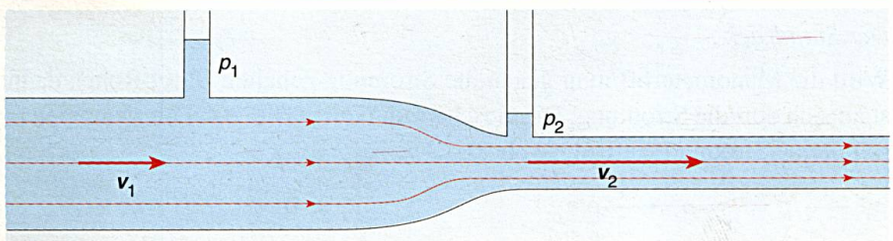
Das Manometer im weiten Rohrstück zeigt einen Überdruck, jenes in der Einschnürung zeigt einen Unterdruck an.

Überdruck im weiten Rohrquerschnitt:

$p = \rho\, g\, h = 1000\text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2 \cdot 0{,}025\text{ m} = 245\text{ Pa}$

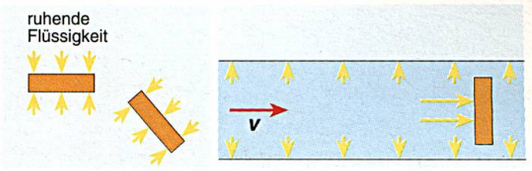
Unterdruck im engen Rohrquerschnitt:

$p = \rho\, g\, h = 1000\text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2 \cdot 0{,}02\text{ m} = 196\text{ Pa}$

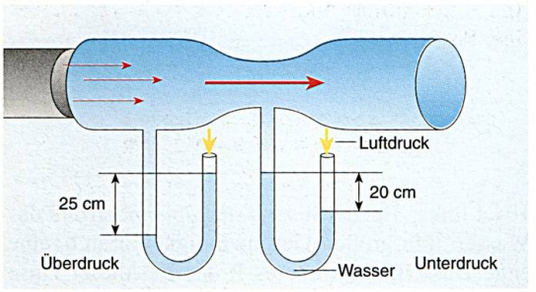


Je enger die Stromlinien zusammengedrängt werden, desto größer ist die Strömungsgeschwindigkeit und desto kleiner ist der statische Druck.

Hydrodynamisches Paradoxon: Darunter versteht man die erstaunliche Erscheinung, dass bei Zunahme der Geschwindigkeit der Druck abnimmt.

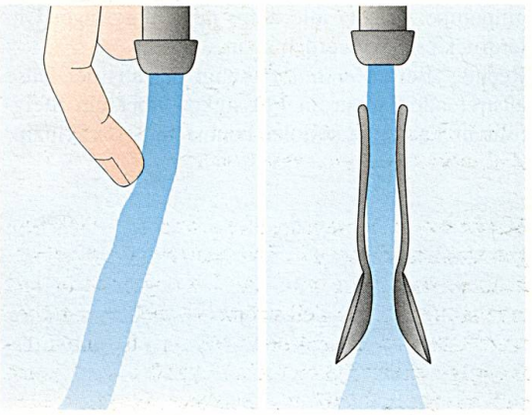


103.1 Druck in ruhender und strömender Flüssigkeit



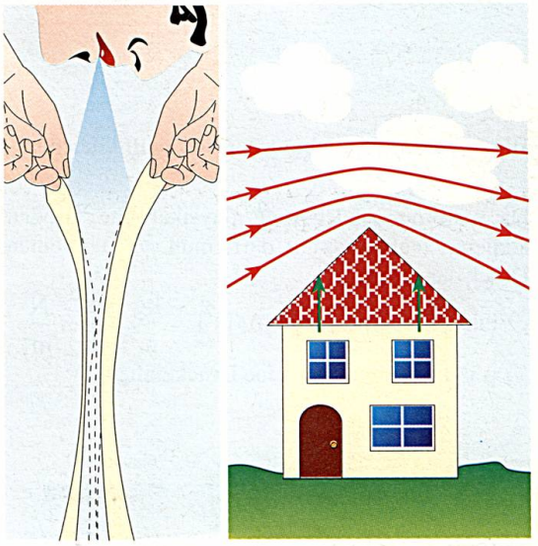
103.2 Abbildung zu Beispiel B

Versuche zum Nachweis des hydrodynamischen Paradoxons (Saugwirkung einer Strömung):



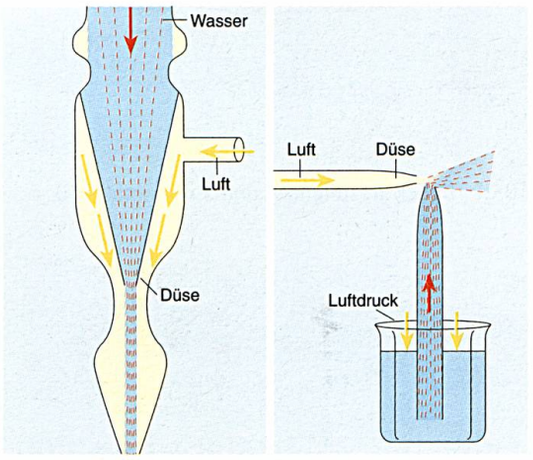
Hält man einen Finger in einen Wasserstrahl, so kann man deutlich sehen, wie der Wasserstrahl angesaugt und aus seiner Richtung abgelenkt wird.

Zwei Löffel werden in einen Wasserstrahl gehalten. Man spürt sehr deutlich die Kraft, die die Löffel gegeneinanderdrückt.

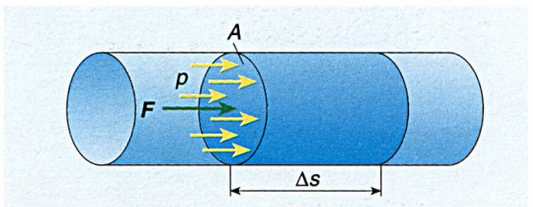


Bläst man zwischen zwei Papierblätter, so werden diese näher aneinanderrücken.

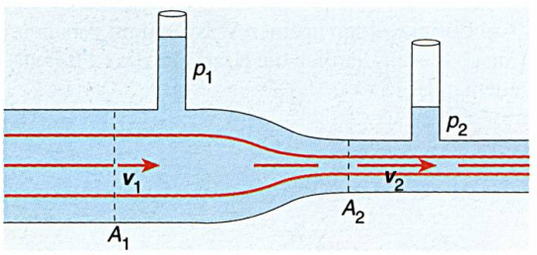
Das Abdecken von Dächern erfolgt ebenfalls durch eine Saugwirkung. Oberhalb des Daches tritt durch die hohe Geschwindigkeit ein Unterdruck auf, während unterhalb des Daches der normale atmosphärische Luftdruck herrscht.



104.1 links: Bei der *Wasserstrahlpumpe* strömt das Wasser mit großer Geschwindigkeit durch eine enge Düse in ein weiteres Rohr. Bei dieser Düse herrscht ein niedrigerer Druck als in dem aufgeweiteten Rohrstück, in dem annähernd der normale Luftdruck vorhanden ist. Daher strömt über den seitlichen Ansaugstutzen Luft nach. Die Wasserstrahlpumpe ist eine sehr einfache und billige Vakuumpumpe, mit der allerdings nur ein geringer Unterdruck erzeugt werden kann.
Rechts: Beim *Zerstäuber* saugt der aus der Düse austretende Luftstrom Flüssigkeit über ein Steigrohr an. Farbspritzpistolen benützen dieses Prinzip.



104.2 Die Druckenergie ergibt sich aus der Druckkraft F und dem Weg Δs.

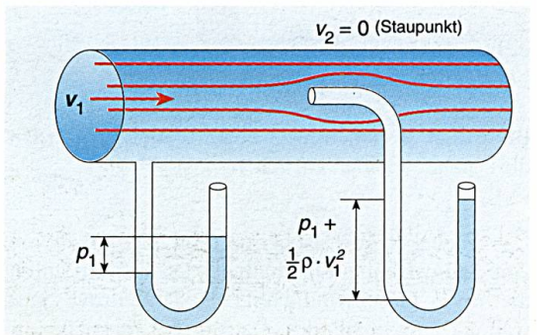


104.3 Veranschaulichung der Bernoulli-Gleichung

Da man nur gleichartige physikalische Größen addieren (subtrahieren) darf, muß $^1/_2\ \rho\ v^2$ einen Druck darstellen.

Einheitenüberprüfung: $[\rho]\ [v^2] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} = \frac{N}{m^2}$

$^1/_2\ \rho\ v^2$ besitzt wirklich eine Druckeinheit.



104.4 Pitot-Rohr

Saugwirkung einer Strömung

Bei einer starken Einengung einer Strömung kann wegen der großen Geschwindigkeit der statische Druck unter den Atmosphärendruck sinken. Durch den Unterdruck entsteht ein Sog.

Aufgaben

206. Der Wasserleitungshahn wird für 28 s geöffnet. In einem Kübel werden 9,4 l Wasser aufgefangen. Berechne den Volumenstrom und die Strömungsgeschwindigkeit im Rohr mit 12 mm Innendurchmesser.

207. Wasser strömt mit 0,5 m/s durch ein Rohr mit einem Innendurchmesser von 240 mm. Mit welcher Geschwindigkeit strömt es aus der am Rohrende befindlichen Düse von 40 mm Durchmesser? Wie groß ist der Volumenstrom?

208. Durch ein Rohr mit 160 mm Innendurchmesser fließen 1800 l/min. Berechne die Strömungsgeschwindigkeit.

209. Durch eine Rohrleitung von 25 mm Innendurchmesser fließt Öl ($\rho = 900\ kg/m^3$) mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 3,5 m/s.
a) Berechne den Volumenstrom. b) Wie viel Minuten dauert es, bis ein 1000-Liter-Tank gefüllt ist? Welche Masse wird dabei transportiert?

Die Bernoulli-Gleichung

Wir haben bisher den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Druck einer Strömung durch Worte beschrieben: Je größer die Geschwindigkeit, desto kleiner der Druck. Damit liegt eine *qualitative Beschreibung* vor. Eine *quantitative Beschreibung*, also eine Formel, erhalten wir durch eine Energiebetrachtung.

Infolge des Druckes besitzt eine Flüssigkeit ein Arbeitsvermögen (*Druckenergie*). Wird der Querschnitt A durch die Druckkraft F um Δs verschoben, dann ist die verrichtete Arbeit (Abb. 104.2):

$$\Delta W = F\,\Delta s = p\,A\,\Delta s = p\,\Delta V$$

Neben dieser Druckenergie $p\,\Delta V$ besitzt die strömende Flüssigkeitsmasse Δm noch die kinetische Energie $\Delta m\ v^2/2$. Die Gesamtenergie ist die Summe beider. Nach dem Energieerhaltungsgesetz bleibt sie konstant.

$$p\,\Delta V + \frac{1}{2}\,\Delta m\,v^2 = const.$$

Da eine ideale Flüssigkeit vorausgesetzt ist, bleibt ΔV konstant. Daher darf durch diese Größe dividiert werden:

$$p + \frac{1}{2}\,\frac{\Delta m}{\Delta V}\,v^2 = p + \frac{1}{2}\,\rho\,v^2 = const. \qquad \left(\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho\right)$$

Bernoulli-Gleichung (Abb. 104.3)

$$p + \frac{1}{2}\,\rho\,v^2 = const. \quad \text{oder} \quad p_1 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_2^2$$

Der Staudruck

Wird die Manometeröffnung gegen die Strömung gehalten (Pitot-Rohr), dann staut sich dort die Strömung. Die Geschwindigkeit $v_2 = 0$, da ja im Manometerrohr keine Strömung auftritt. (Abb. 104.4)

$$p_1 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_2^2 \qquad v_2 = 0$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_1^2 = p_2$$

Das Manometer zeigt den Druck p_2 an. Dieser ist um den Betrag $1/2 \cdot \rho\ v_1^2$ größer als der statische Druck. Dieser zusätzliche Druck entsteht durch das Abbremsen der Strömung auf Null. Dabei wird kinetische Energie in Druckenergie umgewandelt. Man bezeichnet den zusätzlichen Druck als *Staudruck*.

Beispiel C (Abb. 105.2)

Mit einem *Prandtl-Staurohr* wird der Staudruck als Differenz Δp von Gesamtdruck und statischem Druck gemessen.

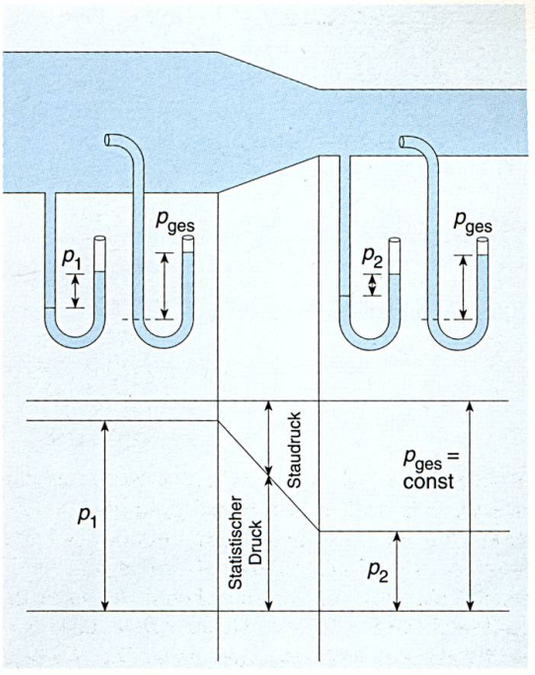
$$p_{ges} = p + \frac{1}{2}\rho v^2 \qquad p_{ges} - p = \Delta p$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho v^2$$

Mit dem Prandtl-Staurohr können Strömungsgeschwindigkeiten bestimmt werden. Da es nur auf die Relativbewegung ankommt, lassen sich auch Fahrzeuggeschwindigkeiten in ruhender Luft ermitteln. Ein Prandtl-Staurohr zeigt an einem bewegten Fahrzeug einen Staudruck von 100 Pa. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Fahrzeuges?

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\ \text{Pa}}{1{,}29\ \text{kg/m}^3}} = 12{,}4\ \text{m/s} = 44{,}8\ \text{km/h}$$



105.1 Druckverhältnisse in einer Strömung bei veränderlichem Querschnitt

Beispiel D (Abb. 105.3)

Ein *Venturirohr* (eine *Venturidüse*) zeigt die Differenz der statischen Drucke zweier Querschnitte an.
Das Einlassstück des Venturirohres hat 30 mm Durchmesser, die Engstelle 20 mm. Das Manometer zeigt eine Druckdifferenz von 100 Pa an. Berechne die Strömungsgeschwindigkeiten v_1, v_2 und den Volumenstrom V.

Wir verwenden die Kontinuitätsgleichung (1)
und die Bernoulli-Gleichung (2):

$$(1)\quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \Leftrightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$(2)\quad p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Leftrightarrow \Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

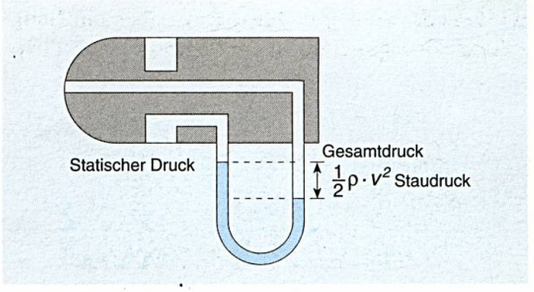
$$(1),(2)\quad \Delta p = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\rho\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\rho\left(\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1\right)}}$$

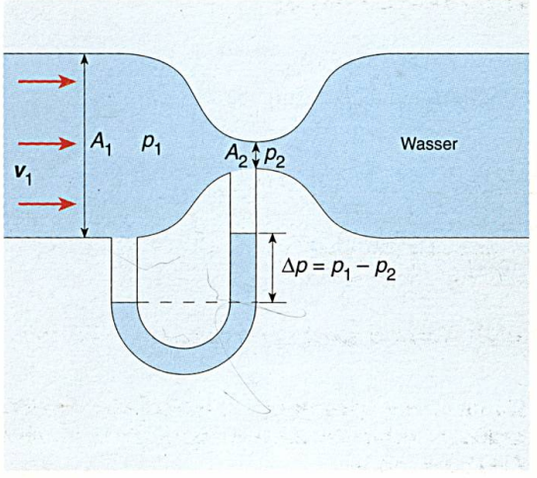
$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\ \text{Pa}}{1000\ \text{kg/m}^3 \left(\frac{3^4}{2^4} - 1\right)}} = 0{,}22\ \text{m/s}$$

$$v_2 = \frac{9}{4} \cdot 0{,}22\ \text{m/s} = 0{,}495\ \text{m/s}$$

$$V = A_1 v_1 = \frac{(0{,}03\ \text{m})^2\,\pi}{4} \cdot 0{,}22\ \text{m/s} = 1{,}56 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s} = 0{,}156\ \text{l/s}$$



105.2 Prandtl-Staurohr



105.3 Venturi-Rohr

Ausströmvorgänge - vollständige Bernoulli-Gleichung

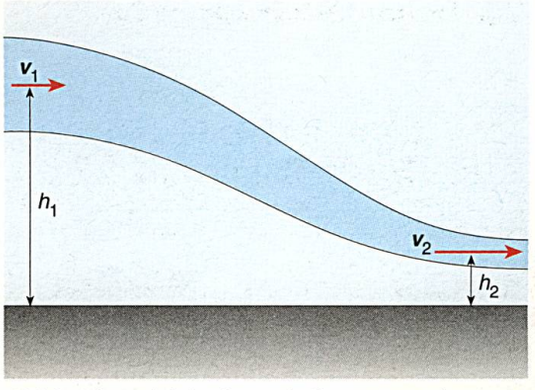
Bisher haben wir nur horizontale Strömungen betrachtet. Beim Ausströmen einer Flüssigkeit aus einem Gefäß liegt ein Höhenunterschied vor (Abb. 105.4). Dieser muss in der Energiebilanz der Strömung durch die potentielle Energie $E_{pot} = \rho V g h$ berücksichtigt werden:

Druckenergie + kinetische Energie + potentielle Energie = *const.*

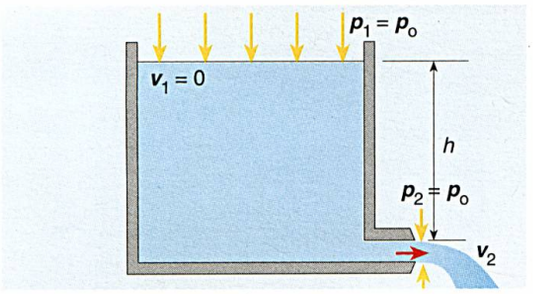
$$p\,V + \frac{1}{2} m v^2 + \rho\,V\,g\,h = const. \quad | : V$$

Bernoulli-Gleichung für eine nichthorizontale Strömung:

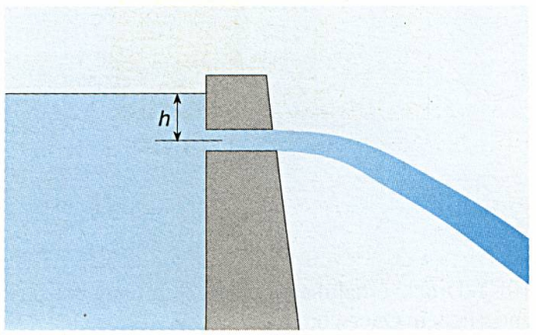
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho\,g\,h = const.$$



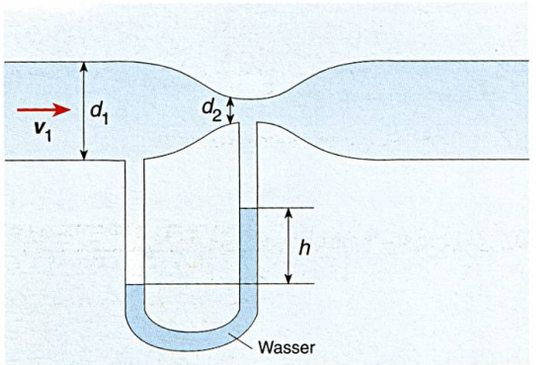
105.4 Eine nichthorizontale Strömung mit veränderlichem Querschnitt



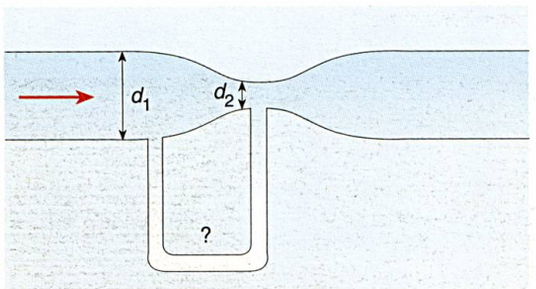
106.1 Abbildung zu Beispiel E



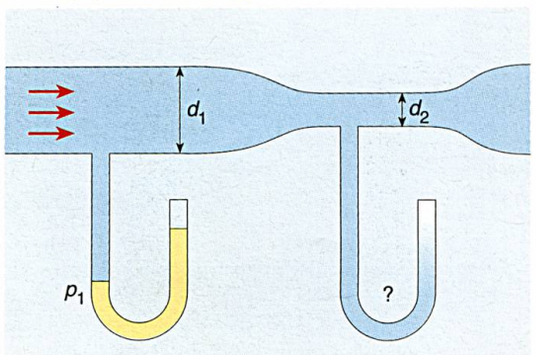
106.2 Abbildung zu Beispiel F



106.3 Abbildung zu Aufgabe 213



106.4 Abbildung zu Aufgabe 214



106.5 Abbildung zu Aufgabe 215

➤ **Beispiel E:** Ausflußgesetz von Torricelli (Abb. 106.1)

Ein Gefäß ist bis zur Höhe h mit einer Flüssigkeit gefüllt. Nun wird der Hahn am unteren Ende des Gefäßes geöffnet. Mit welcher Geschwindigkeit v_2 strömt die Flüssigkeit aus?

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Aufgrund der allseitigen Druckfortpflanzung gilt: $p_1 = p_2 = p_o$

Das Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit v_1 ist vernachlässigbar klein.

$h_1 = h \qquad h_2 = 0$

Daraus folgt:

$$p_o + \rho g h = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2 g h}$$

Ausflußgesetz von Torricelli:
Die ausfließende Flüssigkeit hat die gleiche Geschwindigkeit wie ein Körper, der die Höhe h durchfällt. Voraussetzung für die Gültigkeit dieses Gesetzes ist neben der Reibungsfreiheit auch eine konstante Füllhöhe.

$$v = \sqrt{2 g h}$$

Beispiel F (Abb. 106.2)

Wie viel Liter Wasser strömen in einer Minute aus einem Stausee durch eine Öffnung von 5 cm Durchmesser, die sich 3 m unter der Wasseroberfläche befindet?

(1) $\dot{V} = A v$

(2) $A = \frac{d^2 \pi}{4}$

(3) $v = \sqrt{2 g h}$

(1), (2), (3) $\dot{V} = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \sqrt{2 g h}$

$$\dot{V} = \frac{(0{,}05\ \text{m})^2 \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{m}} = 0{,}015\ \text{m}^3/\text{s} = 900\ \text{l/min}$$

Aufgaben

210. Das Wassermanometer eines Prandtl-Staurohres zeigt im Windkanal eine Höhendifferenz von 10 mm an. Berechne die Strömungsgeschwindigkeit der Luft.

211. Welche Höhendifferenz zeigt das Wassermanometer eines Prandtl-Staurohres bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von 70 km/h an?

212. Berechne den Staudruck
a) bei einem Sturm (20 m/s), b) auf ein Flugzeug (650 km/h).

213. Abb. 106.3: $d_1 = 28$ mm, $d_2 = 13$ mm, $h = 50$ mm
Das Venturirohr wird vor den Druckstutzen eines Staubsaugers gehalten. Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit v_1 der Luft?

214. Abb. 106.4: $d_1 = 60$ mm, $d_2 = 40$ mm
Der Volumenstrom durch eine Rohrleitung beträgt 8 l/s. Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers? Welche Druckdifferenz zeigt das Manometer an?

215. Ein Rohr mit $d_1 = 20$ mm Durchmesser wird mit $v_1 = 4$ m/s durchströmt. Das Manometer zeigt einen Überdruck $p_1 = 100$ mbar an. Welcher Über- oder Unterdruck herrscht an einer Verengung ($d_2 = 15$ mm) für eine Wasserströmung (Bernoulli-Gleichung)? (Abb. 106.5)

216. Durch ein Boot wird ein rechtwinkelig gebogenes Rohr mit einer Öffnung in Fahrtrichtung in das Wasser gehalten (Pitot-Rohr). Wie hoch steigt das Wasser im Rohr, wenn die Flussgeschwindigkeit 6 m/s beträgt?

217. Eine Öffnung eines rechtwinkelig gebogenen Rohres (Pitot-Rohr) wird gegen die Strömung eines Flusses gehalten. Wie groß ist die Flußgeschwindigkeit, wenn das Wasser im Rohr 25 cm hoch steigt?

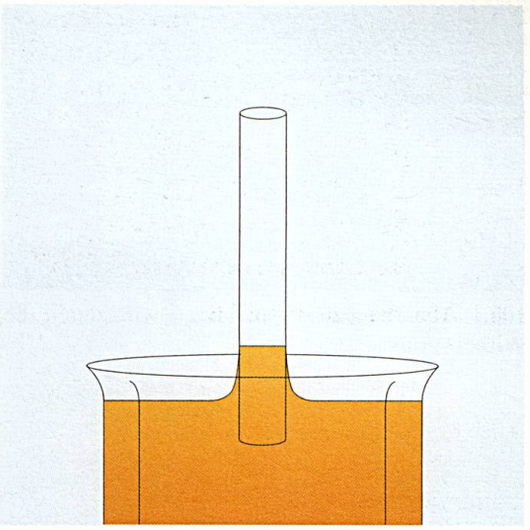
218. In einem Hochbehälter für Wasser wird durch den Zufluss und durch ein Überlaufrohr eine konstante Wasserhöhe eingestellt. Welches Volumen läuft aus einer 3 m unter dem Wasserspiegel befindlichen Öffnung mit 33 mm Durchmesser stündlich aus?

219. Aus einem Behälter fließt am Anfang aus einer Öffnung am Boden Wasser mit einer bestimmten momentanen Geschwindigkeit v_1 aus. Ist der Wasserspiegel auf die Hälfte gesunken, dann beträgt die momentane Ausflussgeschwindigkeit v_2. Wie groß ist das Verhältnis von v_1 zu v_2?

12.3 Reale Strömungen

Innere Reibung

Ein fester Körper (Messer, Blechstreifen, ...) wird in Honig eingetaucht und dann langsam herausgezogen. Dabei haftet am Körper infolge der Adhäsion eine Honigschicht, welche die Bewegung des Körpers mitmacht (*Grenzschicht*) - Abb. 107.1. Man kann sich nun innerhalb des Honigs verschiedene Schichten denken, die sich umso langsamer bewegen, je weiter sie von dem bewegten Körper entfernt sind. Die einzelnen Schichten besitzen verschiedene Geschwindigkeiten und gleiten aneinander vorbei. Da an dem bewegten Körper eine Grenzschicht haftet, tritt eine *innere Reibung* zwischen den einzelnen Flüssigkeitsschichten auf.

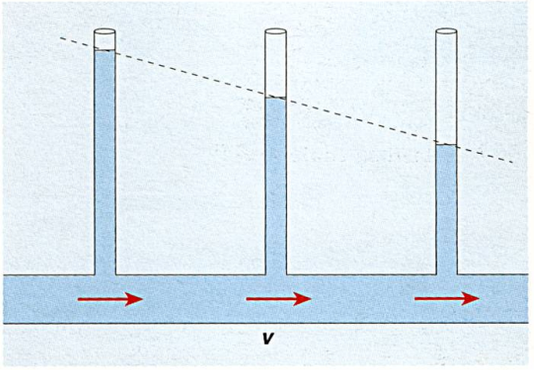


107.1 Strömung einer zähen Flüssigkeit

Die innere Reibung macht sich als Widerstand bemerkbar, wenn ein Körper durch eine Flüssigkeit gezogen wird.

Die Reibung zwischen festen Körpern wird im Gegensatz dazu als *äußere Reibung* bezeichnet.

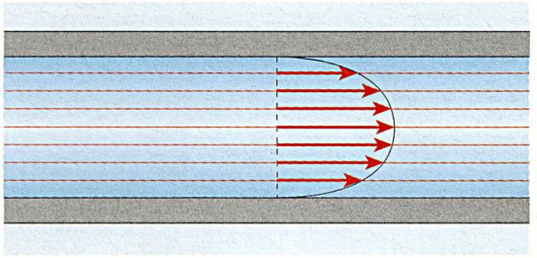
Die *Zähigkeit* oder *Viskosität* ist eine Materialeigenschaft einer Flüssigkeit, die mit wachsender Temperatur abnimmt. Honig, Schmieröl und Glyzerin besitzen eine große, Wasser eine geringe Zähigkeit. Durch ein *Schmiermittel* wird die äußere Reibung durch die viel kleinere innere Reibung ersetzt. Die innere Reibung ist nicht von der Normalkraft abhängig. Sie ist abhängig von der Größe der Berührungsfläche, der Geschwindigkeit und der Zähigkeit (Viskosität) der Flüssigkeit.



107.2 Druckabfall in einem Rohr

Druckabfall in einem Rohr (Abb. 107.2):

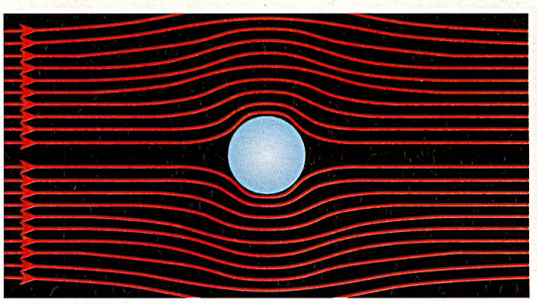
Bei gleichbleibendem Querschnitt sind Geschwindigkeit und damit auch kinetische Energie konstant. Der Energieverlust durch die Reibung vermindert die Druckenergie. Die innere Reibung bewirkt in einem Rohr einen Druckabfall.



107.3 Geschwindigkeitsverteilung bei einer laminaren Strömung

Laminare und turbulente Strömung

Auch bei einer Strömung in einem Rohr bildet sich eine Grenzschicht, die an der Rohrwand haftet. Zur Rohrmitte hin nimmt die Geschwindigkeit zu. Eine derartige Strömung heißt Schichtenströmung oder *laminare Strömung*. Eine laminare Strömung ist nur bei kleinen Geschwindigkeiten möglich. (Abb. 107.3)

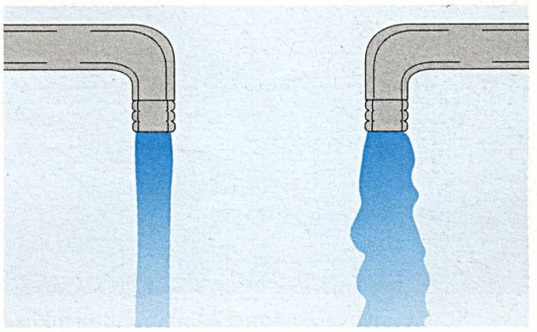


107.4 Strömungsbild einer laminaren Strömung

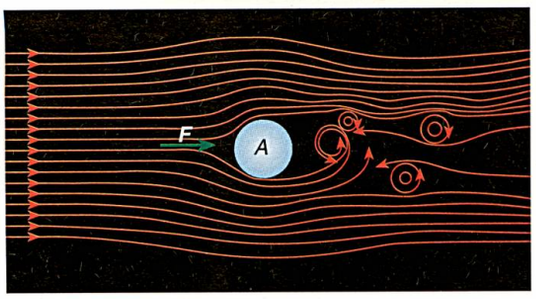
Im Stromlinienbild ist die laminare Strömung dadurch gekennzeichnet, dass sich die einzelnen Stromlinien nicht vermischen. (Abb. 107.4)

Wird eine bestimmte Strömungsgeschwindigkeit, die sogenannte *kritische Geschwindigkeit*, überschritten, dann ändert sich das Stromlinienbild. Die Stromlinien vermischen sich, und es bilden sich Wirbel. Die laminare Strömung geht bei der kritischen Geschwindigkeit in eine *turbulente Strömung* über. (Abb. 107.5)

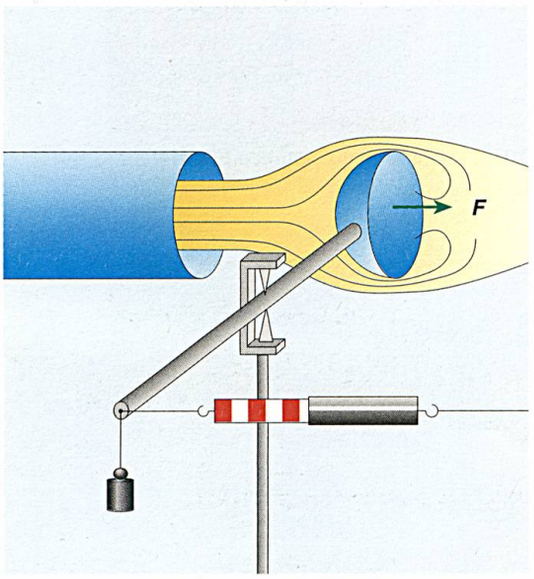
Wirbel bedeuten eine zusätzliche Bewegung der Flüssigkeit. Sie vergrößern daher den Reibungswiderstand. Die Turbulenz macht sich auch durch Geräusche in Rohrleitungen bemerkbar.



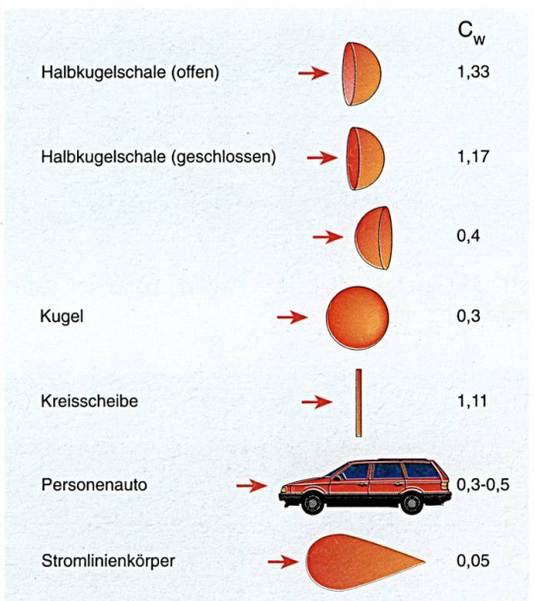
107.5 Laminare und turbulente Strömung



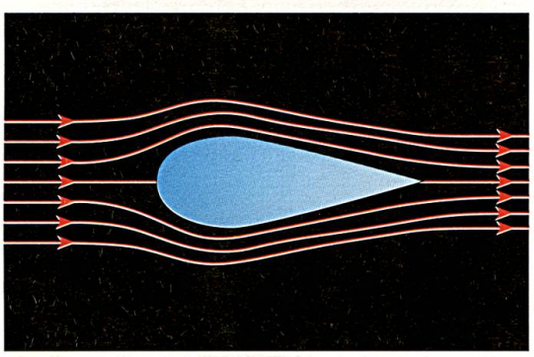
108.1 Die Druckwiderstandskraft wird durch die Wirbel verursacht.



108.2 Waage zur Messung des Luftwiderstandes



108.3 Einige c_w-Werte



108.4 Stromlinienverlauf um einen Stromlinienkörper

Der Strömungswiderstand von Körpern

Wie wir schon wissen, ist nur die Relativbewegung zwischen Körper und Flüssigkeit (Gas) von Bedeutung. Es ist egal, ob ein ruhender Körper umströmt wird oder ob sich ein Körper in einer ruhenden Flüssigkeit (Gas) bewegt (Schiff, Flugzeug, Fallschirm, Fahrzeug).

Wird der Körper laminar umströmt, dann wird der Strömungswiderstand durch die innere Reibung (Reibungswiderstand) verursacht. Treten *Wirbel* auf, dann ist ein zusätzlicher Widerstand vorhanden. Die für die Wirbelbildung verbrauchte Energie macht sich in einem Druckabfall an der Rückseite bemerkbar. Infolge dieser Druckdifferenz Δp zwischen Vorder- und Rückseite entsteht eine *Druckwiderstandskraft* F_D. (Abb. 108.1)

$F_D = \Delta p\, A$ $\quad$ A ... Stirnfläche (Schattenfläche) des umströmten Körpers

Druckdifferenzen in einer Strömung sind proportional zum Staudruck, daher gilt:

$$F_D \sim \frac{1}{2}\,\rho\, v^2 A$$

Der *Strömungswiderstand* eines umströmten Körpers setzt sich aus dem *Druckwiderstand* und dem meist kleineren *Reibungswiderstand* zusammen. Man kann beide Widerstände zusammenfassen und erhält:

Strömungswiderstand $\quad F_W = c_W \cdot \frac{1}{2}\,\rho\, v^2 A$

Der Proportionalitätsfaktor c_W heißt *Widerstandsbeiwert.*

Der c_W-Wert läßt sich nicht berechnen, sondern muss durch Versuche bestimmt werden. Der c_W-Wert ist vor allem von der Körperform abhängig. Er ist eine reine Zahl und nur innerhalb eines begrenzten Geschwindigkeitsbereiches als Konstante zu betrachten. Bei einer Luftströmung heißt der Strömungswiderstand auch *Luftwiderstand.*

Versuch (Abb. 108.2)
Durch Messung des Luftwiderstandes kann dessen Abhängigkeit von der Körperform demonstriert werden. Verschiedene Körper mit gleich großer Stirnfläche werden in eine Luftströmung gebracht. Die gemessenen Widerstandskräfte zeigen uns sehr deutlich den Einfluß der Körperform.

Versuch (Abb. 108.4)
Im Strömungsapparat (Stromliniengerät) wird der Stromlinienverlauf verschiedener Körper beobachtet.

Der Stromlinienwiderstand ist im Wesentlichen vom Quadrat der Geschwindigkeit und von der Körperform (c_W-Wert) abhängig.

Ein *Stromlinienkörper* besitzt den kleinsten c_W-Wert. Bei ihm lösen sich keine Wirbel ab. Er wird laminar umströmt. Daraus erkennt man, dass die Form der Rückseite des umströmten Körpers eine besondere Rolle für den c_W-Wert spielt. Der c_W-Wert ist dann besonders klein, wenn die Stromlinien auf der Rückseite wieder langsam zusammenlaufen. Es darf keine plötzliche Änderung des Stromlinienverlaufes eintreten, da sich sonst Wirbel bilden.

Bei einem mit höherer Geschwindigkeit fahrenden Auto kann ein Ablösen der Strömung nicht verhindert werden. Durch eine besondere Heckgestaltung wird dieser Vorgang aber weit nach hinten verlegt. So kann der c_W-Wert gesenkt werden.

Der *Fahrwiderstand* eines Autos setzt sich aus dem *Rollwiderstand* und dem *Luftwiderstand* (Strömungswiderstand) zusammen. Bei höheren Geschwindigkeiten überwiegt der Luftwiderstand, da er mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst.

Beispiel A

Welche Antriebskraft und Antriebsleistung sind zur Überwindung des Luftwiderstandes bei 60 km/h für einen PKW ($c_W = 0{,}32$; $A = 1{,}8\ m^2$) erforderlich?

Antriebskraft: $F = F_W \Rightarrow$

$$F_W = c_W \frac{1}{2} \rho v^2 A = 0{,}32 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}29\ kg/m^3 \cdot \left(\frac{60}{3{,}6}\ m/s\right)^2 \cdot 1{,}8\ m^2 = 103\ N$$

Antriebsleistung:

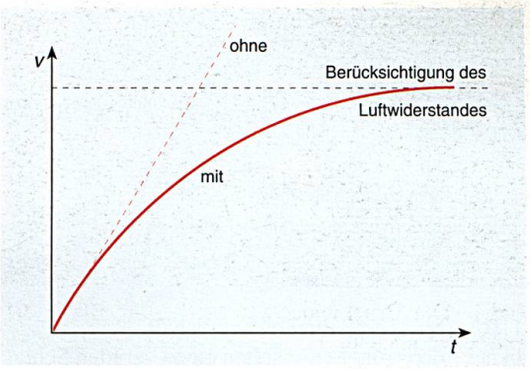
$$P = F v \Rightarrow P = c_W \frac{1}{2} \rho v^3 A = 1720\ W$$

$P \sim v^3$ Die Antriebsleistung zur Überwindung des Luftwiderstandes wächst mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit.

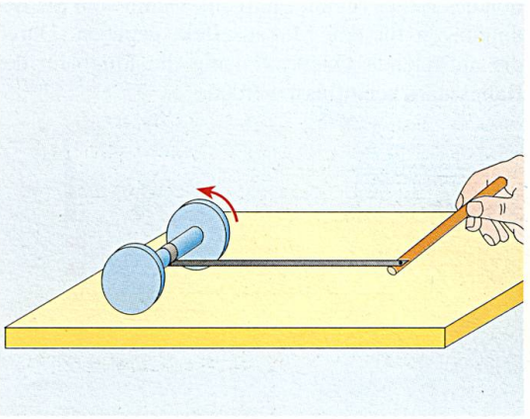
Der freie Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes

Bei unseren Rechnungen in der Kinematik haben wir den Luftwiderstand nicht berücksichtigt. Fällt ein Körper aus 1000 m Höhe, so würde er ohne Luftwiderstand eine Endgeschwindigkeit von $v = \sqrt{2\,g\,h} \approx 140$ m/s erreichen.

Da der Luftwiderstand mit zunehmender Geschwindigkeit steigt, wächst die Geschwindigkeit nur bis zu einem bestimmten Wert, der sogenannten *Sinkgeschwindigkeit*. (Abb. 109.1)



109.1 Sinkgeschwindigkeit in Luft



109.2 Versuch zum Magnuseffekt

Beispiel B

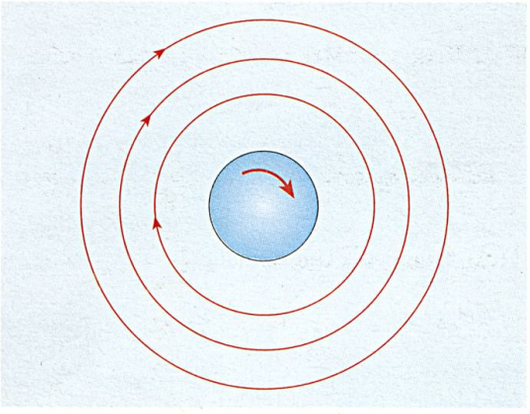
Ein 75 kg schwerer Mann springt mit einem Fallschirm von 5 m Durchmesser ab ($c_W = 1{,}33$). Welche Sinkgeschwindigkeit stellt sich ein?

Die Geschwindigkeit steigt so lange an, bis der Luftwiderstand gleich der Gewichtskraft (beschleunigenden Kraft) ist. Dann wird der Körper nicht mehr beschleunigt, er sinkt mit konstanter Geschwindigkeit.

$F_W = F_G$ $\qquad A = \frac{d^2 \pi}{4}$

$$c_W \frac{1}{2} \rho v^2 A = m g \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2\,m\,g}{c_W \rho A}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 75\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2}{1{,}33 \cdot 1{,}29\ kg/m^3 \cdot \frac{(5\ m)^2 \pi}{4}}} = 6{,}6\ m/s$$

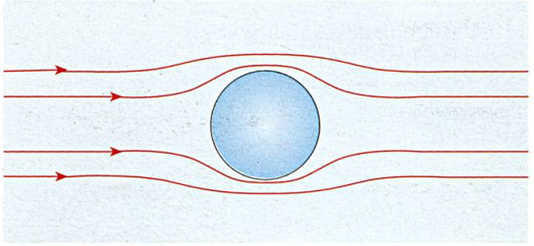


109.3 Zirkulationsströmung

Dynamischer Auftrieb

Magnuseffekt

Versuch (Abb. 109.2)
Um einen leichten Papierzylinder wird ein Band gewickelt. Mit Hilfe eines Stockes wird das Band in waagrechter Richtung möglichst rasch abgezogen. Der Zylinder steigt in die Höhe.



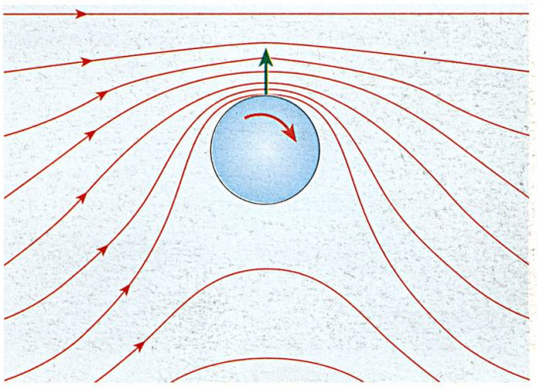
109.4 Luftströmung

Ein rotierender Zylinder versetzt Luftschichten in seiner Umgebung ebenfalls in Rotation. Es entsteht eine *Zirkulationsströmung* (Abb. 109.3).

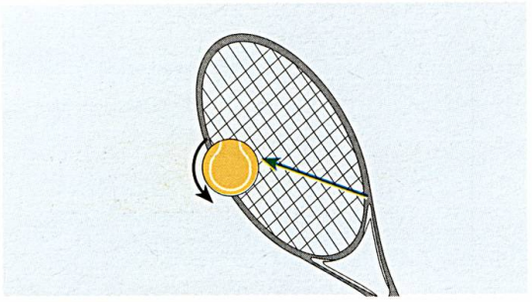
Gibt es nun neben dieser Zirkulationsströmung noch eine Luftströmung (Abb. 109.4), so kommt es zu einer Überlagerung dieser beiden.

Dabei werden die Stromlinien auf der einen Seite zusammengedrängt (Abb. 109.5). Das bedeutet einen Unterdruck.

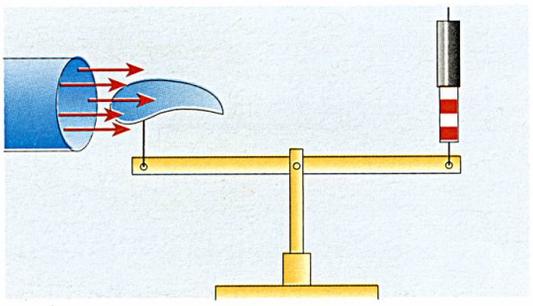
Auf der entgegengesetzten Seite (Abb. 109.5) sind die Stromlinien auseinandergezogen. Das zeigt einen Überdruck an. Dadurch entsteht eine Kraft, die quer zur Strömung gerichtet ist und daher als *Querkraft* bezeichnet wird.



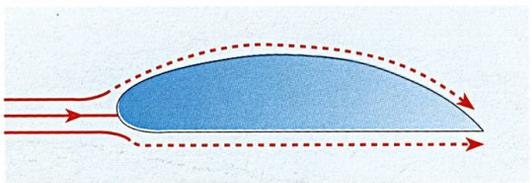
109.5 Zur Entstehung der Querkraft



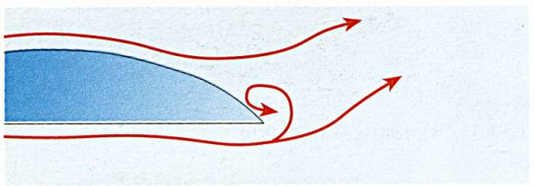
110.1 Der "geschnittene" Tennisball.
In der Praxis gibt es nur selten einen geraden Schlag, die meisten Bälle sind geschnitten.
Neben der Translation tritt dadurch auch eine Rotation des Balles (Drall, Spin) auf. Damit sind die Bedingungen für den Magnuseffekt gegeben. Durch die auftretende Querkraft kann die Flugbahn des Balles stark beeinflusst werden.



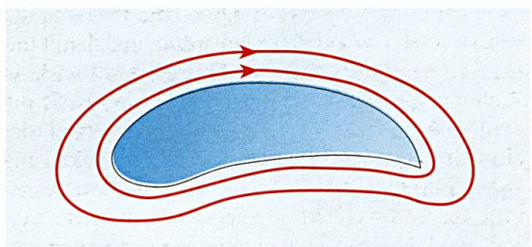
110.2 Versuchsanordnung zum Nachweis der Auftriebskraft am Tragflügel



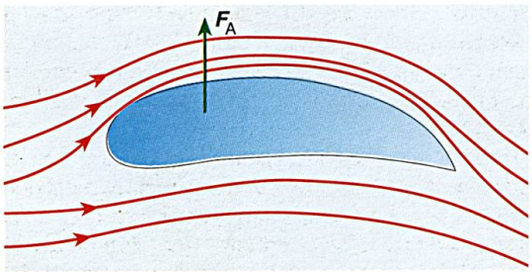
110.3 Beginn der Umströmung



110.4 Bildung des Anfahrwirbels



110.5 Zirkulationsströmung als Reaktion auf den Anfahrwirbel



110.6 Dynamische Auftriebskraft am Tragflügel

Auftrieb am Tragflügel

Versuch

Mit Hilfe einer Versuchsanordnung wie in Abb. 110.2 kann die Auftriebskraft an einem Tragflügel gemessen werden.

Am Querschnitt (dem Profil) des Tragflügels soll die Entstehung des Auftriebs gedanklich nachvollzogen werden:

Der Strömungsvorgang hat soeben begonnen (Abb. 110.3). Die Luftteilchen laufen an der Ober- und Unterseite vorerst mit gleicher Geschwindigkeit entlang.

Die Teilchen an der Unterseite erreichen zuerst die Profilhinterkante und versuchen sie zu umströmen (Abb. 110.4). Dabei löst sich die Strömung ab. Es entsteht der sogenannte *Anfahrwirbel.*

Als Reaktion auf den Anfahrwirbel bildet sich eine *Zirkulationsströmung* in entgegengesetzter Richtung um den Tragflügel aus (Abb. 110.5).

Die Überlagerung der Zirkulationsströmung mit der Luftströmung ergibt an der Oberseite des Tragflügels zusammengedrängte Stromlinien, also einen Unterdruck (Abb. 110.6). An der Unterseite sind die Stromlinien auseinandergezogen, das bedeutet Überdruck. Es stellt sich eine nach oben gerichtete Querkraft ein, die als *dynamische Auftriebskraft* bezeichnet wird.

Die Auftriebskraft F wächst - ähnlich wie der Strömungswiderstand - mit dem Quadrat der Geschwindigkeit: $F_A \sim v^2$.

Im Gegensatz dazu wird die Auftriebskraft an ruhenden Körpern in ruhenden Flüssigkeiten und Gasen als statische Auftriebskraft bezeichnet.

An einem Flugzeug mit gleichbleibender Geschwindigkeit in konstanter Höhe sind die Kräfte im Gleichgewicht (Abb. 111.1).

Der Start soll mit Gegenwind erfolgen. Das Flugzeug rollt zunächst unter der Wirkung der Antriebskraft (Schubkraft) beschleunigt über die Startbahn. Sobald die Geschwindigkeit hinreichend groß geworden ist, hebt das Flugzeug aufgrund der an den Tragflügeln angreifenden Auftriebskräfte vom Boden ab.

Aufgaben

220. Welche Antriebskraft und Motorleistung benötigt ein PKW ($c_W = 0{,}41$; $A = 2{,}1\ m^2$), um mit konstanter Geschwindigkeit von 100 km/h zu fahren? (Nur der Luftwiderstand wird berücksichtigt.)

221. Wie groß ist der Luftwiderstand eines stromlinienförmigen Luftschiffes mit dem größten Durchmesser von 12 m bei 80 km/h?

222. Eine Kugel von 12 cm Durchmesser besitzt einen Luftwiderstand von 150 mN. Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit?

223. Mit einem Boot wird eine Kugel von 20 cm Durchmesser unter Wasser nachgezogen. Berechne den Strömungswiderstand der Kugel bei einer Bootsgeschwindigkeit von 25 km/h.

224. Wie ändert sich der Strömungswiderstand eines Fahrzeuges, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird?

225. Um wie viel Prozent sinkt der Strömungswiderstand, wenn die Geschwindigkeit von 130 km/h auf 100 km/h gesenkt wird?

226. Um wie viel Prozent erhöht sich die Antriebsleistung eines PKW, wenn die Geschwindigkeit um 10 % erhöht wird? (Nur der Luftwiderstand soll berücksichtigt werden.)

227. Neben einer Baustelle wird eine runde Verkehrstafel mit einem Durchmesser von 60 cm aufgestellt. Bei einem Sturm fällt sie um. Welche Mindestgeschwindigkeit muss der Sturm erreicht haben, wenn man weiß, daß zum Umwerfen der Tafel eine Kraft von 125 N erforderlich ist?

228. Ein 40 kg schweres Paket mit einer Schattenfläche von 0,65 m² wird aus einem Flugzeug aus größerer Höhe abgeworfen. Durch einen Fehler öffnet sich der Fallschirm nicht. Mit welcher Geschwindigkeit prallt das Paket auf? $c_W = 1$

229. Welche Kraft wirkt auf eine parabelförmige Antenne (30 m Durchmesser) der Erdfunkstelle Aflenz bei Sturm (Windgeschwindigkeit = 80 km/h)? $c_W = 1{,}33$

230. Warum erreicht ein freifallender Körper nur eine bestimmte Geschwindigkeit, obwohl ständig eine beschleunigende Kraft wirkt?

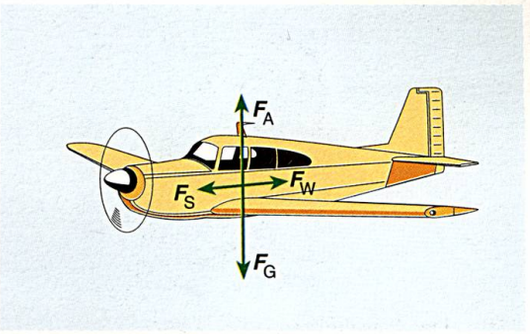
231a. Wie ändert sich die Auftriebskraft eines Tragflügels, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird?

231b. Warum ist für das Abheben eines Flugzeuges vom Boden eine Mindestgeschwindigkeit erforderlich?

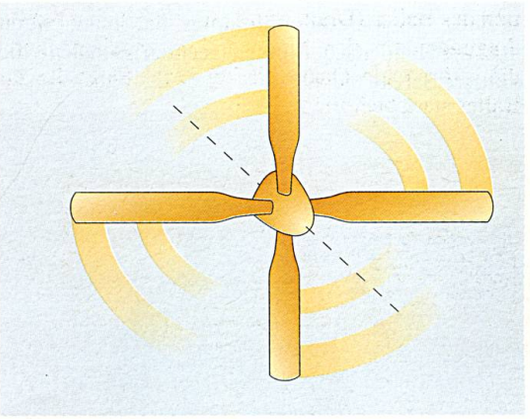
231c. Ein geschnittener Tennisball besitzt eine bestimmte Translations- und eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit. Im Allgemeinen verringert sich die Translationsgeschwindigkeit stärker als die Winkelgeschwindigkeit.
Wie muss der Schläger geführt werden, damit die Querkraft nach oben bzw. nach unten wirkt? Welche Auswirkungen auf die Flugbahn ergeben sich dadurch?

Kontrollfragen

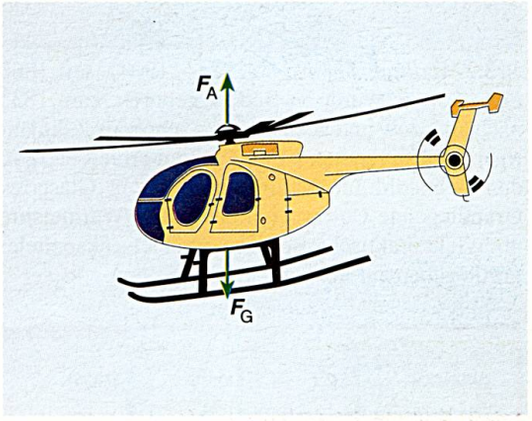
1. Was wird durch eine Stromlinie dargestellt?
2. Was ist eine stationäre Strömung?
3. Was versteht man unter einer idealen Strömung?
4. Was sagt die Kontinuitätsgleichung aus?
5. Was ist der statische Druck, und wie kann er gemessen werden?
6. Wie hängt der statische Druck mit der Strömungsgeschwindigkeit bzw. mit der Querschnittsfläche zusammen?
7. Was versteht man unter dem hydrodynamischen Paradoxon?
8. Wie kommt es zur Saugwirkung einer Strömung?
9. Wie funktioniert die Wasserstrahlpumpe?
10. Wie funktioniert ein Zerstäuber?
11. Welche Energien besitzt eine Strömung?
12. Was sagt die Bernoulli-Gleichung aus?
13. Wie wird der Gesamtdruck einer Strömung gemessen?
14. Wie kann der Staudruck gemessen werden?
15. Wie lässt sich die Strömungsgeschwindigkeit mit dem Prandtl-Staurohr ermitteln?
16. Wie kann der Volumenstrom mit einem Venturirohr ermittelt werden?
17. Was sagt das Ausflussgesetz von Torricelli aus?
18. Was sind die Voraussetzungen für die Gültigkeit des Ausflussgesetzes von Torricelli?
19. Erkläre die Unterschiede zwischen äußerer und innerer Reibung.
20. Was versteht man unter einer laminaren bzw. einer turbulenten Strömung?
21. Laminare Strömung durch ein Rohr mit gleichbleibendem Querschnitt - ändert sich dabei die Geschwindigkeit oder der Druck, oder ändern sich beide Größen?
22. Wodurch wird der Strömungswiderstand verursacht?
23. Welche Bedeutung hat der Widerstandsbeiwert (c_W-Wert)?
24. Wie hängt der Strömungswiderstand mit der Geschwindigkeit zusammen?
25. Was ist ein Stromlinienkörper?
26. Was versteht man unter dem Magnuseffekt?
27. Wie entsteht der Auftrieb am Tragflügel?



111.1 Kräfte am Flugzeug

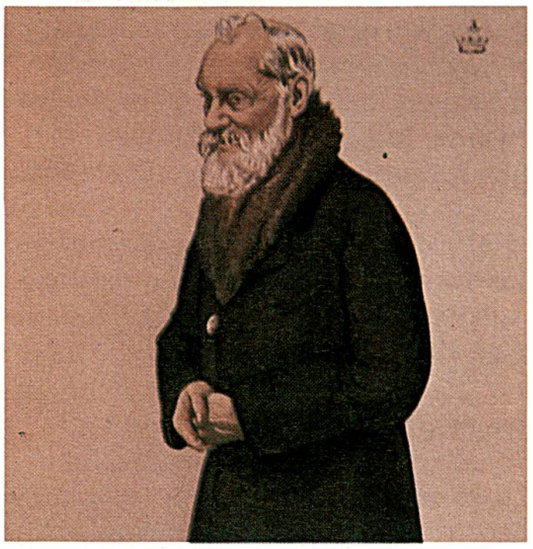


111.2 Propeller (Luftschraube). Das Profil eines Propellerblattes ist dem eines Tragflügels ähnlich. Die Auftriebskräfte an den Propellerblättern ergeben die Antriebskraft.

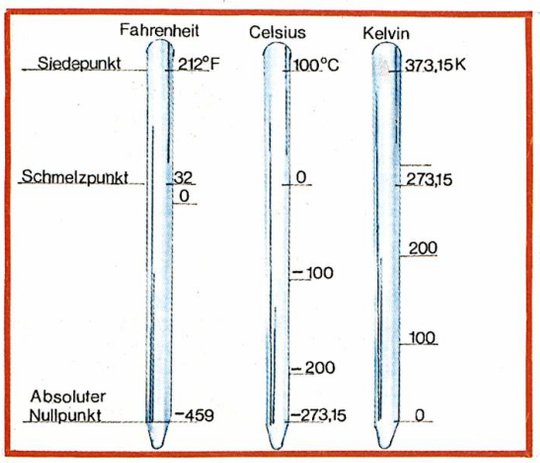


111.3 Hubschrauber. Die Drehflügel (Rotorblätter) haben ein Tragflügelprofil. Durch die Drehung der Rotorblätter werden diese umströmt, und damit treten Auftriebskräfte auf. Die Auftriebskraft wirkt in Richtung der Rotorachse nach oben und stellt die Antriebskraft (Schubkraft) dar. Daher kann der Hubschrauber senkrecht starten, steigen, sinken und auch schweben. Zur Vergrößerung oder Verkleinerung der Auftriebskraft werden die Rotorblätter verstellt und die Drehgeschwindigkeit des Rotors geändert.
Der Hubschrauber besitzt keinen direkten Vorwärtsantrieb. Um einen Vorwärtsflug zu ermöglichen, muss die Drehachse des Rotors nach vorne gekippt werden. Die Auftriebskraft besitzt jetzt eine Komponente in Vorwärtsrichtung. Dieses Kippen der Rotordrehachse wird durch eine Rotorblattverstellung erreicht.
Ein Hubschrauber mit *einem* Rotor besitzt noch einen Heckrotor für den Drehmomentenausgleich. Nach dem Wechselwirkungsgesetz verursacht die Rotordrehung eine Drehung des Hubschrauberrumpfes in Gegenrichtung. Diese wird durch den Heckrotor verhindert.

112.1 In der linken Schale ist kaltes, in der mittleren lauwarmes, in der rechten warmes Wasser. Welche Temperaturempfindung hat man, wenn man die Hand aus der linken (rechten) Schale in die mittlere Schale taucht?



112.2 *William Thomson* (1824 - 1907), seit 1866 *Lord Kelvin*, wurde in Belfast geboren, kam 1832 nach Glasgow und besuchte dort schon als Zehnjähriger die Universität. Mit 22 Jahren erhielt er 1846 den Lehrstuhl für Naturphilosophie in Glasgow. Grundlegende Untersuchungen in der Wärmelehre und viele praktische Beiträge zur Tiefseekabeltelegrafie gehen auf ihn zurück.



112.3 Zusammenhang zwischen der Kelvin-, Celsius- und Fahrenheitskala

flüssiges Helium	4,2 K
flüssige Luft	90 K - 100 K
Glühlampe	2 500 K - 3 400 K
Erdkern	3 700 K
Sonnenoberfläche	6 000 K
Sonneninneres	19 500 000 K

112.4 Beispiele für Temperaturen

Wärmelehre

13. Temperatur

13.1 Die Temperatur als Grundgröße

Die Zustände *warm* und *kalt* beziehen sich auf eine Empfindung, die von der Haut wahrgenommen wird. Man beschreibt damit den Wärmezustand oder die *Temperatur* eines Körpers. Mit diesem *subjektiven Temperaturempfinden* kann man jedoch nur Temperaturunterschiede feststellen.

Für den Bereich der *Wärmelehre* ist es naheliegend, die Temperatur als *Grundgröße* einzuführen. Diese zunächst nur fühlbare Größe muß meßbar gemacht werden.

Die *Temperatur* ist eine physikalische Grundgröße.

Für die *objektive Temperaturmessung* machen wir uns zahlreiche physikalische Eigenschaften von Stoffen zunutze, die sich mit der Temperatur ändern: Volumen, elektrischer Widerstand, Farbe usw.

Zur Festlegung der physikalischen Einheit muß eine Temperaturskala definiert werden. Die grundlegende Skala ist im SI die *absolute, thermodynamische* oder *Kelvin-Temperaturskala.*

Die Einheit der Temperatur ist 1 Kelvin (K).

Für eine Temperaturskala müssen zuerst Fixpunkte festgelegt werden. Der erste Fixpunkt ist der *Gefrierpunkt des Wassers* (273,15 K), der zweite Fixpunkt der *Siedepunkt des Wassers* (373,15 K) - jeweils bei einem Luftdruck von 1013 mbar (Normalluftdruck).

Der Nullpunkt dieser Skala wird als der *absolute Nullpunkt* bezeichnet. Diese Bezeichnung besagt, daß tiefere Temperaturen grundsätzlich nicht möglich sind - Näheres darüber später!

Für den täglichen Gebrauch verwendet man jedoch die Temperaturskala nach *Celsius*. Die Einheit ist 1 Grad Celsius (1 °C), der Gefrierpunkt des Wassers 0 °C, dessen Siedepunkt 100 °C.

Da auf beiden Skalen die Strecke zwischen Gefrierpunkt und Siedepunkt in 100 gleiche Teile geteilt ist, haben Temperaturdifferenzen in K und °C stets denselben Wert.

Wir treffen eine Vereinbarung:

Erfolgt eine Temperaturangabe in °C, bezeichnen wir sie mit ϑ (theta). Erfolgt sie in K, bezeichnen wir sie mit T. Es gilt daher:

$\Delta\vartheta = \Delta T$ und $T = \vartheta + 273{,}15$.

In den USA ist neben diesen Skalen die *Fahrenheitskala* weit verbreitet - Abb. 112.3.

➤ Beispiel A

Wieviel Grad Fahrenheit sind 17 °C? (Siehe Abb. 112.3)

Der Temperaturdifferenz 180 °F entspricht eine Differenz von 100 °C. Daraus folgt:

1 °C entspricht 9/5 °F. Die allgemeine Umwandlungsformel lautet somit:

$$\vartheta\,(^{\circ}\mathrm{F}) = \left(\frac{9}{5} \cdot 17 + 32\right)^{\circ}\mathrm{F}$$

$$\vartheta\,(^{\circ}\mathrm{F}) = 62{,}6\,^{\circ}\mathrm{F}$$

13.2 Temperaturmeßgeräte

Zur Messung der Temperatur kann man alle Eigenschaften von Stoffen verwenden, die sich mit der Temperatur ändern.

Beim gewöhnlichen *Thermometer* wird die Ausdehnung von Stoffen bei Erwärmung und das Zusammenziehen bei Abkühlung ausgenützt.

Das *Quecksilberthermometer* ist das gebräuchlichste Thermometer. Da Quecksilber bei – 38,7 °C fest wird, muß man bei tieferen Temperaturen andere Flüssigkeiten verwenden, etwa Methanol, Toluol bis –100 °C, Pentan bis –190 °C.

Für höhere Temperaturen kann man Quecksilberthermometer auch über den Siedepunkt des Quecksilbers hinaus verwenden, wenn diese Stickstoff unter hohem Druck enthalten. Damit kann man den Meßbereich auf 750 °C erweitern.

Das *Fieberthermometer* ist ein *Maximumthermometer*, das heißt, daß immer die jeweils höchste gemessene Temperatur angezeigt wird, auch wenn das Thermometer abgekühlt wird. (Abb. 113.2)

Gasthermometer können für einen Bereich von 260 °C bis 1700 °C verwendet werden. Sie bestehen aus Platingefäßen, die mit Wasserstoff oder Helium gefüllt sind. Gasthermometer erweisen sich für die praktische Handhabung als unzweckmäßig. Sie können jedoch zur Eichung anderer Thermometer herangezogen werden.

Ein *Bimetallthermometer* (Abb. 113.3) besteht aus zwei aufeinandergelöteten Blechstreifen verschiedener Metalle, die sich bei gleicher Erwärmung unterschiedlich ausdehnen. Die Bimetallspirale krümmt sich bei Erwärmung. Diese Änderung der Krümmung wird auf einen Zeiger übertragen.

Beim *Thermographen* trägt dieser Zeiger einen Stift, der die Zeigerbewegungen auf einen Papierstreifen zeichnet. Da der Streifen gleichmäßig weitertransportiert wird, erhält man den Temperaturverlauf für eine bestimmte Zeitdauer.

Beim *Thermoelement* (Abb. 113.4) wird der sogenannte *thermoelektrische Effekt* ausgenützt:

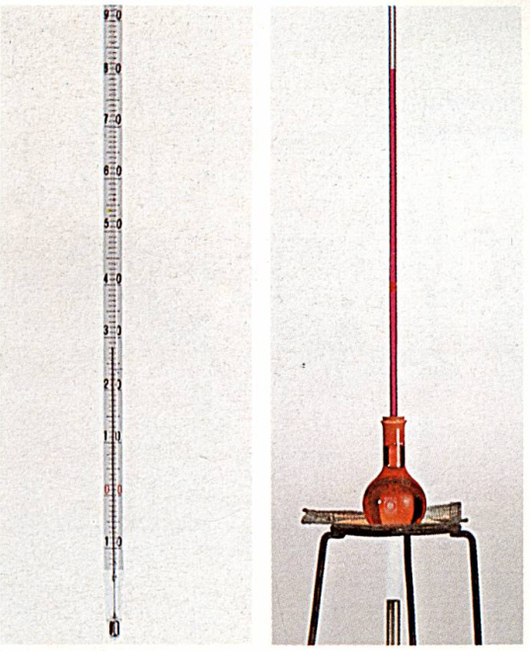
Herrschen an den Lötstellen in einem aus zwei verschiedenen Metallen (z.B. Konstantan und Kupfer) bestehenden Leiterkreis unterschiedliche Temperaturen, bildet sich eine Thermospannung aus; es fließt ein Thermostrom. Je größer die Temperaturdifferenz ist, ums stärker ist die Thermospannung. Mit einem Galvanometer, welches die Stromstärke mißt, und bei bekannter Temperatur einer der beiden Lötstellen kann man die Temperatur der anderen bestimmen.

Das Paar Konstantan/Kupfer ermöglicht eine Temperaturmessung zwischen 200 °C und 700 °C. Für hohe Temperaturen bis 2000 °C verwendet man Platin/Platinrhodium.

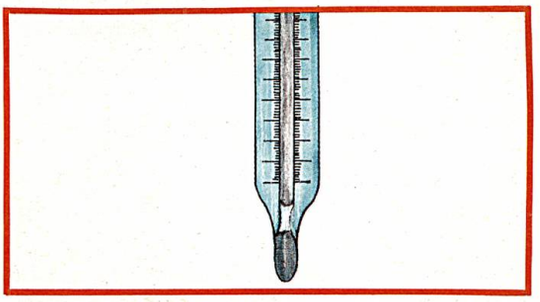
Da die Spannung pro Grad Celsius Temperaturdifferenz sehr klein ist (einige Mikrovolt), schaltet man mehrere Elemente hintereinander. Diese Anordnung wird als *Thermosäule* bezeichnet.

Beim *Widerstandsthermometer* wird die Eigenschaft der meisten Metalle ausgenützt, bei höheren Temperaturen den elektrischen Strom weniger gut zu leiten als bei niedrigen. Der Meßbereich geht bis 600 °C.

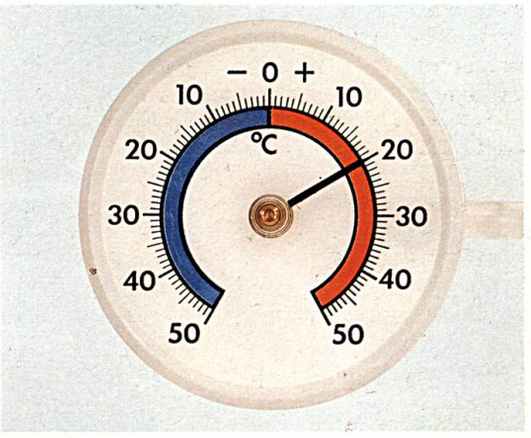
Das *Pyrometer*, auch *Strahlungsthermometer* genannt, wird bei sehr hohen Temperaturen verwendet. Festkörper und Flüssigkeiten senden nämlich in diesem Temperaturbereich eine gut sichtbare Strahlung aus. Bei Temperaturen über 4000 °C bietet das Pyrometer die einzige Möglichkeit der Temperaturmessung.



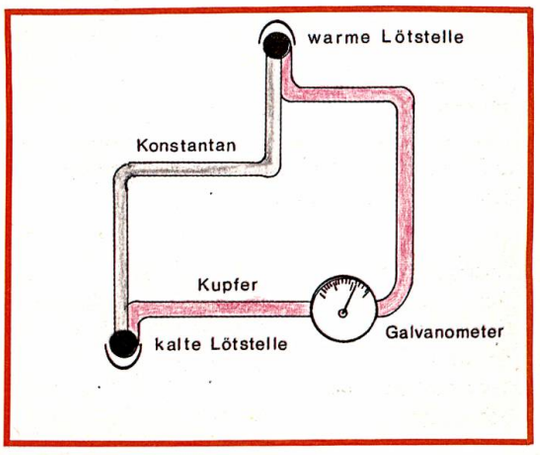
113.1 Quecksilberthermometer (links), Thermometermodell (rechts)



113.2 Fieberthermometer: Bei Abkühlung reißt der Quecksilberfaden an der Verengung der Kapillare, weil dort die Kohäsionskräfte verringert sind.



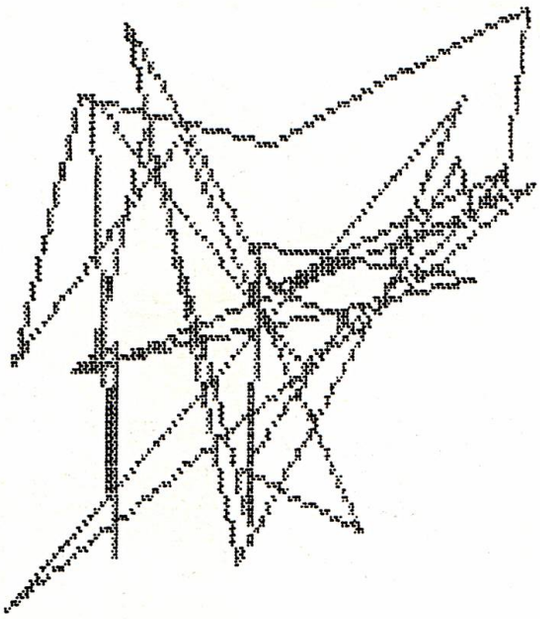
113.3 Bimetallthermometer



113.4 Thermoelement

Aufgaben

232. Wie hoch ist die Körpertemperatur des Menschen (37 °C) in Fahrenheit ausgedrückt?



114.1 Brownsche Bewegung und Computersimulation: Die Brownsche Bewegung kann mit einem einfachen PASCAL-Programm simuliert werden. Die Bahnen eines Teilchens werden vergrößert dargestellt. Die Abfolge der Einzelbewegungen wird mit Hilfe des Zufallgenerators des Computers simuliert. Dabei kann die Anzahl der Einzelbewegungen frei gewählt werden.

Ausdruck eines Programmablaufs:

```
PROGRAM BROWN;
VAR X1,X2,Y1,Y2,I,N:INTEGER;

BEGIN
 CLRSCR;
 WRITELN('BROWNSCHE BEWEGUNG');
 WRITELN('==================');
 WRITELN;
 WRITE('ANZAHL --> ');
 READLN(N);
 GRAPHMODE;
 RANDOMIZE;
 X1:=RANDOM(100);
 Y1:=RANDOM(100);
 FOR I:=1 TO N DO
  BEGIN
   X2:=RANDOM(100);
   Y2:=RANDOM(100);
   DRAW(X1,Y1,X2,Y2,14);
   X1:=X2;
   Y1:=Y2
  END;
 REPEAT UNTIL KEYPRESSED;
 TEXTMODE
END.
```

Die Vorteile der Simulation:
(1) Rasche und oftmalige Wiederholbarkeit,
(2) direkte Auswertung der Daten mittels weiterer Programme,
(3) Simulation unterschiedlicher Versuchsbedingungen.

233. Cäsium hat einen Schmelzpunkt von 301,15 K. Wie groß ist diese Temperatur in ^{o}F?

234. Der Schmelzpunkt von Aluminium liegt bei 933 K. Welche Thermometer können zu seiner Messung verwendet werden?

Kontrollfragen

1. Worin unterscheidet sich das subjektive Temperaturempfinden von der objektiven Temperaturmessung?
2. Welche Eigenschaften von Stoffen nützt man bei der Temperaturmessung aus?
3. Wie wird eine Temperaturskala festgelegt?
4. Welche Einheit im SI besitzt die Temperatur?
5. Wie ist die Celsiusskala definiert?
6. In welcher Weise unterscheidet sich die Celsiusskala von der Fahrenheitskala?
7. Was versteht man unter einem Maximumthermometer?
8. Wozu dienen Gasthermometer?
9. Welche Thermometer nützen elektrische Eigenschaften aus?
10. Mit welchem Thermometer kann man sehr hohe Temperaturen messen?

14. Molekularbewegung und Diffusion

14.1 Thermische Molekularbewegung

"Nur durch Übereinkunft gibt es Süßes, Bitteres, Warmes, Kaltes und Farbiges, in Wirklichkeit gibt es nur Atome und das Leere." Dieser Ausspruch stammt von dem Griechen Demokrit (ca. 460 - 400 v. Chr.). Er drückt die Tatsache aus, daß man aus dem Verhalten der Bausteine der Materie unsere Sinneswahrnehmungen erklären kann.

Was versteht man unter Temperatur im mikroskopischen Bereich, also im Bereich der Atome und Moleküle?

Die Brownsche Bewegung

Robert Brown (1773 - 1827), ein englischer Botaniker, entdeckte unter dem Mikroskop, daß in einem Wassertropfen schwebende Pollenkörner unaufhörlich Zitterbewegungen durchführen. Er versuchte dieses Phänomen mit einer "Lebenskraft" zu erklären, die über den Tod einer Pflanze hinaus erhalten bleibt. Als er jedoch sah, daß sich Staubpartikel in einem Wassertropfen ebenso bewegen, schloß er eher auf physikalische als biologische Ursachen für diese Erscheinung, die er aber nicht näher erklären konnte.

Ursache der Brownschen Bewegung: Die Flüssigkeitsmoleküle sind selbst in ständiger Bewegung und stoßen gegen die Staubpartikel, die dadurch Zickzackbahnen beschreiben.

Die ungeordnete Bewegung der Atome und Moleküle wird als *thermische Bewegung* bezeichnet.

Erhöht man die Temperatur der Flüssigkeit, wird die Brownsche Bewegung der Staubpartikel heftiger. Dies bedeutet auch eine heftigere Bewegung der Flüssigkeitsmoleküle. Daraus folgt:

Die thermische Bewegung der Atome und Moleküle eines Stoffes ist ein Maß für dessen Temperatur.

14.2 Diffusion

Versuch (Abb. 115.1)

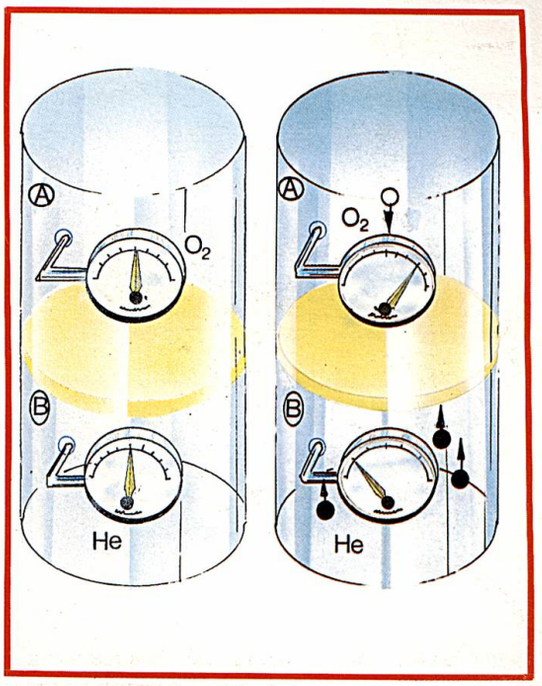
Zylinder A ist mit Sauerstoff, Zylinder B mit Helium gefüllt. In beiden Zylindern herrschen gleicher Druck und gleiche Temperatur. Die beiden Zylinder sind durch eine poröse Wand voneinander getrennt. Durch diese Wand können Gasmoleküle in den jeweiligen anderen Zylinder treten.

Nach einiger Zeit zeigt sich in A ein höherer Druck als in B. Dieser Druckunterschied verschwindet aber nach einer weiteren Zeitspanne.

Erklärung:

Die Masse eines Sauerstoffmoleküls (O_2) beträgt das Achtfache der Masse eines Heliummoleküls. Daraus folgt: Die Heliummoleküle bewegen sich schneller als die Sauerstoffmoleküle. Das bedeutet, daß mehr Heliummoleküle in Zylinder A eintreten als Sauerstoffmoleküle in B. Es entsteht ein Ungleichgewicht, welches sich als Druckunterschied auswirkt. Man sagt, die Heliummoleküle *diffundieren* rascher als die Sauerstoffmoleküle.

Nach vollständig abgelaufener *Diffusion* ist der Druck in Gefäß A wie auch in Gefäß B gleich groß. Die Sauerstoff- und die Heliummoleküle sind dann gleichmäßig auf beide Zylinder verteilt.



115.1 Während der Diffusion herrscht unterschiedlicher Druck in den beiden Zylindern.

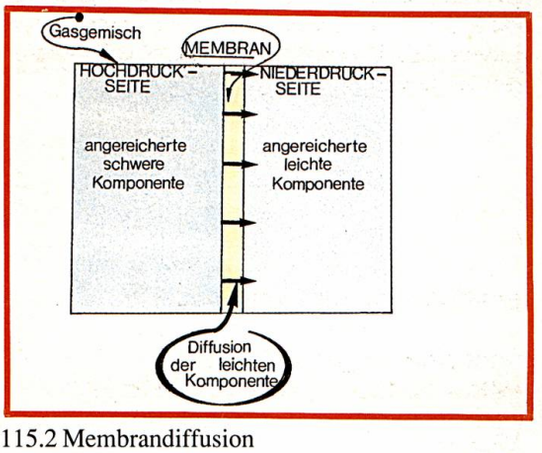
Die Diffusion von Gasen läßt sich nur aus der Bewegung der Gasteilchen erklären. Sie ist somit ein Beweis für die ständige Bewegung von Gasmolekülen. Die Diffusion erfolgt umso rascher, je kleiner die Molekülmassen und je höher die Temperatur ist.

Beispiele für Diffusionsvorgänge:

– Erzeugung niedriger Drucke (bis 10^{-10} mbar) mit Hilfe von Diffusionspumpen

– Trennung von Isotopengemischen

Die *Isotopentrennung* kann durch Membrandiffusion erfolgen (Abb. 115.2). Dabei läßt man das unter Hochdruck stehende Gasgemisch an einer Membran entlangströmen, auf deren Rückseite ein niedrigerer Gasdruck herrscht. Aufgrund des Druckgefälles diffundieren die Gasmoleküle durch die Membran. Da die schwereren Moleküle eine kleinere Diffusionsgeschwindigkeit als die leichteren Moleküle aufweisen, reichert sich die leichtere Gaskomponente an der Rückseite der Membran an. Dieses Verfahren wird bei Anreicherung von spaltbarem Uran (U235) eingesetzt.



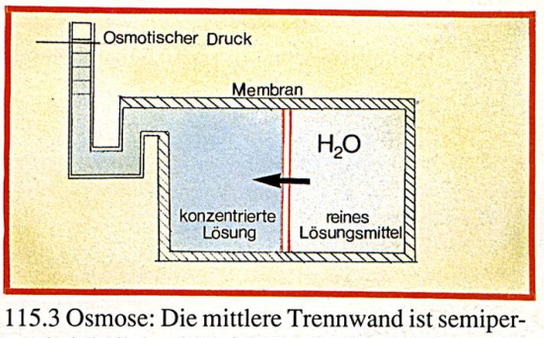
115.2 Membrandiffusion

– Erzeugung von Halbleiterbausteinen:

Diffusion findet auch in Festkörpern statt. Durch Diffusion können bestimmte Moleküle in einen Siliziumkristall eingebaut werden, um eine elektrische Leitfähigkeit zu erzielen.

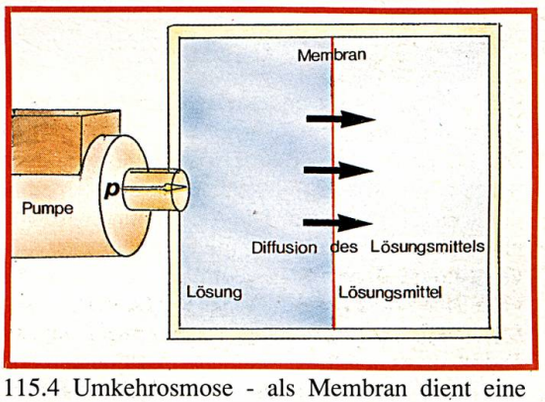
– Osmose (Abb. 115.3)

Wasser diffundiert durch eine Membran in die Salzlösung, im Bestreben, einen Konzentrationsausgleich herbeizuführen. Diese Diffusion wird als Osmose bezeichnet. Auf der Lösungsseite stellt sich ein Überdruck ein, der osmotische Druck. Dieser verhindert die weitere Zufuhr von Wasser. Wird die Lösungsseite unter einen Druck gesetzt, der den osmotischen Druck übersteigt, kehrt sich die Diffusionsrichtung um. Die Lösungsmittelmoleküle diffundieren nun aus der Lösung heraus. Die Membran hält die gelösten Stoffe zurück.

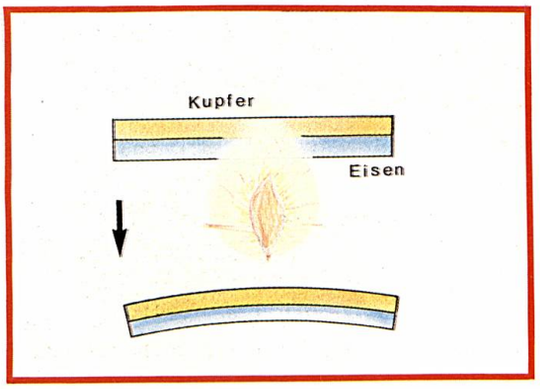


115.3 Osmose: Die mittlere Trennwand ist semipermeabel (halbdurchlässig). Das heißt, sie läßt nur die Lösungsmittelmoleküle durch, nicht aber den gelösten Stoff.

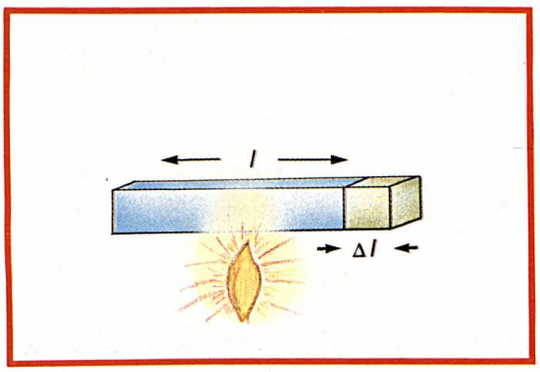
Dieses als *Umkehrosmose* bezeichnete Verfahren wird z. B. bei der Abwasserreinigung und bei der Meerwasserentsalzung angewendet. (Abb. 115.4)
Der Stofftransport in Pflanzenzellen erfolgt mittels Osmose.



115.4 Umkehrosmose - als Membran dient eine Kunststoffolie.



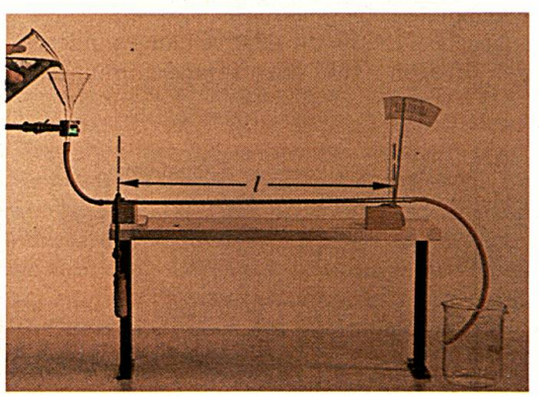
116.1 Versuch zur linearen Ausdehnung



116.2 Die Verlängerung Δl ist proportional zur Temperaturerhöhung und zur Länge l.

Stoff	α in $10^{-5}\ ^{\circ}C^{-1}$ bei 18 °C
Blei	2,9
Messing	1,9
Kupfer	1,65
Stahlbeton	1,4
Eisen	1,15
Invar	0,2
Glas	0,8
Quarzglas	0,05

116.3 Lineare Ausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe



116.4 Bestimmung des linearen Ausdehnungskoeffizienten von Eisen:
Die Länge des Eisenrohres wird gemessen, dann wird heißes Wasser und schließlich Wasserdampf durch das Rohr geleitet. Die Ausdehnung wird von einem Zeiger angezeigt, der mit einem Steg verbunden ist. Auf diesem Steg liegt das mit einer Kerbe versehene Eisenrohr auf. Da das Rohr auf der linken Seite eingespannt ist, dehnt es sich nach rechts aus und verdreht den Steg. Anfangs- und Endtemperatur werden gemessen. Aus $\alpha = \Delta l / l \cdot \Delta\vartheta$ kann der lineare Ausdehnungskoeffizient errechnet werden.

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter der Brownschen Bewegung?
2. Wodurch entsteht die Brownsche Bewegung?
3. Was versteht man unter thermischer Bewegung?
4. Was beschreibt die Temperatur eines Stoffes?
5. Was versteht man unter Diffusion?
6. Was kann durch die Diffusion bewiesen werden?
7. Bei welchen Anwendungen wird die Diffusion genutzt?
8. Was versteht man unter Osmose?
9. Wodurch kommt der osmotische Druck zustande?
10. Erkläre die Isotopentrennung durch Diffusion.

15. Wärmeausdehnung

15.1 Lineare Ausdehnung fester Körper

Versuch (Abb. 116.1)**:**
Ein Eisen- und ein Kupferblechstreifen werden miteinander verlötet. Bei 20 °C haben beide Streifen dieselbe Länge. Man erwärmt nun diesen Bimetallstreifen auf 200 °C. Der Bimetallstreifen verbiegt sich, da sich der Kupferstreifen stärker ausdehnt.

Erklärung: Temperaturerhöhung bedeutet Zunahme der thermischen Bewegung der Gitterbausteine. Diese benötigen somit mehr Platz. Der Körper dehnt sich aus.

Die Ausdehnung Δl, die ein Körper in bezug auf seine Länge l erfährt, heißt *lineare Ausdehnung*.

Versuche zeigen, daß die lineare Ausdehnung Δl sowohl zur Temperaturerhöhung $\Delta\vartheta$ als auch zur Länge l des Körpers proportional ist (Abb. 116.2):

$$\Delta l = \alpha\, l\, \Delta\vartheta$$

Der Proportionalitätsfaktor α heißt linearer *Ausdehnungskoeffizient.* Da sich gleich lange Körper aus verschiedenen Stoffen offenbar unterschiedlich stark ausdehnen, ist α eine *Materialkonstante.*

$$[\alpha] = \frac{[\Delta l]}{[l]\,[\Delta\theta]} = \frac{1\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{m} \cdot 1^{\circ}\mathrm{C}} = 1^{\circ}\mathrm{C}^{-1} \qquad \text{bzw.} \qquad [\alpha] = 1\ \mathrm{K}^{-1}$$

Wird ein Stab mit der Länge l_1 von der Temperatur ϑ_1 auf die Temperatur ϑ_2 erwärmt, dann gilt für dessen neue Länge l_2:

$$l_2 = l_1 + \alpha\, l_1\, \Delta\vartheta = l_1\,(1 + \alpha\, \Delta\vartheta)$$

Daraus folgt für die Abkühlung von ϑ_2 auf ϑ_1:

$$l_1 = \frac{l_2}{1 + \alpha\, \Delta\theta}$$

Aus $l_1 = \dfrac{l_2}{1 + \alpha\, \Delta\theta} \approx 1 - \alpha\, \Delta\theta$ folgt mit guter Näherung:

$$l_1 = l_2\,(1 - \alpha\, \Delta\theta)$$

α ist sehr klein (10^{-4} bis $10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$), weshalb sich die einfachen Festkörperausdehnungen schlecht für Temperaturmessungen eignen.

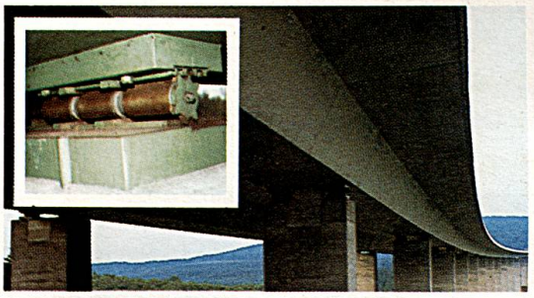
Invar besteht aus Stahl und 34 % Nickel. Wegen des geringen Ausdehnungskoeffizienten werden aus dieser Legierung Bestandteile gefertigt, die bei Temperaturschwankungen konstante Maße besitzen sollen. Dies ist vor allem bei Meßinstrumenten wichtig.

Stahl und Beton besitzen gleiche Ausdehnungskoeffizienten. Aus diesem Grund können diese beiden Materialien miteinander verarbeitet werden.

Dies gilt auch für Wolfram und bestimmte harte Gläser. Wolframdrähte können daher luftdicht mit Glas verschmolzen werden. Man kann auf diese Art vakuumdichte Stromleitungen herstellen.

Da Quarzglas einen sehr kleinen Ausdehnungskoeffizienten besitzt, kann ein heißes Quarzgefäß in kaltes Wasser getaucht werden, ohne daß es dabei wie normales Glas zerspringt. Die durch die Volumsänderungen auftretenden Spannungen bleiben sehr klein.

Die Längenausdehnung ist beim Bau von Brücken, Hochspannungsleitungen, Eisenbahntrassen usw. zu beachten (Abb.117.1).



117.1 Brückenlager:Die Wärmeausdehnung muß bei der Konstruktion der Brücke berücksichtigt werden.

Beispiel A

Ein Kupferdraht zwischen zwei Hochspannungsmasten hat bei 0 °C eine Länge von 180 m. Im Lauf eines Jahres schwankt die Temperatur zwischen –28 °C und +40 °C. Berechne die größte Längendifferenz.

$\Delta l = \alpha_{Cu}\, l\, \Delta\vartheta$

$\Delta l = 1{,}65 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1} \cdot 180\ m \cdot 68\,°C = 0{,}20\ m$

Die größte Längendifferenz beträgt 20 cm.

Beispiel B

Eine Eisenkugel hat bei 30 °C einen Durchmesser von 15 cm. Bei welcher Temperatur paßt sie genau in einen Ring, der einen konstanten Durchmesser von 14,995 cm hat?

$\Delta l = \alpha\, l\, \Delta\vartheta \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\vartheta = \dfrac{\Delta l}{\alpha\, l}$

$\Delta\vartheta = \dfrac{0{,}005 \cdot 10^{-2}\ m}{1{,}15 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1} \cdot 15 \cdot 10^{-2}\ °C\,m} = 28{,}99\,°C$

Die Kugel muß um 28,99 °C auf 1,01 °C abgekühlt werden.

Beispiel C (Abb. 117.4)

Wie groß ist der Krümmungsradius des Bimetallstreifens ($2\,d = 0{,}4$ cm), wenn die Temperatur von 0 °C auf 200 °C erhöht wird?

$l_1 = \left(r + \dfrac{d}{2}\right)\varphi \qquad l_1 = l_0\,(1 + \alpha_{Cu}\,\vartheta)$

$l_2 = \left(r - \dfrac{d}{2}\right)\varphi \qquad l_2 = l_0\,(1 + \alpha_{Fe}\,\vartheta)$

$\left(r + \dfrac{d}{2}\right)\varphi = l_0\,(1 + \alpha_{Cu}\,\vartheta)$

$\left(r - \dfrac{d}{2}\right)\varphi = l_0\,(1 + \alpha_{Fe}\,\vartheta)$

Dividiert man die obere Gleichung durch die untere, folgt:

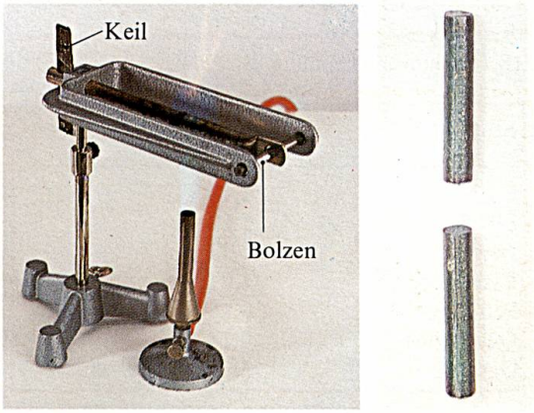
$\dfrac{r + \dfrac{d}{2}}{r - \dfrac{d}{2}} = \dfrac{1 + \alpha_{Cu}\,\vartheta}{1 + \alpha_{Fe}\,\vartheta}$

$r = \dfrac{d\,(2 + \vartheta\,(\alpha_{Fe} + \alpha_{Cu}))}{2\,\vartheta\,(\alpha_{Cu} - \alpha_{Fe})}$

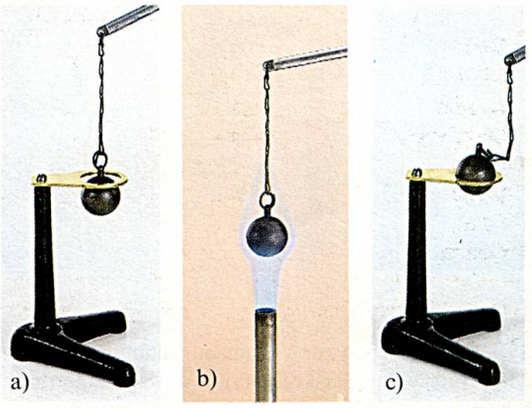
$r = \dfrac{0{,}2 \cdot 10^{-2}\ m\,(2 + 200\,°C\,(1{,}15 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1} + 1{,}65 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}))}{2 \cdot 200\,°C\,(1{,}65 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1} - 1{,}15 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1})} = 2{,}0\ m$

Der Krümmungsradius beträgt 2 m.

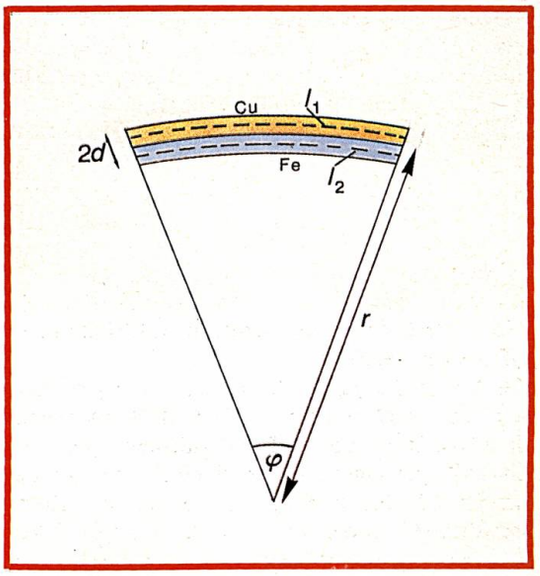
Das Bimetallthermometer beruht auf dieser Erscheinung. Thermostate von Heizgeräten besitzen oft Bimetallstreifen, die bei zu hoher Temperatur - aufgrund der Krümmung des Streifens - den elektrischen Stromfluß unterbrechen.



117.2 Bolzenbrecher: Der Eisenstab wird auf der einen Seite durch den Bolzen, auf der anderen Seite durch den Keil gehalten. Erwärmt man den Stab, dehnt er sich aus - der Keil kann tiefer hineingeschlagen werden. Beim Abkühlen zerbricht der Bolzen.

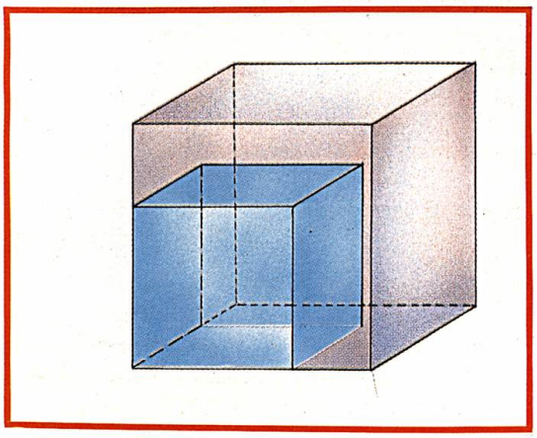


117.3 Ausdehnung einer Metallkugel beim Erwärmen



117.4 Abbildung zu Beispiel C

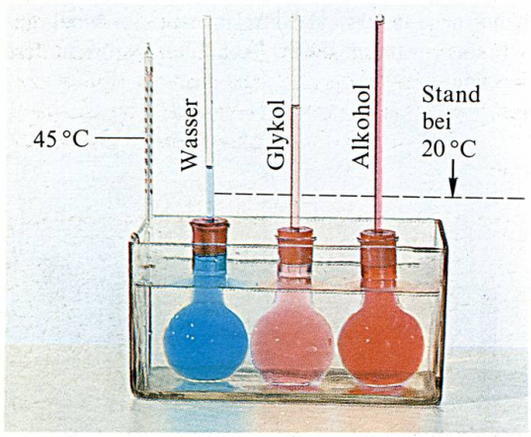
Da $\alpha_{Cu} > \alpha_{Fe}$, ist der Kupferstreifen an der Außenseite.



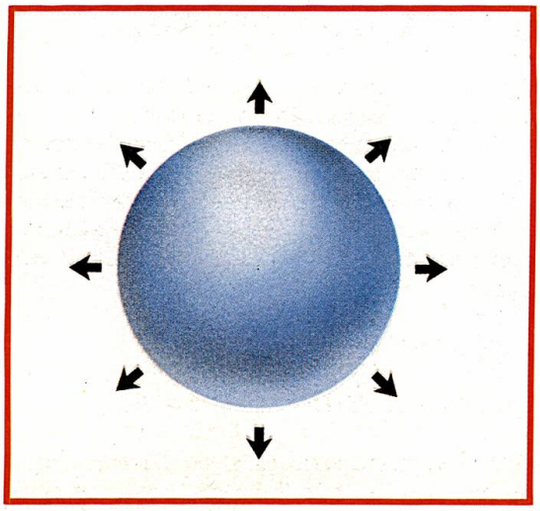
118.1 Volumsausdehnung

Stoff	γ in $10^{-3}\ K^{-1}$ bei 20 °C
Ethanol	1,10
Ether	1,62
Benzol	1,23
Essigsäure	1,07
Petroleum	0,96
Quecksilber	0,182
Gase	3,66

118.2 Räumliche Ausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe



118.3 Ein Versuch zur Volumsausdehnung:
Man füllt einen Glaskolben mit Wasser, einen mit Glyzerin und einen mit Alkohol. Dann werden die Kolben mit durchbohrten Gummistopfen, in welchen Steigrohre stecken, verschlossen. Diese Anordnung wird in einem Wasserbad langsam erwärmt. Aufgrund der Erwärmung kommt es zu einer Volumszunahme: Die Flüssigkeiten erreichen in den Steigrohren unterschiedliche Höhen.



118.4 Zersprengen einer Hohlkugel

15.2 Volumsausdehnung fester Körper

Bei *isotropen Körpern* ist die lineare Ausdehnung nach allen Seiten dieselbe. Es gelten daher analoge Beziehungen wie bei der linearen Ausdehnung. (Abb. 118.1)

$$\Delta V = \gamma V \Delta\vartheta \quad \text{bzw.} \quad V_\vartheta = V_0 (1 + \gamma \Delta\vartheta) \qquad \text{Volumsausdehnung}$$

γ heißt räumlicher (kubischer) Ausdehnungskoeffizient.

Bei Erwärmung erhält man somit geometrisch gesehen einen dem ursprünglichen Körper ähnlichen Körper.

Es gilt:

$$(1)\quad V_2 : V_1 = l_2^3 : l_1^3 \quad \Leftrightarrow \quad V_2 = \frac{V_1 l_2^3}{l_1^3}$$

$$(2)\quad l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta\vartheta)$$

$$(1), (2)\quad V_2 = \frac{V_1 l_1^3 (1 + \alpha \Delta\vartheta)^3}{l_1^3} = V_1 (1 + 3\alpha \Delta\vartheta + \underbrace{3\alpha^2 (\Delta\vartheta)^2 + \alpha^3 (\Delta\vartheta)^3}_{\text{vernachlässigbar klein}})$$

$$\approx V_1 (1 + 3\alpha \Delta\vartheta)$$

$$\gamma = 3\alpha$$

Der räumliche Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers beträgt das Dreifache seines linearen Ausdehnungskoeffizienten.

15.3 Volumsausdehnung von Flüssigkeiten und Gasen

Da Flüssigkeiten und Gase keine Formstabilität aufweisen, ist nur die räumliche Ausdehnung von Interesse. Sie ist im allgemeinen größer als die von festen Körpern.

Bei Erwärmung einer Flüssigkeit in einem Gefäß erhält man nur die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit. Um die wahre Ausdehnung zu erhalten, muß man die Volumsvergrößerung des Gefäßes mit einbeziehen. (Abb. 118.3)

Beispiel A

Ein Glaskolben enthält vollgefüllt 50 cm³ Quecksilber. Welches Volumen an Quecksilber tritt aus, wenn der Kolben von 20 °C auf 35 °C erwärmt wird?

Man muß beide Volumsänderungen betrachten:

$$\Delta V = \Delta V_{Hg} - \Delta V_{Glas}$$

$$\Delta V = V \Delta\vartheta (\gamma_{Hg} - \gamma_{Glas}) \qquad \gamma_{Glas} = 3\alpha_{Glas} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

$$\Delta V = 50\ cm^3 \cdot 15\ °C\ (0{,}182 \cdot 10^{-3} - 2{,}4 \cdot 10^{-5})\ °C^{-1}$$

$$\Delta V = 0{,}12\ cm^3$$

Es fließen 0,12 cm³ Quecksilber aus.
Auf diese Art läßt sich γ bestimmen.

Die Dichte als temperaturabhängige Größe

Für die Dichte ρ gilt: $\rho = \frac{m}{V}$

Da sich mit der Temperatur auch das Volumen ändert, ist auch die Dichte eine temperaturabhängige Größe:

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{V_1 (1 + \gamma \Delta\vartheta)}$$

$\frac{m}{V_1}$ ist die Dichte ρ_1 bei 0 °C. Damit erhält man für ρ_2:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \gamma \Delta\vartheta} \qquad \text{Dichte bei der Temperatur } \vartheta$$

Versuch (Abb. 118.4)
Man füllt eine Hohlkugel aus Gußeisen vollständig mit Wasser und legt sie dann in eine Kiste, die mit Eiswürfeln gefüllt ist.

Wirkung:
Nach einiger Zeit zerspringt die Kugel.

Erklärung:
Das Wasser muß sich beim Gefrieren ausgedehnt und dadurch die Kugel gesprengt haben.

Wasser gehorcht dem obigen Zusammenhang für die Dichteänderung nicht. Beim Übergang vom flüssigen in den festen Zustand sinkt die Dichte.

Aus dem Diagramm (Abb. 119.1) kann man ersehen, daß die Dichte von 0 °C bis 4 °C zunimmt.

Wasser besitzt bei 4 °C die größte Dichte.

Diese von allen anderen Stoffen abweichende Eigenschaft des Wassers nennt man *Anomalie des Wassers*.

Die Anomalie des Wassers und die Tatsache, daß Eis eine geringere Dichte als Wasser besitzt, spielen in der Natur eine bedeutende Rolle.

Bei Abkühlung z. B. eines Sees sinkt die Temperatur an der Oberfläche zuerst auf 4 °C. Aufgrund der dadurch erhöhten Dichte sinkt diese Flüssigkeitsschicht zu Boden. Bei weiterer Abkühlung gefriert die Oberfläche. Nach unten hin steigt die Temperatur bis 4 °C an. Dieser Temperaturverlauf ist für die Lebewesen im Wasser von großer Bedeutung.

Erklärung:
Das Wassermolekül ist ein elektrischer Dipol. Die Wassermoleküle bilden untereinander Wasserstoffbrücken aus (Abb.119.2).

Aufgaben

235. Eine 300 m lange Rohrleitung aus Stahl wird von heißem Dampf von 400 °C durchströmt. Berechne die Längenänderung, wenn die ursprüngliche Temperatur 18 °C betragen hat.

236. Ein Kupferlineal ist bei 20 °C 68,2 cm lang. Wie ändert sich die Länge bei einer Abkühlung auf –15 °C?

237. Ein Stahlzylinder wird auf einer Drehbank bearbeitet, wobei die Temperatur des Werkstückes auf 110 °C steigt. Sein Durchmesser wächst dabei auf 140 mm. Berechne den Durchmesser bei 20 °C.

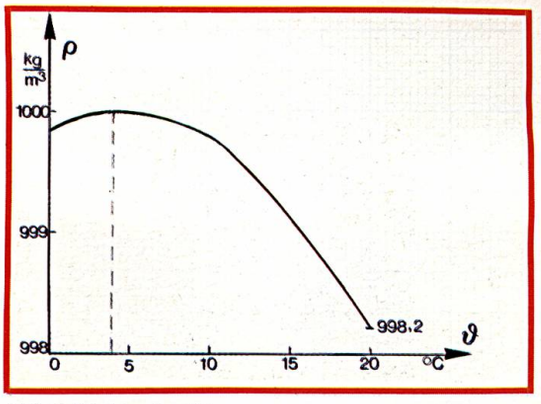
238. Um wieviel Grad ist ein Stück Quarzglas zu erwärmen, um sein Volumen um 0,04 % zu erhöhen?

239. Berechne die Dichte von Quecksilber bei 50 °C, wenn sie bei 20 °C 13,546 · 10^3 kg/m^3 beträgt.

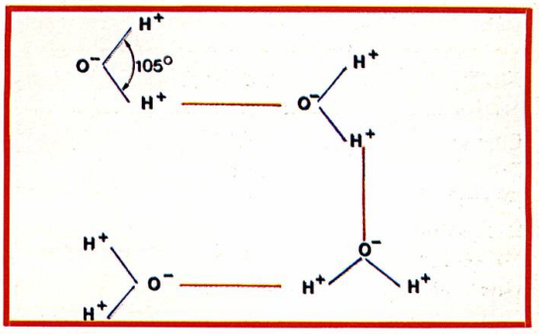
240. Fertige ein Computerdiagramm des Dichteverlaufs von Quecksilber an. Der Temperaturbereich liegt zwischen –5 °C und +100 °C. (119.4)

Kontrollfragen

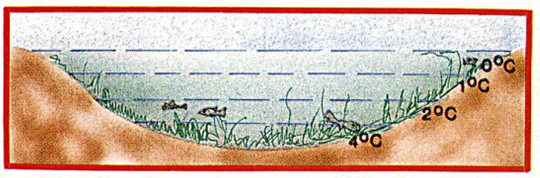
1. Was versteht man unter linearer Wärmeausdehnung?
2. Wodurch wird die Wärmeausdehnung verursacht?
3. Wozu kann Invar verwendet werden?
4. Warum können Stahl und Beton miteinander verarbeitet werden?
5. Was ist ein Bimetallstreifen? Welche Eigenschaften besitzt er?
6. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem linearen und dem räumlichen Ausdehnungskoeffizienten?
7. Wodurch unterscheidet sich die Wärmeausdehnung der Gase und Flüssigkeiten von der der Festkörper?
8. Wie ändert sich die Dichte mit der Temperatur?
9. Was versteht man unter der Anomalie des Wassers? Worin besteht ihre Ursache?



119.1 Dichte des Wassers



119.2 Durch die H-Brücken werden die Eigenschaften des Wassers außergewöhnlich beeinflußt (z. B. hoher Siedepunkt). Beim Gefrieren ordnen sich die Moleküle in einem Kristallgitter an. Ihre thermische Bewegung nimmt ab. Dabei kommt es wegen der wirkenden elektrischen Kräfte zwischen den Dipolen (gleichnamig geladene Enden stoßen einander ab) zu einer Abstandsvergrößerung, die nach außen hin als Volumsvergrößerung bemerkbar wird.



119.3 Temperaturschichtung des Wassers in einem See bei 0 °C Außentemperatur

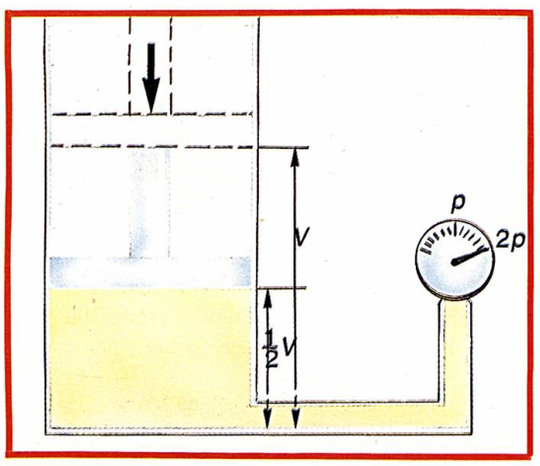
119.4 Erklärung zu Aufgabe 240:
Mit einem Computerprogramm können wir die Abhängigkeit der Dichte von der Temperatur in einem Diagramm darstellen. Dieses Diagramm soll auf der einen Achse die Temperatur in °C, auf der anderen die Dichte in kg/m^3 aufweisen.
Vorgangsweise:
(1) Berechnung von Temperatur-Dichte-Paaren:
Die Dichte bei 20 °C beträgt 13 546 kg/m^3.
Bei – 5 °C beträgt die Dichte 13 608 kg/m^3
und bei 100 °C 13 352 kg/m^3.
Bei einem Temperaturunterschied von 105 °C beträgt daher die Dichtedifferenz 256 kg/m^3.
(2) Beträgt die Punkteanzahl des Graphikbildschirmes 640 x 200, so kann die Temperaturdifferenz auf 600 Punkte, die Dichtedifferenz auf 180 Punkte aufgeteilt werden. Die Koordinaten der Bildschirmpunkte werden dann nach folgenden Formeln berechnet:

$x = \text{ROUND}\ (600 / 105 * (x_i + 25))$

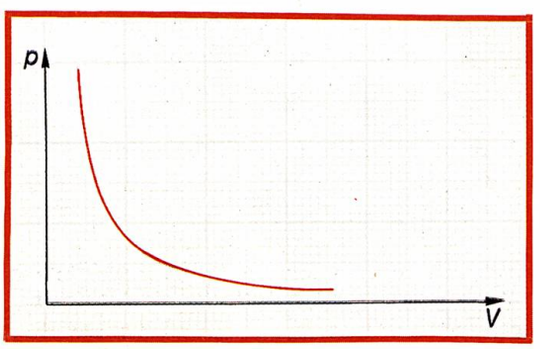
$y = 180 - \text{ROUND}\ (180 / 256 * (y_i - 13352))$

(3) Die Koordinatenachsen sollen ebenfalls eingezeichnet werden. Der Koordinatenursprung wird bei 0 °C festgelegt.

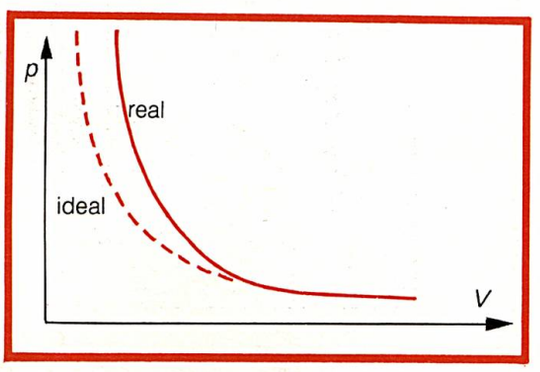
120.1 *Robert Boyle* (1627 - 1691), engl. Physiker und Chemiker



120.2 Konstante Temperatur erreicht man, indem man sehr langsam komprimiert. Eine Zustandsänderung, bei der die Temperatur konstant gehalten wird, heißt *isotherm.*



120.3 Der Graph des Boyle-Mariotteschen Gesetzes ist eine *Isotherme.*



120.4 Die Isotherme eines realen Gases verläuft steiler.

16. Gasgesetze

Gase besitzen im Unterschied zu Festkörpern und Flüssigkeiten eine größere Volumsausdehnung bei Temperaturerhöhung, aber auch eine höhere Kompressibilität.

Der physikalische Zustand eines Gases ist durch drei Größen bestimmt: *Volumen, Temperatur, Druck.* Man bezeichnet diese physikalischen Größen als *Zustandsgrößen* eines Gases. Bei Änderung einer Größe ändern sich meistens auch die beiden anderen Größen.

Jedes Gas nähert sich bei genügend hoher Temperatur und entsprechend geringem Druck in seinem Verhalten einem Idealzustand, einem *idealen Gas.*

Ein ideales Gas denkt man sich aus punktförmig kleinen Teilchen, zwischen denen keinerlei Kräfte auftreten. Bei 20 °C und 1013 mbar verhalten sich z. B. Helium und Wasserstoff wie ideale Gase.

16.1 Gesetz von Boyle-Mariotte

Komprimiert man ein ideales Gas bei gleichbleibender Temperatur auf die Hälfte (ein Drittel, ...) des ursprünglichen Volumens, steigt der Druck auf das Doppelte (Dreifache, ...) des ursprünglichen Druckes.

Es gilt somit: $V \sim \frac{1}{p}$

Daraus folgt das Gesetz von Boyle-Mariotte:

$p\,V = const.$

Ändert man das Volumen, das ein Gas bei konstanter Temperatur einnimmt, so ändert sich der Druck derart, daß das Produkt aus Druck und Volumen stets denselben Wert liefert.

Beispiel A

Wieviel Luft entweicht aus einem Raum (10 m x 7 m x 3,5 m), wenn bei gleichbleibender Temperatur der Luftdruck von 1018 mbar auf 985 mbar sinkt?

Durch Druckverringerung muß es bei $T = const.$ zu einer Volumsvergrößerung kommen.

$p_1 V_1 = p_2 V_2$

$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$

$V_2 = \frac{1018\ \text{mbar} \cdot 10 \cdot 7 \cdot 3{,}5\ \text{m}^3}{985\ \text{mbar}} = 253{,}2\ \text{m}^3$

$\Delta V = V_2 - V_1$

$\Delta V = 8{,}2\ \text{m}^3$

Es entweichen 8,2 m³ Luft.

Es zeigt sich, daß bei stärkerer Kompression die Versuchsergebnisse mit den Rechenergebnissen nicht übereinstimmen: Die errechneten Volumina sind wesentlich kleiner.

Ursache:

Die Voraussetzungen für ein ideales Gas sind bei stärkerer Kompression nicht mehr gegeben, da der Abstand der Gasteilchen so gering wird, daß Kräfte zwischen ihnen auftreten. Diese widersetzen sich einer Abstandsverringerung und damit einer weiteren Kompression.

Die *Isotherme* eines realen Gases deckt sich mit einem idealen Gas bis zu einem bestimmten Druck. Ab diesem Punkt verläuft die Kurve des realen Gases steiler. (Abb. 120.5)

16.2 Gesetz von Gay-Lussac

Gay-Lussac untersuchte den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen Temperatur und Volumen bei konstantem Druck. Eine Zustandsänderung, bei welcher der Druck konstant bleibt, heißt *isobar*.

Versuch (Abb. 121.2)
Ein luftgefülltes Glasgefäß wird in einem Wasserbad erwärmt. Ein Flüssigkeitstropfen im waagrechten Teil des Rohres dient als Verschluß und zugleich als Anzeiger. Bei Erwärmung bewegt sich der Tropfen von seiner Ausgangsposition nach rechts. Die Volumszunahme kann bei konstantem Querschnitt des Rohres berechnet werden.

Der Graph der Temperatur- und Volumswerte ist ein Geradenstück.

Verlängert man das Geradenstück nach links, schneidet es die Temperaturachse bei –273,15 °C. (Abb. 121.3)

Nach der Geradengleichung $y = k\,x + d$ gilt folgender Zusammenhang:

$$V = \frac{V_0}{273{,}15\ ^\circ\mathrm{C}}\,\vartheta + V_0 = V_0\,(1 + \frac{1}{273{,}15\ ^\circ\mathrm{C}}\,\vartheta)$$

Da $V = V_0\,(1 + \gamma\,\vartheta)$ gilt, folgt durch Koeffizientenvergleich:

$$\gamma = \frac{1}{273{,}15\ ^\circ\mathrm{C}} = 0{,}00366\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$$

Der räumliche Ausdehnungskoeffizient für alle Gase ist nahezu gleich. Er beträgt $0{,}00366\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$.

Wir formen etwas um:

$$V = V_0\,\frac{273{,}15 + \vartheta}{273{,}15} = V_0\,\frac{T}{T_0}$$

Daraus folgt das *Gesetz von Gay-Lussac:*

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = const.$$

Für ein ideales Gas bei konstantem Druck gilt: Das Verhältnis aus Volumen und Temperatur bleibt konstant.

Auch dieses Gesetz gilt in vollem Umfang nur für ideale Gase, da ein reales Gas auch beim absoluten Nullpunkt ein bestimmtes Volumen besitzt. Die Isobare darf dann nicht bis zum Schnitt mit der Temperaturachse verlängert werden.

Beispiel A

Um wieviel Grad muß eine bestimmte Luftmenge von 18 °C erwärmt werden, damit sie bei konstantem Druck ihr Volumen verdoppelt?
Soll das Volumen verdoppelt werden, muß nach dem Gesetz von Gay-Lussac auch die absolute Temperatur verdoppelt werden:

$T = (273{,}15 + 18)\ \mathrm{K} \quad \Leftrightarrow \quad 2\,T = 2\,(273{,}15 + 18)\ \mathrm{K} = 582{,}3\ \mathrm{K}$

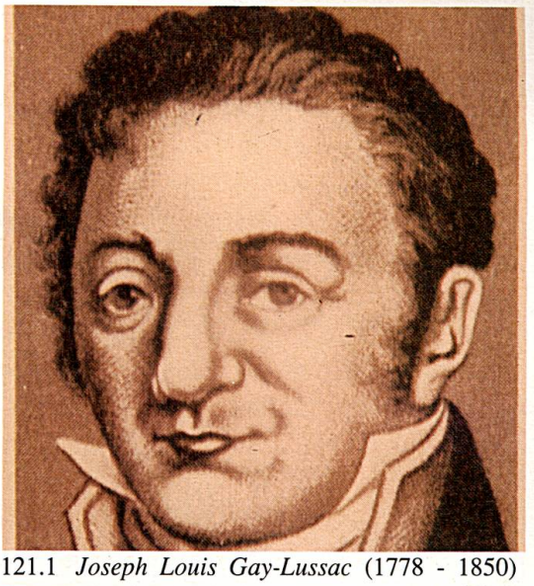
$\vartheta = (582{,}3 - 273{,}15)\ ^\circ\mathrm{C} = 309{,}15\ ^\circ\mathrm{C}$

Die Lufttemperatur muß um 291,15 °C auf 309,15 °C erhöht werden.

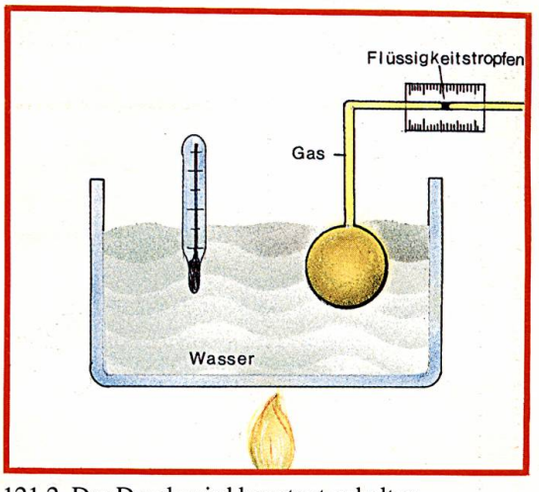
16.3 Gesetz von Amontons

Das *Gesetz von Amontons* beschreibt den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen Temperatur und Druck bei konstantem Volumen. Eine Zustandsänderung, bei der das Volumen konstant gehalten wird, heißt *isochor*.

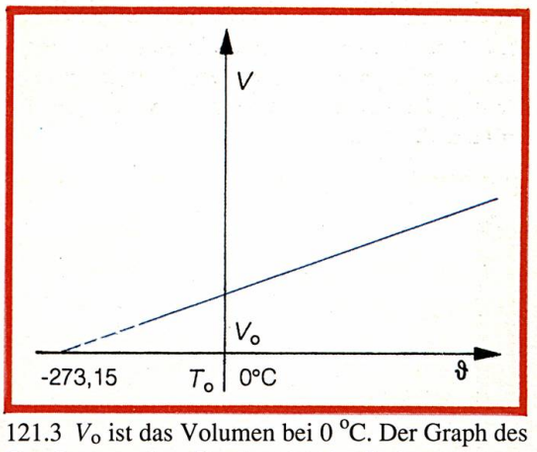
Versuch (Abb. 121.4)
Wir halten bei diesem Versuch das Gasvolumen konstant, wobei bei steigender Temperatur der entsprechende Druck gemessen wird.



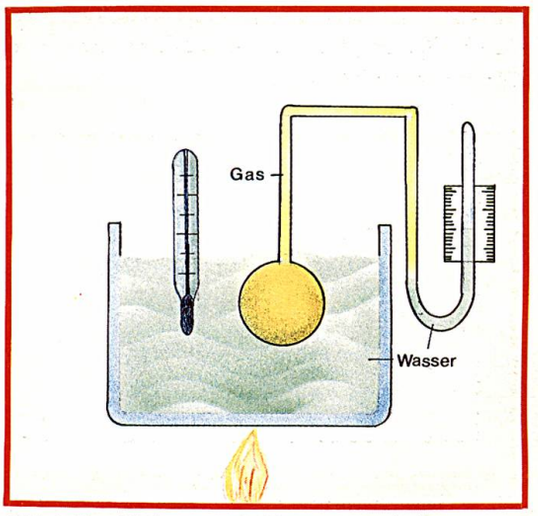
121.1 *Joseph Louis Gay-Lussac* (1778 - 1850)



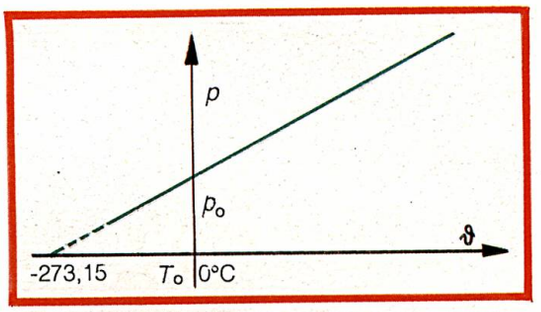
121.2 Der Druck wird konstant gehalten.



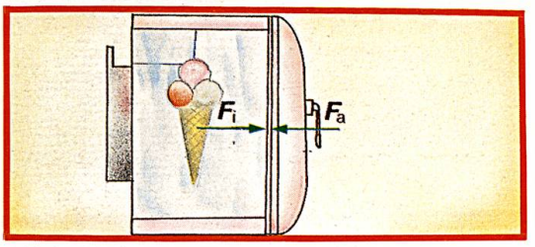
121.3 V_0 ist das Volumen bei 0 °C. Der Graph des Gay-Lussacschen Gesetzes ist eine Isobare.



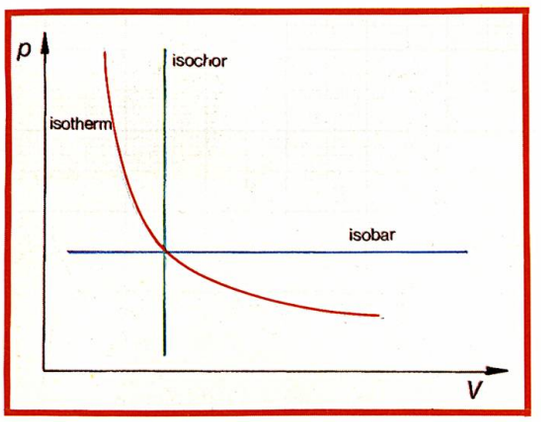
121.4 Das Volumen wird konstant gehalten.



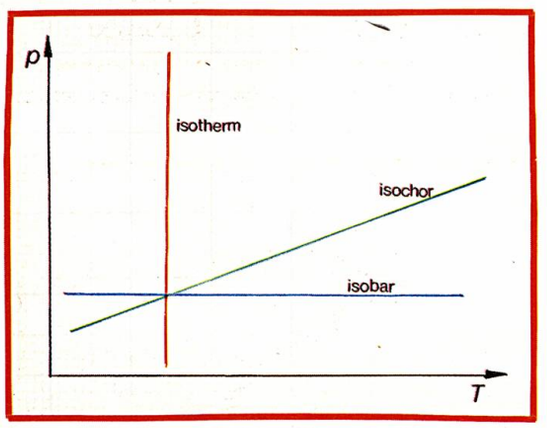
122.1 Der Graph des Amontonschen Gesetzes ist eine *Isochore*.



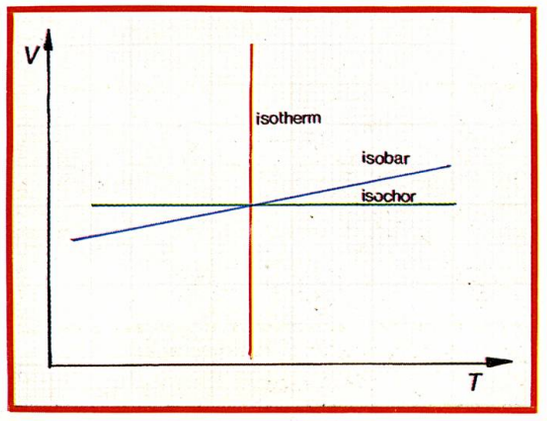
122.2 Abbildung zu Beispiel A



122.3 *p-V*-Diagramm zur isothermen, isobaren und isochoren Zustandsänderung



122.4 *p-T*-Diagramm



122.5 *V-T*-Diagramm

Das mit der Glaskugel verschmolzene Glasröhrchen soll einen so kleinen Durchmesser besitzen, daß die Volumsänderung bei Druckänderung vernachlässigbar ist.

Der Graph der Temperatur- und Druckwerte ist ein Geradenstück. (Abb. 122.1)

Analoge Überlegungen wie bei der Erarbeitung des Gesetzes von Gay-Lussac führen zum *Gesetz von Amontons:*

$$p = p_0 \left(1 + \frac{1}{273{,}15\ ^\circ\text{C}}\,\vartheta\right)$$

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0} = const. \qquad \text{Gesetz von Amontons}$$

Das Gesetz von Amontons wird häufig auch als Gay-Lussacsches Gesetz bezeichnet.

Beispiel A (Abb. 122.2)

In einem absolut dicht schließenden Tiefkühlschrank herrscht vor der Inbetriebnahme eine Temperatur von 20 °C bei 1013 mbar. Nach dem Einschalten sinkt die Temperatur auf –10 °C.

a) Wie groß ist dann der Druck im Inneren?

b) Welche Kraft ist jetzt zum Öffnen der Kühlschranktür (0,8 m²) erforderlich, wenn der äußere Luftdruck 1013 mbar beträgt?

a) $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$

$$p_2 = \frac{1013\ \text{mbar} \cdot 263{,}15\ \text{K}}{293{,}15\ \text{K}}$$

$p_2 = 909$ mbar

Der Druck sinkt auf 909 mbar.

b) Die äußere Druckkraft auf die Tür ist somit größer als die innere.

$F = F_a - F_i$

$F = p_1 A - p_2 A$

$F = A\,(p_1 - p_2)$

$F = 0{,}8\ \text{m}^2\,(1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa} - 9{,}09 \cdot 10^4\ \text{Pa})$

$F = 8320$ N

Die Kraft von 8320 N ist erforderlich.

Folgerung: Die Dichtungen von Kühlgeräten sind mit feinen Öffnungen versehen, sodaß ein Druckausgleich möglich ist.

Zustands-änderung	Gesetz von		
isotherm	Boyle-Mariotte	$p \sim \frac{1}{V}$	$p\,V = const.$	$p_1 V_1 = p_2 V_2$
isobar	Gay-Lussac	$V \sim T$	$\frac{V}{T} = const.$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
isochor	Amontons	$p \sim T$	$\frac{p}{T} = const.$	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

16.4 Zustandsgleichung idealer Gase

Durch Kombination des Boyle-Mariotteschen und des Gay-Lussacschen Gesetzes kann man Vorgänge beschreiben, bei denen sich Druck, Volumen und Temperatur ändern.
Es gelten folgende Zusammenhänge:

$V \sim \frac{1}{p}$ und $V \sim T$. Daraus folgt: $V \sim \frac{T}{p}$

Mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors c erhält man:

$$V = c\,\frac{T}{p} \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{V\,p}{T} \text{ bzw. } \frac{V_1\,p_1}{T_1} = \frac{V_2\,p_2}{T_2}$$

Für eine bestimmte Gasmenge bleibt $\frac{V\,p}{T}$ konstant.

Beispiel A (Abb. 123.2)

Welcher Druck herrscht in einem luftgefüllten Autoreifen, wenn er durch Sonneneinstrahlung und längere Fahrt von 15 °C auf 70 °C erwärmt wird? Das Luftvolumen ändert sich infolge der Ausdehnung des Reifens von 7,2 dm³ auf 7,4 dm³. Der Ausgangsdruck beträgt 2,8 bar.

$$\frac{p_1\,V_1}{T_1} = \frac{p_2\,V_2}{T_2} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = \frac{p_1\,V_1\,T_2}{V_2\,T_1}$$

$$p_2 = \frac{2{,}8\text{ bar} \cdot 7{,}2\text{ dm}^3 \cdot 343{,}15\text{ K}}{7{,}4\text{ dm}^3 \cdot 288{,}15\text{ K}}$$

$p_2 = 3{,}2$ bar

Der Druck beträgt 3,2 bar.

Da das Volumen eines Gases durch Druck und Temperatur beeinflußt wird, hat man zu Vergleichszwecken sogenannte *Standardbedingungen* eingeführt. Diese sind definiert durch die Temperatur $T = 273{,}15$ K und den Druck $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa.

Beispiel B

Ein Gas nimmt bei 38 °C und 980 mbar ein Volumen von 4,2 dm³ ein. Welches Volumen hat das Gas unter Standardbedingungen?

$$\frac{p\,V}{T} = \frac{p_0\,V_0}{T_0} \quad \Leftrightarrow \quad V_0 = \frac{p\,V\,T_0}{p_0\,T}$$

$$V_0 = \frac{0{,}980 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 \cdot 273{,}15\text{ K}}{1{,}013 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 311{,}15\text{ K}}$$

$V_0 = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ m³

Das Gas nimmt ein Volumen von 3,6 dm³ ein.

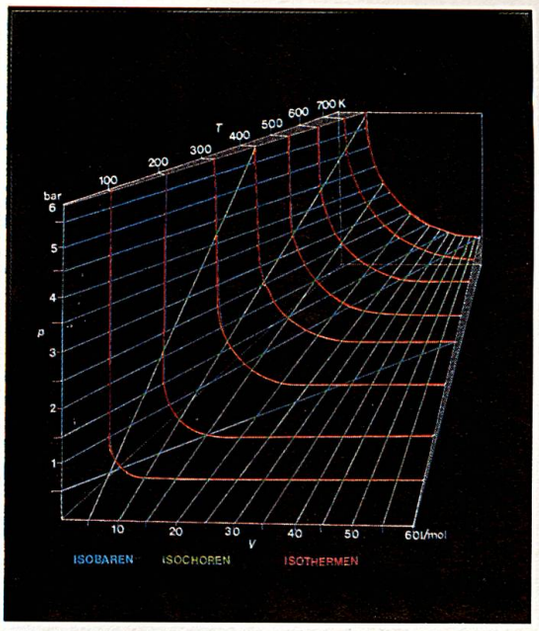
Die Einheit der Stoffmenge - Loschmidtkonstante

Wir stellen uns die Frage, ob zwei gleiche Massen Wasser und Schwefelsäure auch gleich viele Moleküle enthalten. (Abb. 123.3)

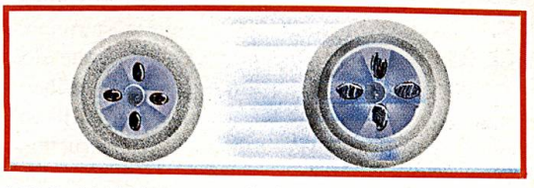
Das Schwefelsäuremolekül enthält im Vergleich zum Wassermolekül noch zusätzlich 3 O-Atome und 1 S-Atom. Daher benötigt man bei Schwefelsäure weniger Moleküle, um dieselbe Masse wie bei Wasser zu erhalten.

Um verschiedene Substanzen bezüglich ihrer Teilchenmenge zu vergleichen, führen wir eine neue Grundgröße ein, die *Stoffmenge*.

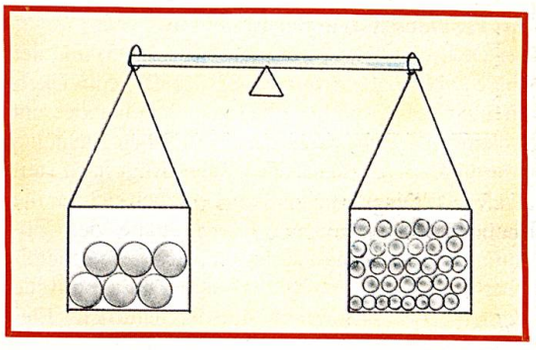
Die Einheit der Stoffmenge ist 1 Mol (mol).



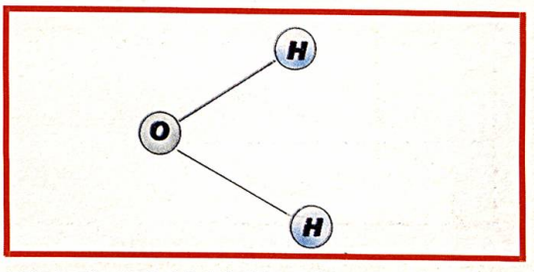
123.1 p-V-T-Diagramm



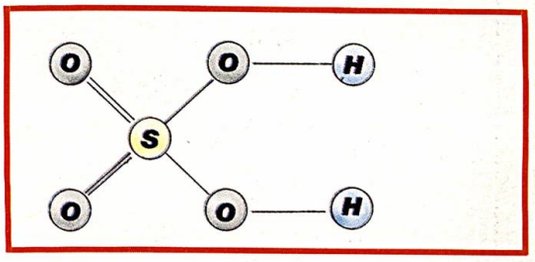
123.2 Abbildung zu Beispiel A



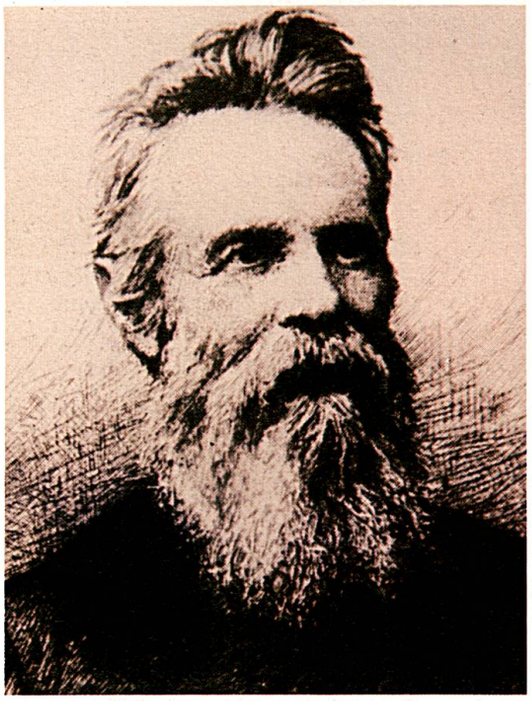
123.3 Gleiche Masse - verschiedene Teilchenanzahl



123.4 Ein H_2O-Molekül besteht aus
2 H-Atomen
1 O-Atom



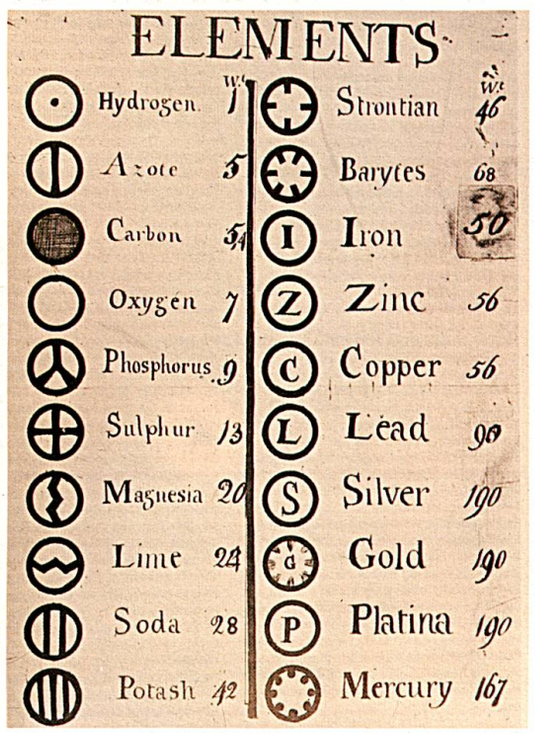
123.5 Ein H_2SO_4-Molekül besteht aus
2 H-Atomen
1 S-Atom
4 O-Atomen



124.1 *Joseph Loschmidt* (1821 - 1895), österreichischer Physiker und Chemiker. Er ermittelte den Wert der Konstanten aus Ergebnissen der kinetischen Gastheorie. 1974 wurde die Loschmidtkonstante experimentell durch optische Untersuchungen an einem Siliziumkristall neu festgelegt. Der genaue Wert beträgt $6{,}0220943 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$.

Das Periodensystem der Elemente

Der Deutsche *Lothar Meyer* (1830 - 1895) und der Russe *Dmitrij Mendelejew* (1834 - 1907) entwickelten gleichzeitig und unabhängig voneinander ein System, in welches sich die chemischen Elemente einordnen lassen. Das Einordnen erfolgt nach steigender Kernladungszahl. Dabei ergeben sich für die Elemente einer Zeile bzw. einer Spalte viele Zusammenhänge bezüglich physikalischer und chemischer Eigenschaften. Derzeit sind 109 chemische Elemente bekannt, davon sind 92 natürliche Elemente.



124.2 *John Dalton* erstellte bereits zu Beginn des 19. Jahrhunderts eine Elementtafel mit Massenzahlen. Einige der angeführten Substanzen sind jedoch keine Elemente, sondern chemische Verbindungen.

1 Mol ist jene Menge einer Substanz, die gleich viele Teilchen (Moleküle oder Atome) enthält wie 12 g des Kohlenstoffisotops C12.

12 ist die sogenannte *Massenzahl* des Kohlenstoffatoms. Diese ist die "Summe" der 6 Protonen und 6 Neutronen des Kohlenstoffatoms. Mit Hilfe aufwendiger Experimente hat man festgestellt, daß das Kohlenstoffatom eine Masse von $12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg besitzt. 1/12 dieses Wertes bezeichnet man als *atomare Masseneinheit (unit)*.

$$1\ \text{unit (u)} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

1 u ist so definiert, daß die Masse eines Kohlenstoffatoms C12 12 u ist.

Da die Masse eines Wasserstoffatoms (1 Proton im Kern) ungefähr 1 u beträgt, lassen sich die Atommassen aller Elemente annähernd in Vielfachen der Wasserstoffatommasse ausdrücken.

Es erhebt sich nun die Frage, wie viele Teilchen 1 mol einer beliebigen Substanz enthält. Wir führen die Berechnung mit Hilfe bekannter Zahlenwerte durch:

$$\text{Anzahl der Teilchen im Mol} = \frac{\text{Masse eines Mols C12}}{\text{Masse eines Atoms C12}} =$$

$$= \frac{12\ \text{g/mol}}{12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24}\ \text{g}} = 6 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

Diese Anzahl ist konstant und wird als *Loschmidtkonstante* L oder *Avogadrokonstante* bezeichnet.

$$L = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

1 kmol enthält $6{,}022 \cdot 10^{26}$ Teilchen.

Die Loschmidtkonstante ist eine unvorstellbar große Zahl. Die folgenden Vergleiche sollen zur Veranschaulichung dienen.

(1) Entweichen aus einem Behälter (mit L Teilchen Inhalt) 7 Millionen Teilchen (Einwohnerzahl Österreichs) pro Sekunde, so dauert das Ausströmen 2,7 Milliarden Jahre.

(2) "Färbt" man alle Moleküle von 1/4 Liter Wasser ($8 \cdot 10^{24}$ H_2O-Moleküle) und verteilt diese gleichmäßig in allen Weltmeeren, kann man beim Herausschöpfen eines Viertelliters Meerwasser noch durchschnittlich 1200 "gefärbte" Moleküle finden.

Die molare Masse m_A eines Stoffes ist die Masse von 1 mol.

Da die Massen von Atomen und Molekülen sehr klein sind, werden sie in Vielfachen der atomaren Masseneinheit angegeben. Für das obige Beispiel gilt:

H ... 1 u
O ... 16 u
S ... 32 u

1, 16, 32 sind die relativen Atommassen

So erhält man für: 18, 98 sind die relativen Molekülmassen

H_2O: $2 \cdot 1\,u + 1 \cdot 16\,u = 18\,u$
H_2SO_4: $2 \cdot 1\,u + 1 \cdot 32\,u + 4 \cdot 16\,u = 98\,u$

1 mol H_2O wiegt 18 g.
1 mol H_2SO_4 wiegt 98 g.

Dies bedeutet aber auch, daß 18 g H_2O und 98 g H_2SO_4 die gleiche Anzahl von Teilchen enthalten.

Zustandsgleichung eines idealen Gases

Amadeo Avogadro (1776 - 1856) entdeckte im Jahr 1811:

1 mol eines beliebigen Gases besitzt unter Standardbedingungen ein Volumen von 22,41 dm³. Man bezeichnet dieses Volumen als Molvolumen V_m.

Bezieht man die Zustandsgleichung eines idealen Gases $\frac{p\,V}{T} = c$ auf das Molvolumen V_m, so bezeichnet man die Konstante auf der rechten Seite der Gleichung mit R:

$$\frac{p\,V_m}{T} = R$$

Da R offenbar für alle Gase gleich ist, heißt sie *universelle Gaskonstante*. Wir berechnen R:

$$R = \frac{p\,V_m}{T} = \frac{p_0\,V_m}{T_0} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot 22{,}41 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3\,\text{mol}^{-1}}{273{,}15\ \text{K}} = 8{,}31\ \text{J K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}$$

$R = 8{,}314\ \text{J K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}$ R ... universelle Gaskonstante

Beträgt das Volumen V eines Gases das n-fache Molvolumen, dann gilt offenbar:

$$p\,V = p \cdot n\,V_m = n \cdot R\,T$$

Zustandsgleichung für n mol eines idealen Gases:
$p\,V = n\,R\,T$

Die Boltzmannkonstante

Besteht eine bestimmte Menge eines Gases aus N Teilchen, dann gilt $n = N/L$. Denn die Teilchenanzahl L je mol ist in der Gesamtteilchenzahl n-mal enthalten. Damit erhält die Zustandsgleichung diese Form:

$$p\,V = \frac{N}{L}\,R\,T = N\,\frac{R}{L}\,T$$

Da R und L Konstanten sind, ist auch R/L eine Konstante:

$$k = \frac{R}{L} = \frac{8{,}314\ \text{J K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$$

k heißt *Boltzmannkonstante*.

Zustandsgleichung eines idealen Gases: $p\,V = N\,k\,T$
Das Produkt aus Druck und Volumen eines Gases ist proportional dem Produkt aus Temperatur und Teilchenanzahl. Der Proportionalitätsfaktor k heißt Boltzmannkonstante.

Beispiel C

Wie viele Teilchen pro cm³ enthält ein Gas bei –130 °C und einem Druck von $1{,}7 \cdot 10^{-15}$ bar?

$$p\,V = N\,k\,T \quad \Leftrightarrow \quad N = \frac{p\,V}{k\,T}$$

$$N = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-10}\ \text{Pa} \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3}{1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J K}^{-1} \cdot 143{,}15\ \text{K}} \approx 90\,000$$

1 cm³ enthält etwa 90 000 Teilchen.

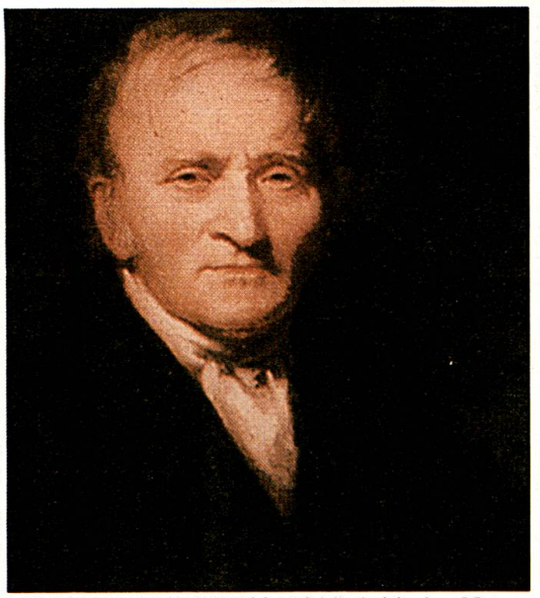
125.1 *Lothar Meyer* (links) und *Dmitrij Mendelejew* (rechts), die Schöpfer des Periodensystems

125.2 *Amadeo Avogadro* (1776-1856), ein italienischer Physiker, überlieferte wesentliche Beiträge zur Gastheorie. Er nannte die Teilchen eines Gases "molecules elementaires", *Moleküle*.
Avogadro erkannte, daß in einem bestimmten Gasvolumen bei konstantem Druck und konstanter Temperatur stets eine bestimmte Anzahl von Molekülen vorhanden ist.
Weiters konnte er erklären, weshalb 2 l Wasserstoff und 1 l Sauerstoff unter normalen Bedingungen nicht 1 l, sondern 2 l Wasser ergeben: Im Wassermolekül H_2O sind zwar 2 Wasserstoffatome an 1 Sauerstoffatom gebunden, aber unter normalen Bedingungen kommen Wasserstoff und Sauerstoff nicht in atomarer Form, sondern als Elementarmoleküle H_2 und O_2 vor. Somit verdoppelt sich die Anzahl der Teilchen, die in einem Liter vorhanden sind. Folglich erhält man für ein bestimmtes Sauerstoffvolumen das doppelte Wasservolumen.

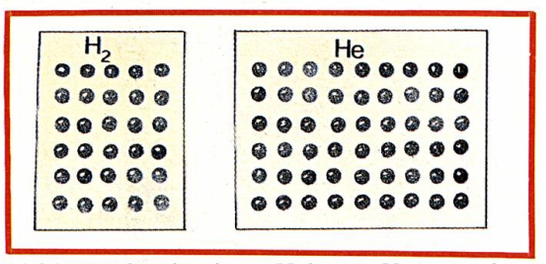
Eine weitere Form der Zustandsgleichung:
Aus $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ und $n = m/m_A$ folgt
$p \cdot V = R \cdot T \cdot m/m_A$
Mit $R_s = R/m_A$ erhält man:
$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$
Diese Form der Zustandsgleichung wird verwendet, wenn man die Masse des Gases kennt. R_s wird als *spezifische Gaskonstante* bezeichnet. Ihre Einheit ist $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Kohlendioxid	189
Luft	287,1
Methan	518,3
Stickstoff	296,8
Wasserdampf	461,4
Ammoniak	488,2
Wasserstoff	4124,8

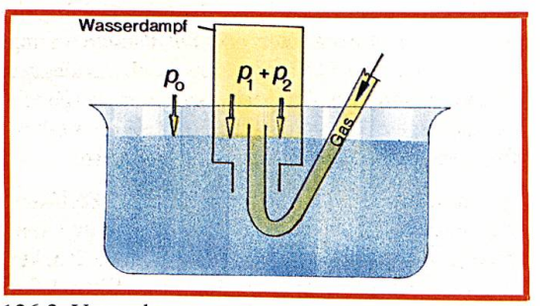
125.3 Die spezifische Gaskonstante R_s für einige Gase in $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$



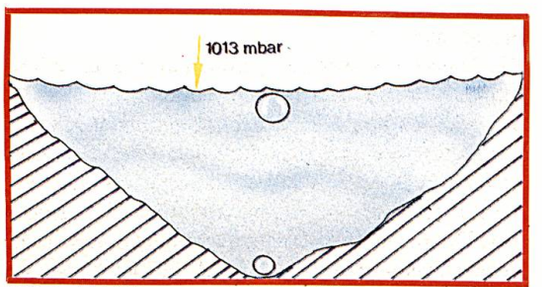
126.1 *John Dalton* (1766 - 1844), britischer Naturforscher. Er befaßte sich mit den physikalischen Eigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen und stellte eine chemische Atomtheorie auf. Deren entscheidender Gedanke war, daß die Atome verschiedener Elemente verschiedene Massen, die Atome desselben Elementes gleiche Massen haben.



126.2 H_2-Gas in einem Volumen V_1 unter dem Druck p und He-Gas in einem Volumen V_2 unter dem gleichen Druck p



126.3 Versuch
Fängt man ein Gas über Wasser ein, so mischt sich der Wasserdampf mit dem Gas. Der Gesamtdruck im Auffanggefäß ergibt sich aus den Partialdrucken des Gases und des Wasserdampfes. Da der Wasserspiegel innerhalb und außerhalb des Gefäßes gleich hoch steht, muß der Innendruck gleich groß sein wie der äußere Luftdruck. Zur Ermittlung des Gasdruckes zieht man den Druck des Wasserdampfes vom Luftdruck ab.



126.4 Abbildung zu Aufgabe 242

Beispiel D

Wie groß ist die Temperatur im Mittelpunkt der Sonne unter der Annahme, daß sie konstante Dichte ($\rho = 1{,}41 \cdot 10^3$ kg/m^3) besitzt, nur aus Wasserstoffatomen ($m_H = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) besteht, und der Druck $1{,}35 \cdot 10^{14}$ Pa beträgt?

$$p\,V = p\,\frac{m}{\rho} = n\,R\,T$$

Bezogen auf 1 mol gilt: $n = 1$, $m = L\,m_H$

$$\frac{p\,L\,m_H}{\rho} = R\,T \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{p\,L\,m_H}{\rho\,R}$$

$$T = \frac{1{,}35 \cdot 10^{14}\ \text{Pa} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1{,}41 \cdot 10^{3}\ \text{kg m}^{-3} \cdot 8{,}314\ \text{J K}^{-1}\ \text{mol}^{-1}} = 1{,}16 \cdot 10^7\ \text{K}$$

Die Temperatur beträgt $1{,}16 \cdot 10^7$ K. (Sie reicht aus, um die Kernfusion aufrecht zu erhalten.)

16.5 Gesetz von Dalton

Gase, die chemisch nicht miteinander reagieren, lassen sich beliebig mischen.

Verbindet man beide Behälter (Abb. 126.2), so erhält man das Volumen $V = V_1 + V_2$. Der Gesamtdruck ist p.

Befände sich jedes Gas allein im Gasraum V, dann übte es einen geringeren Druck p_1 bzw. p_2 aus. Nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte gilt:

$$p_1\,V = p\,V_1 \quad \Leftrightarrow \quad p_1 = \frac{p\,V_1}{V} \quad \text{und} \quad p_2\,V = p\,V_2 \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = \frac{p\,V_2}{V}$$

Man sieht, daß p die Summe der beiden *Partialdrucke* p_1 und p_2 darstellt:

$$p_1 + p_2 = \frac{p\,V_1}{V} + \frac{p\,V_2}{V} = \frac{p\,(V_1 + V_2)}{V} = \frac{p\,V}{V} = p$$

Gesetz von *Dalton:*
Der Gesamtdruck eines Gasgemisches ist gleich der Summe der Partialdrucke seiner Einzelgase. Der Partialdruck ist der Druck, den ein Einzelgas ausübt, wenn es den Gesamtraum des Gasgemisches allein ausfüllt.

Beispiel A

Ein Gasgemisch ($p = 1{,}2 \cdot 10^5$ Pa) hat folgende volumsmäßige Zusammensetzung:
65 % Stickstoff
20 % Sauerstoff
15 % Kohlendioxid
Wie groß sind die Partialdrucke der Einzelgase?

Druckanteile:

$p = p_1 + p_2 + p_3$

$p_1 = 0{,}65\,p$ $\qquad$ $p_2 = 0{,}2\,p$ $\qquad$ $p_3 = 0{,}15\,p$

$p_1 = 0{,}65 \cdot 1{,}2 \cdot 10^5$ Pa

$p_1 = 7{,}8 \cdot 10^4$ Pa $\qquad$ $p_2 = 2{,}4 \cdot 10^4$ Pa $\qquad$ $p_3 = 1{,}8 \cdot 10^4$ Pa

Das Gesetz von Dalton gilt in strenger Form nur für ideale Gase.

Aufgaben

241. In einer Stahlflasche steht ein Gas bei 20 °C unter einem Druck von 3,2 bar. Um wieviel nimmt der Druck zu, wenn das Gas auf 40 °C erhitzt wird?

242. Das Volumen einer Luftblase ist an der Oberfläche ($p = 1013$ mbar) doppelt so groß ist wie auf dem Seegrund (Abb. 126.4). Wie tief ist der See?

243. Eine Vakuumröhre weist bei 25 °C einen Druck von $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ Pa auf. Berechne die Anzahl der Gasmoleküle, die sich in der Röhre befinden, wenn diese ein Volumen von 120 cm³ hat.

244. Die Dichte von Kohlendioxid unter Standardbedingungen beträgt 1,98 kg/m³. Berechne die Dichte von CO_2 bei 10 °C und einem Druck von 950 mbar.

245. Berechne das Volumen einer Sauerstoffmenge bei Standardbedingungen, wenn diese bei einem Druck von 12 atm und einer Temperatur von 28 °C ein Volumen von 16 dm³ besitzt. (1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa)

246. In einer abgeschlossenen Gasmenge von 2500 cm³ herrscht ein Druck von 5 bar bei 10 °C. Durch Erwärmung steigt der Druck auf 5,6 bar an. Welche Temperatur hat das Gas?

247. Eine eingeschlossene Gasmenge wird isochor um 80 °C erwärmt. Der sich dabei einstellende Enddruck verhält sich zum Ausgangsdruck wie 5 : 3. Berechne die Temperaturen vor und nach dem Erwärmen.

248. Berechne das Volumen einer Gasflasche, die bei einem Druck von 200 bar und einer Temperatur von 25 °C ein Gas enthält, das bei einem Druck von 1,4 bar und einer Temperatur von 15 °C ein Volumen von 1,3 m³ einnimmt.

249. Der Rezipient einer Luftpumpe faßt 4 Liter. Bei konstanter Temperatur (18 °C) wird Luft herausgepumpt, wobei der Druck von 980 mbar auf 20 mbar sinkt. Berechne die dabei entweichende Luftmasse.
(ρ_{Luft} = 1,293 kg/m³ bei Standardbedingungen)

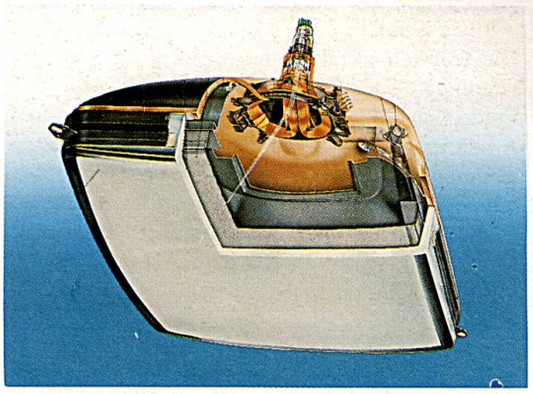
250. Ein Gas nimmt bei –15 °C und 2,3 bar einen Raum von 0,8 m³ ein.
a) Wieviel mol dieses Gases sind vorhanden?
b) Berechne die Teilchenanzahl.

251. Eine Gasmenge nimmt bei 260 K ein Volumen von 50 cm³ ein. Wie groß ist das Volumen, wenn bei konstantem Druck die Temperatur auf 400 K gesteigert wurde?

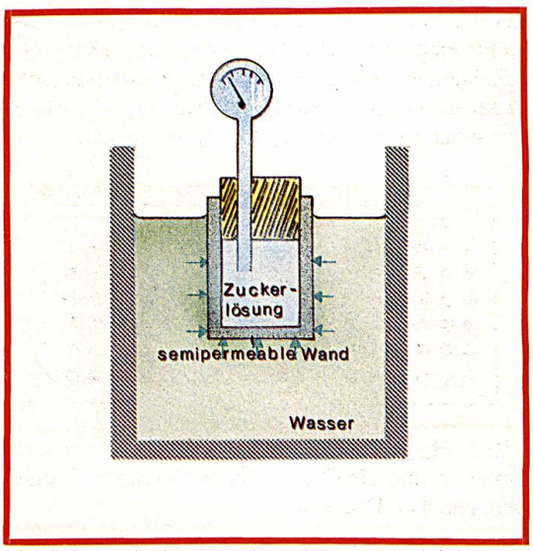
252. Eine Stahlflasche von 12 dm³ Rauminhalt ist mit CO_2 gefüllt. Berechne die Masse des Inhalts bei einer Temperatur von 20 °C und einem Druck von 75 bar.

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter den Zustandsgrößen eines Gases?
2. Was versteht man unter einem idealen Gas?
3. Wie lautet das Gesetz von Boyle-Mariotte?
4. Welche Bedingung gilt für eine isotherme Zustandsänderung?
5. Wodurch unterscheiden sich die Isothermen eines idealen und eines realen Gases? Worin besteht die Ursache für diesen Unterschied?
6. Wie lautet das Gesetz von Gay-Lussac?
7. Welche Bedingung gilt für eine isobare Zustandsänderung?
8. Wie groß ist der räumliche Ausdehnungskoeffizient von Gasen?
9. Wie lautet das Gesetz von Amontons?
10. Welche Bedingung gilt für eine isochore Zustandsänderung?
11. Was versteht man unter einer Isochoren?
12. Wie lauten die drei Formen der Zustandsgleichung idealer Gase?
13. Was versteht man unter einem mol?
14. Wie groß ist die atomare Masseneinheit?
15. Welchen Wert besitzt die Loschmidtkonstante?
16. Was versteht man unter der molaren Masse?
17. Wie sind die Standardbedingungen definiert?
18. Welches Volumen nimmt 1 mol eines Gases unter Standardbedingungen ein?
19. Wie ist die Boltzmannkonstante festgelegt?
20. Wie lautet das Gesetz von Dalton?



127.1 In einer Bildröhre herrscht ein Unterdruck. Die Anzahl der Gasteilchen ist gering.



127.2 Osmotischer Druck und Zustandsgleichung: Die Osmose ist bekanntlich ein Diffusionsvorgang. Der Zustand eine Stoffes in einer stark verdünnten Lösung ist mit dem Zustand eines Gases vergleichbar: In beiden Fällen sind die Teilchen im Verhältnis zu ihrer Größe weit voneinander entfernt.

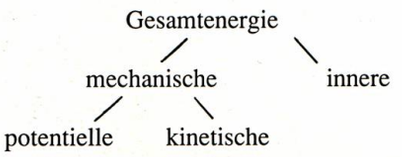
Man füllt einen Tonzylinder mit einer Zuckerlösung bekannter Konzentration, verschließt ihn und stellt ihn in ein Gefäß mit reinem Wasser. Da die Zuckermoleküle nicht aus der Tonzelle herausdiffundieren können, wohl aber die Wassermoleküle hinein, bildet sich ein Überdruck in der Zelle aus. *Jacobus van't Hoff* (1852-1911), ein holländischer Chemiker, fand die Formel für den osmotischen Druck. Sie besitzt die gleiche Form wie die Zustandsgleichung für ein ideales Gas.

Der osmotische Druck p_{os} ist ebenso groß wie der Druck, den die gelösten Teilchen als ideales Gas ausüben würden:

$$p_{os} \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Erklärung:
Die Tonzelle ist eine semipermeable Wand, welche für die Wassermoleküle kein Hindernis bildet, für die gelösten Teilchen jedoch schon. Die Zuckerlösung übt somit einen zusätzlichen Druck, den osmotischen Druck, auf die Wand aus. Je verdünnter die Lösung ist, umso genauer entspricht der osmotische Druck der Formel. Etwa für eine einprozentige Zuckerlösung erhält man bei 20 °C einen osmotischen Druck von rund 0,7 bar.

Die *Wärmelehre* als eigenen Zweig der Physik begründete *Sadi Carnot* (1796 - 1832). Mit der Entdeckung, daß Wärme niemals vollständig in Arbeit umgewandelt werden kann, und der Bestimmung des Wirkungsgrades einer Dampfmaschine setzte er den entscheidenden Beginn.
Carnots Überlegungen beruhten aber auf einem Mißverständnis. Er glaubte an die Theorie eines Wärmestoffes, einer Art gewichtsloser Flüssigkeit.
Erst *James Prescott Joule* (1818 - 1889), *William Thomson* (1824 - 1907) und Rudolf Clausius (1822 - 1888) haben gezeigt, daß *Wärme, gleich wie Arbeit, eine Möglichkeit ist, Energie zu übertragen.*



Arbeit bedeutet einen Energietransport, bei dem gleichgerichtete Bewegung der Teilchen auf einen Körper übertragen wird.

17. Wärme und Arbeit

Es stellen sich nun zwei grundsätzliche Fragen:
1. Wodurch kann die Temperatur eines Stoffes verändert werden?
2. Was versteht man unter Wärme?

Aus dem *erweiterten Energieerhaltungssatz* ist bereits der Begriff der *inneren Energie* bekannt. Man versteht darunter jene Energieform, welche durch die ungeordnete Bewegung der einzelnen Moleküle bedingt ist. Die Gesamtenergie besteht aus *mechanischer Energie* und *innerer Energie*.

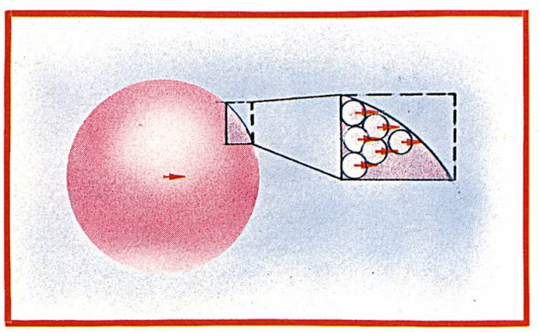
17.1 Arbeit als Form der Energieübertragung

Betrachtet man eine Kugel auf geradliniger Bahn (Abb. 128.1), so erkennt man, daß die Atome (Moleküle) trotz ihrer stets vorhandenen *thermischen Bewegung* eine bestimmte Vorzugsrichtung aufweisen. Man sagt, die Teilchen des Körpers führen eine vorwiegend gleichgerichtete Bewegung aus.

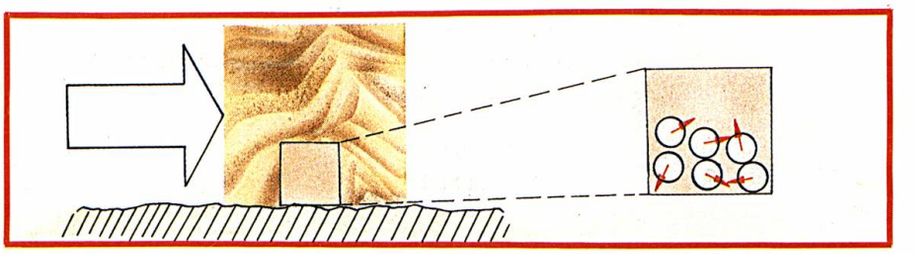
Da die Kugel aus dem ruhenden Zustand bis zu einer Geschwindigkeit v beschleunigt worden ist, mußte Arbeit verrichtet werden.

Allgemein gilt: Will man die mechanische Energie eines Körpers erhöhen, muß dem Körper Arbeit in Form gleichgerichteter Bewegung zugeführt werden.

Arbeit ist eine Möglichkeit der Energieübertragung.

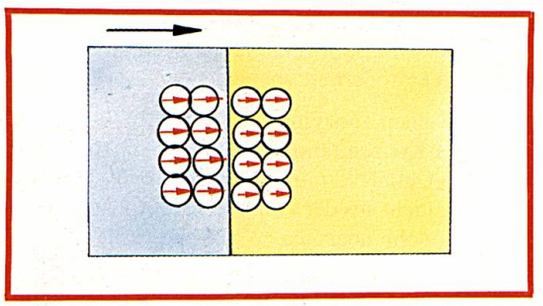


128.1 Kugel auf geradliniger Bahn



Schiebt man einen Holzklotz auf einer rauhen Unterlage, so werden die Teilchen an der Grenzfläche des Körpers zu einer *ungeordneten thermischen Bewegung* angeregt. Es erhöht sich die innere Energie des Körpers: der Körper erwärmt sich.

Bei jedem realen Bewegungsablauf wird ein Teil der zugeführten Energie in innere Energie umgewandelt.



128.2 Bei der Arbeit wird eine gleichgerichtete Bewegung aller Teilchen eines Körpers auf einen anderen Körper übertragen.

17.2 Wärme als Form der Energieübertragung

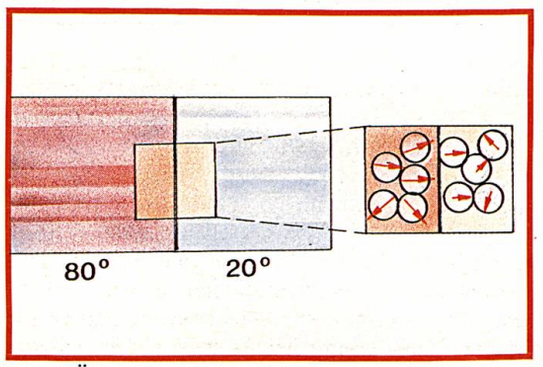
Versuch (Abb. 128.3)
Ein Metallstück wird auf 80 °C erwärmt und mit einem Metallstück von 20 °C verbunden. Man stellt fest, daß sich nach einer bestimmten Zeitdauer eine Mischtemperatur einstellt.

Was ist dabei im Inneren der beiden Körper geschehen?

Die heftigere thermische Molekülbewegung des Körpers höherer Temperatur wird auf den Körper tieferer Temperatur übertragen. Es wird auf das kältere Metall Wärme übertragen, die innere Energie erhöht sich.

Führt man einem System Wärme zu, regt man die Teilchen zu verstärkter ungeordneter Teilchenbewegung an.

Wärme ist eine Form der Energieübertragung.



128.3 Übertragung ungeordneter Bewegung

Anmerkung
Die innere Energie wird oft auch als Wärmeenergie bezeichnet. Da die Begriffsbildung in der Wärmelehre zum Teil von falschen Voraussetzungen ausging, wird oft nicht zwischen dem Vorgang der Energieübertragung (Wärme) und der Energieform (innere Energie) unterschieden.

18. Erster Hauptsatz der Wärmelehre

18.1 Wärmemenge

Ein *Kalorimeter* besteht aus einem Metall- oder Glasgefäß, welches wärmeisoliert ist, d. h. der Energieaustausch mit der Umgebung wird unterbunden.

Läßt man die Gewichte (G) des Reibungskalorimeters (Abb. 129.2) um eine bestimmte Höhe h absinken, verlieren sie an potentieller Energie. Die Flügel (F) drehen sich dabei langsam zwischen den feststehenden Platten (P) im wassergefüllten Kalorimeter. Dabei treten große Reibungskräfte auf. Die dadurch langsam sinkenden Gewichte besitzen eine vernachlässigbare kinetische Energie. Durch die Reibung erhöht sich die innere Energie des Wassers, meßbar als Temperaturerhöhung.

Den Betrag, um den sich die innere Energie erhöht, bezeichnet man als *Wärmemenge* ΔQ.

Somit gilt: $\Delta Q = 2\,G\,h$

Verdoppelt man ΔQ, indem man h oder G verdoppelt, stellt man auch eine doppelt so große Temperaturerhöhung fest: $\Delta Q \sim \Delta\vartheta$

Verdoppelt man die Wassermasse m und will man die gleiche Temperaturerhöhung $\Delta\vartheta$ erreichen, muß man die doppelte Wärmemenge aufwenden: $\Delta Q \sim m$

Daraus folgt: $\Delta Q \sim m\,\Delta\vartheta$

Führt man diesen Versuch nun mit gleichen Massen verschiedener Substanzen (z. B. Quecksilber) durch, so ergeben sich andere Temperaturerhöhungen als bei Wasser. Das bedeutet, daß die dabei auftretende Temperaturerhöhung von einer Materialgröße abhängig ist. Diese wird als spezifische Wärmekapazität c bezeichnet.

Damit folgt:

$$\Delta Q = m\,c\,\Delta\vartheta \qquad \text{Wärmemenge}$$

Da $\Delta\vartheta = \Delta T$, kann die Formel auch in folgender Form angegeben werden:

$$\Delta Q = m\,c\,\Delta T$$

$[\,Q\,] = 1$ Joule

Der Begriff Wärmemenge ist aus der historischen Entwicklung der Wärmelehre zu verstehen. Da die Äquivalenz von Arbeit und Wärme als Form der Energieübertragung vorerst nicht erkannt wurde, hat in der Wärmelehre eine vom Energiebegriff abgekoppelte Begriffsbildung stattgefunden (vgl."Wärmestoff").

18.2 Spezifische Wärmekapazität und molare Wärmekapazität

$$c = \frac{\Delta Q}{m\,\Delta T}$$

Die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes ist jene Wärmemenge, die man benötigt, um die Temperatur von 1 kg des Stoffes um 1 K zu erhöhen.

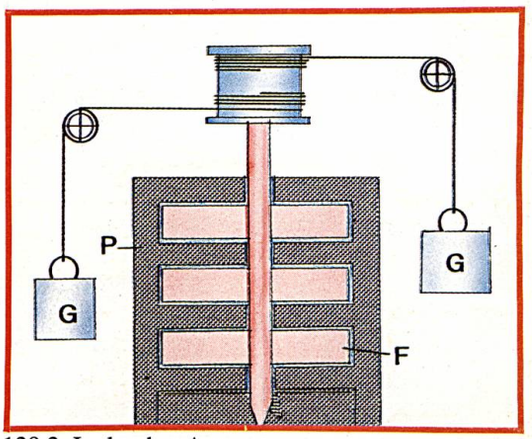
$$[c] = 1\ \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Aus dem Versuch von Joule kann die spezifische Wärmekapazität von Wasser ermittelt werden.

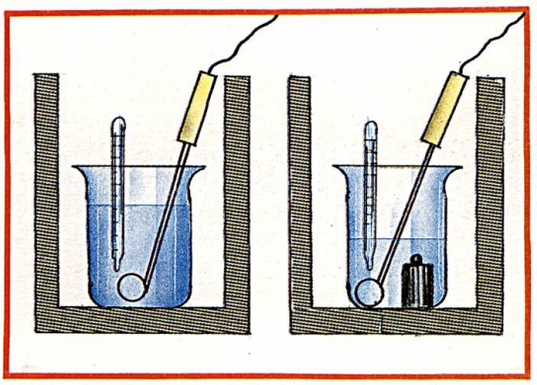
Es gilt:

$$2\,G\,h = m\,c\,\Delta T \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{2\,G\,h}{m\,\Delta T}$$

129.1 Quantitative Untersuchungen zur Umwandlung von mechanischer Energie in innere Energie unternahm als erster *James Prescott Joule* (1818 - 1889). Er lebte in Manchester, war Bierbrauer und Privatgelehrter. Joule versuchte, im Gegensatz zu vielen seiner Zeitgenossen, seine physikalischen Erkenntnisse experimentell zu bestätigen.

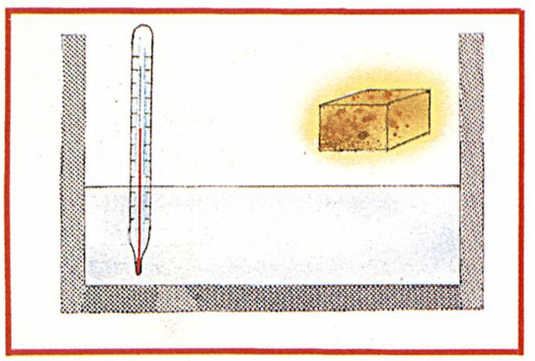


129.2 Joulescher Apparat

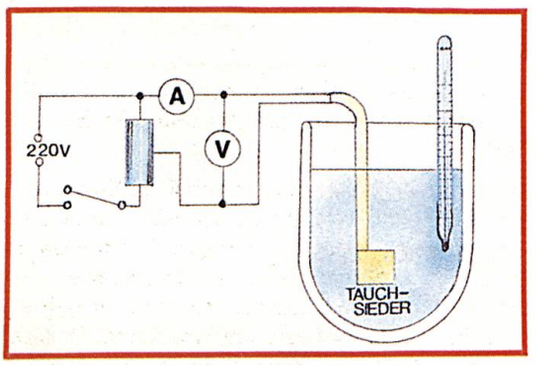


129.3 Die Temperaturerhöhung ist *materialabhängig*.
Dazu ein Versuch: Man erwärmt in einem Kalorimeter 1 000 g Wasser 5 min lang mit Hilfe eines Tauchsieders. Man stellt eine Temperaturerhöhung um 35,5 °C fest. Danach ersetzt man 500 g Wasser durch 500 g Eisen und erwärmt wieder 5 min lang. Man stellt eine Temperaturerhöhung von 61,3 °C fest. Die Temperaturerhöhung ist somit materialabhängig: Eisen erfährt bei Aufnahme der gleichen Wärmemenge eine stärkere Temperaturerhöhung.

130.1 *Julius Robert Mayer* (1814-1878), deutscher Arzt und Physiker, formulierte als erster den erweiterten Energieerhaltungssatz - er erkannte den *Zusammenhang zwischen Wärme und Arbeit*.



130.2 Mischungskalorimeter



130.3 Elektrisches Kalorimeter: Elektrische Energie kann (fast) vollständig in innere Energie umgewandelt werden. Da die zugeführte elektrische Energie bekannt ist, kann die gesuchte Wärmekapazität errechnet werden.

Material	c in J kg^{-1} K^{-1}	C in J mol^{-1} K^{-1}
Aluminium	896	24,2
Eisen	452	25,2
Kupfer	383	24,3
Silber	234	25,2
Gold	129	25,4
Beton	900	
Holz	1900	
Wasser	4190	75,2

130.4 Einige spezifische und molare Wärmekapazitäten

Daraus ergibt sich bei Temperaturerhöhung des Wassers von 14,5 °C auf 15,5 °C:

$$c = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Damit wurde eine eigene Einheit für die Wärmemenge definiert, die Kalorie (cal):

1 Kalorie ist jene Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 g Wasser von 14,5 °C auf 15,5 °C zu erwärmen. Diese Einheit darf im SI nicht mehr verwendet werden. Meistens in Gebrauch war die Kilokalorie (kcal).

Es gilt der Zusammenhang:

$$1 \text{ kcal} = 4187 \text{ J}$$

Dieser Umrechnungsfaktor wird als *mechanisches Wärmeäquivalent* bezeichnet.

Bezieht man die Wärmekapazität nicht auf 1 kg, sondern auf die Stoffmenge 1 mol, so erhält man die *molare Wärmekapazität*.

$C = \dfrac{\Delta Q}{n \, \Delta T}$ molare Wärmekapazität n ... Anzahl der Mol

Ist m_A die molare Masse, dann gilt: $m = m_A \, n$

Daraus folgt:

$$C = \frac{\Delta Q}{\frac{m}{m_A} \Delta T} = \frac{m_A \, \Delta Q}{m \, \Delta T} = c \, m_A$$

$C = c \, m_A$ Zusammenhang zwischen spezifischer und molarer Wärmekapazität.

18.3 Wärmekapazitäten fester Stoffe

Ein heißes Metallstück wird in ein sogenanntes Mischungskalorimeter (Abb.130.2) mit kaltem Wasser geworfen. Nach einer gewissen Zeit stellt sich eine Mischungstemperatur ein. Innere Energie ist in Form von Wärme vom Metallstück auf das Wasser übergegangen.

abgegebene Wärmemenge = aufgenommene Wärmemenge

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{auf}$$

Beispiel A

Zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von Kupfer werden 200 g Kupfer auf 100 °C erwärmt und anschließend in 500 g Wasser von 15 °C geworfen. Die Temperatur des Wassers steigt dabei auf 18 °C.
Wie groß ist die spezifische Wärmekapazität von Kupfer, wenn der Wärmeaustausch mit dem Kalorimeter vernachlässigt wird?

ϑ_m ... Mischungstemperatur

$$c_1 \, m_1 \, (\vartheta_1 - \vartheta_m) = c_2 \, m_2 \, (\vartheta_m - \vartheta_2) \quad \Leftrightarrow \quad c_1 = \frac{c_2 \, m_2 \, (\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1 \, (\vartheta_1 - \vartheta_m)}$$

$$c_1 = \frac{4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1} \cdot 0{,}5 \text{ kg} \cdot 3 \text{ °C}}{0{,}2 \text{ kg} \cdot 82 \text{ °C}} = 383 \text{ J kg}^{-1} \text{ °C}^{-1}$$

Anmerkung:
Ein gewisser Wärmeanteil wird vom Kalorimeter selbst aufgenommen. Dieser Wert kann experimentell bestimmt werden. Er wird als *Wasserwert* w angegeben. Man versteht darunter jene Wassermenge, die dieselbe Wärmeaufnahme wie das Kalorimeter besitzen würde.

$$w = m \, \frac{c}{c_W}$$

Beispiel B

Ein Kalorimeter enthält 250 g Wasser von 10,4 °C. Man fügt 507 g Wasser von 31,2 °C hinzu, wobei sich eine Mischungstemperatur von 23,4 °C einstellt. Berechne den Wasserwert des Kalorimeters.

$$c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta_m) = c_2 m_2 (\vartheta_m - \vartheta_2) + c_{Kal} \cdot m_{Kal} (\vartheta_m - \vartheta_2)$$

Aus $w = m_{Kal} \frac{c_{Kal}}{c_W}$ folgt: $w c_W = m_{Kal} c_{Kal}$

Weiters gilt: $c_1 = c_2 = c_w$

$$w = \frac{m_1 (\vartheta_1 - \vartheta_m) - m_2 (\vartheta_m - \vartheta_2)}{\vartheta_m - \vartheta_2}$$

$$w = \frac{0{,}507\ \text{kg} \cdot 7{,}8\ ^\circ\text{C} - 0{,}250\ \text{kg} \cdot 13\ ^\circ\text{C}}{13\ ^\circ\text{C}} = 0{,}054\ \text{kg}$$

Der Wasserwert beträgt 54 g.

Die hohe spezifische Wärmekapazität von Wasser spielt in der Natur eine große Rolle: Seen, Meere werden zwar langsam erwärmt, kühlen aber auch nur langsam ab. Dadurch werden Klima und Vegetation entscheidend beeinflußt.

Aufgaben

253. Wieviel Wasser von 24 °C und wieviel von 70 °C sind zu mischen, um 50 g Wasser von 40 °C zu erhalten?

254. 20 kg Wasser von 80 °C wird mit 16 kg Wasser von 30 °C gemischt. Berechne die Mischungstemperatur.

255. Ein Kalorimeter enthält 600 g Wasser von 18 °C. Man fügt 300 g Metallkugeln von 450 °C hinzu, wobei sich eine Mischungstemperatur von 40 °C einstellt. Berechne die spezifische Wärmekapazität des Metalls.

256. Ein Mischungskalorimeter enthält 220 g Wasser von 12,9 °C. Fügt man 255 g Wasser von 33,5 °C zu, stellt sich eine Mischungstemperatur von 22,8 °C ein. Berechne den Wasserwert des Kalorimeters.

257. Für ein Vollbad werden insgesamt 230 kg Wasser verwendet. In der Wanne befinden sich zunächst 150 kg von 20 °C. Der Rest fließt mit einer Temperatur von 80 °C zu. Welche Badetemperatur stellt sich ein, wenn man von Wärmeverlusten absieht?

18.4 Energieumwandlungen

Mechanische Energie

➤ Beispiel A

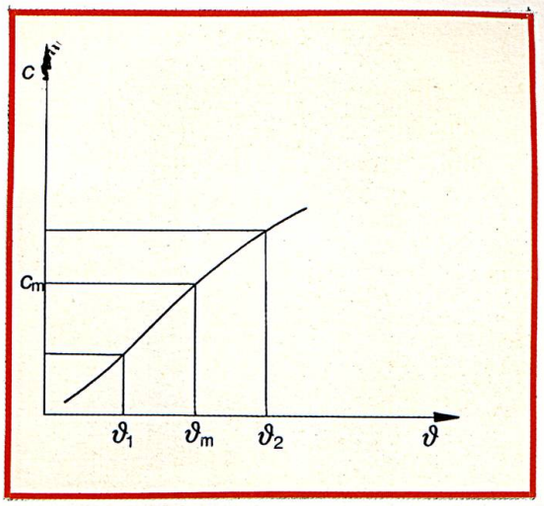
Eine Eisenkugel fällt aus 3 m Höhe auf eine Stahlplatte. Der Stoß ist vollkommen unelastisch. Wie groß ist die Temperaturerhöhung der Kugel, wenn 90 % der Energie in innere Energie der Kugel umgewandelt werden?

Potentielle Energie wird in kinetische und diese in innere Energie umgewandelt.

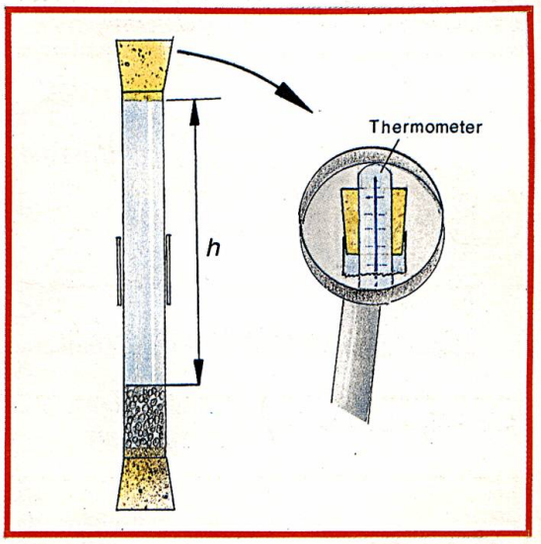
$$0{,}9\, m\, g\, h = m\, c\, \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad \Delta T = \frac{0{,}9\, g\, h}{c}$$

$$\Delta T = \frac{0{,}9 \cdot 9{,}81\ \text{m s}^{-2} \cdot 3\ \text{m}}{452\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}} = 0{,}059\ \text{K}$$

Neben der mechanischen Energie gibt es noch weitere Energieformen wie elektrische Energie, Kernenergie und chemische Energie. Diese können ebenfalls in innere Energie umgewandelt werden.



131.1 Die Wärmekapazitäten hängen in der Regel von der Temperatur ab. Man muß daher Mittelwerte verwenden.
Anmerkung: Bei allen folgenden Beispielen verwenden wir für die spezifische Wärmekapazität von Wasser den Mittelwert 4190 J kg^{-1} K^{-1}.



131.2 Versuch: Bestimmung der Wärmemenge, die bei der Umwandlung von mechanischer Energie entsteht.

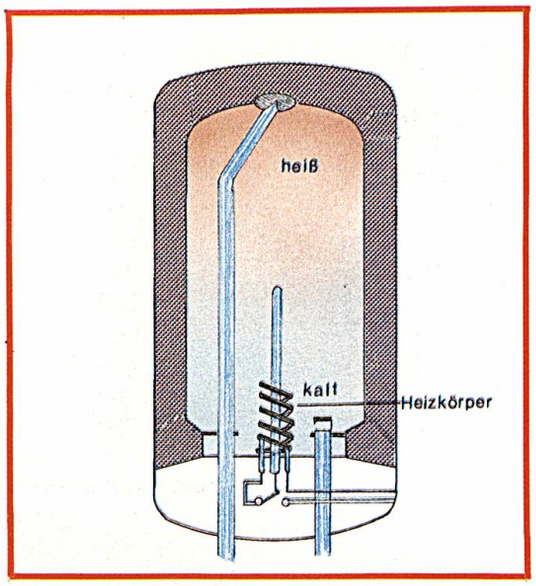
In eine Röhre mit 1 m Länge und 6 cm Durchmesser werden 2 kg sehr kleine Schrotkugeln gefüllt. Dann wird die Röhre verschlossen. Ein Korkstopfen besitzt eine Bohrung für ein Thermometer. Um die Temperatur des Bleis messen zu können, dreht man die Röhre vorsichtig um ihre Achse. Danach wird der durchbohrte Korkstopfen durch einen undurchbohrten ersetzt. Nun befestigt man die Röhre drehbar um ihre Mitte. Man führt jetzt 50 Halbdrehungen durch, sodaß die Bleikugeln jedesmal die Höhe h durchfallen. Danach wird rasch der Stopfen mit dem Thermometer eingesetzt und wieder die Temperatur der Bleikugeln gemessen. Aus der Temperaturdifferenz, der Masse des Bleis und dessen spezifischer Wärmekapazität (c = 129 Jkg^{-1}K^{-1}) kann die Wärmemenge berechnet werden, die bei der Umwandlung von mechanischer Energie entstanden ist:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

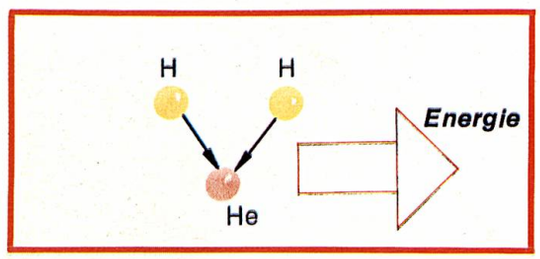
Diese Wärmemenge Q muß der mechanischen Energie entsprechen, welche zugeführt wurde:

$$E = n \cdot m \cdot g \cdot h$$

Dabei ist n die Anzahl der Halbdrehungen. Die Versuchsergebnisse lassen sich verbessern, wenn man das Thermometer durch ein Thermoelement ersetzt.



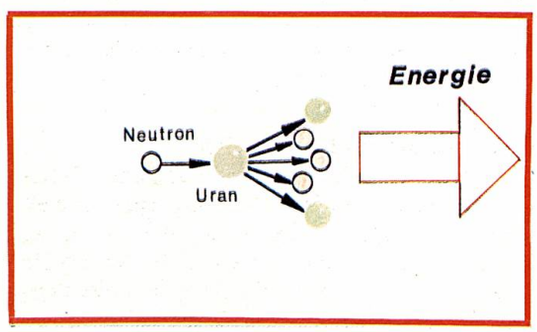
132.1 Heißwasserspeicher: Läßt man Kaltwasser zufließen, steigt das durch den Heizkörper erwärmte Wasser empor und fließt durch das Überlaufrohr zur Mischbatterie. Man rechnet damit, daß mit 1 kWh 10 Liter Wasser von 10 bis 12 °C auf 65 °C erwärmt werden können.



132.2 Die Energie der Sonne stammt aus einer *Kernfusion*. Dabei werden zwei Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern verschmolzen.
Bei diesem Prozeß wird Materie in Energie umgewandelt nach der Einsteinschen Beziehung:

$$E = m\,c^2$$

Einstein erkannte die Äquivalenz von Materie und Energie, wobei der Proportionalitätsfaktor die Lichtgeschwindigkeit c zum Quadrat ist. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt rund 300 000 km/s.



132.3 Die Äquivalenz von Materie und Energie kommt auch auch bei der Kernspaltung zum Ausdruck. Schwere Atomkerne (zum Beispiel Uran und Plutonium) werden durch den Beschuß langsamer Neutronen gespaltet. Dabei wird Kernenergie als Bewegungsenergie der Spaltprodukte und als ionisierende Strahlung (α-, β- und γ-Strahlung) freigesetzt.

Die technische Nutzung erfolgt in Kernkraftwerken. Nach dem schweren Unfall im Kernkraftwerk von Tschernobyl im Jahr 1986, bei dem auch Österreich in hohem Maß von radioaktivem Niederschlag getroffen worden ist, setzte auf der ganzen Welt eine breite Diskussion über die Nutzung der Kernenergie ein.

Elektrische Energie

➤ Beispiel B

Ein Boiler hat eine Leistung von 1,9 kW. Wie lange muß er eingeschaltet werden, wenn 80 Liter Wasser von 20 °C auf 80 °C erwärmt werden sollen?

Die elektrische Energie wird in innere Energie umgewandelt.

$$P_{el}\,t = m\,c\,\Delta T \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{m\,c\,\Delta T}{P_{el}}$$

$$t = \frac{80 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \cdot 1000\,\text{kg m}^{-3} \cdot 4190\,\text{J kg}^{-1}\,\text{K}^{-1} \cdot 60\,\text{K}}{1{,}9 \cdot 1000\,\text{W}} \approx 2{,}9\ \text{Stunden}$$

Anwendungen:
Warmwasserbereitung, Raumbeheizung, Schmelzöfen usw.

Kernenergie

Beispiel C

Die Sonne führt der Erde bei senkrechter Bestrahlung 1,395 kW/m² (Solarkonstante) zu.
a) Welche Energie ergibt dies pro Tag für die Erde, wenn sie als Scheibe betrachtet wird?
b) Wieviel Wasser von 20 °C könnte damit auf 90 °C erwärmt werden?

a) $W_s = (6{,}37 \cdot 10^6\,\text{m})^2 \cdot \pi \cdot 1{,}395 \cdot 10^3\,\text{W/m}^2 \cdot 86400\,\text{s} \approx 1{,}54 \cdot 10^{22}\,\text{J}$

b) $W_s = m\,c\,\Delta T \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{W_s}{c\,\Delta T}$

$$m = \frac{1{,}54 \cdot 10^{22}\,\text{J}}{4190\,\text{J kg}^{-1}\,\text{K}^{-1} \cdot 70\,\text{K}} \approx 5 \cdot 10^{16}\,\text{kg}$$

Chemische Energie

Erhitzt man Wasserdampf sehr hoch, tritt eine Aufspaltung der Dampfmoleküle in Wasserstoff und Sauerstoff ein. Die zugeführte Energie wurde dabei mittels der eingetretenen stofflichen Veränderung gespeichert. Man kann dies mit der Hubarbeit vergleichen, die als potentielle Energie gespeichert wird. Die zur Trennung der Wasserdampfteilchen aufgebrachte Energie kann vollständig zurückgewonnen werden, indem man den Wasserstoff mit dem Sauerstoff verbrennt, wobei die ursprüngliche Wassermenge entsteht.

Die für eine chemische Reaktion benötigte oder aus einer Reaktion gewonnene Wärmemenge wird als Reaktionswärme oder Wärmetönung bezeichnet.

Erfolgt bei der Reaktion eine Wärmeabgabe, spricht man von einer *exothermen* Reaktion. Erfolgt die Reaktion unter Wärmeaufnahme, heißt sie *endotherm*.

Die bei einer exothermen Reaktion freiwerdende Energie wird als *chemische Energie* bezeichnet.

Heizwert

Seit vielen tausend Jahren ist es etwas Alltägliches, die Energie von Brennstoffen in Wärme umzuwandeln. Man nützt dabei die hohe Reaktionswärme aus, die bei der Verbrennung von Steinkohle, Braunkohle, Holz, Heizöl, Stadtgas usw. frei wird. Die freigesetzte Energie ist letztlich gespeicherte Sonnen-

energie, die die Pflanzen durch ihr Wachstum im Laufe der Jahre aufgenommen haben. Zur Bewertung der Brennstoffe hat man den *spezifischen Heizwert* eingeführt.

Der spezifische Heizwert H gibt an, welche Wärmemenge frei wird, wenn 1 kg (1 m^3) einer Substanz vollständig verbrannt wird.

Bei festen und flüssigen Brennstoffen erfolgt die Angabe des Heizwertes in kJ/kg, bei Gasen in kJ/m^3.

Für die *Verbrennungswärme* Q gilt: $Q = m\,H$

Beispiel D

Wieviel kg Koks müssen an einem Wintertag verbrannt werden, wenn der Wärmebedarf 50 000 kJ pro Stunde beträgt und die Wärme der Heizanlage zu 62 % genützt werden kann? (Die Betriebsdauer beträgt 14 h.)

$Q = m\,H \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{Q}{H}$

Wärmebedarf/Tag:

$$Q = 14\ \text{h} \cdot 50000 \cdot 10^3\ \text{Jh}^{-1} \cdot \frac{1}{0{,}62}$$

$$Q = 1{,}13 \cdot 10^9\ \text{J}$$

$$m = \frac{1{,}13 \cdot 10^9\ \text{J}}{3 \cdot 10^7\ \text{J kg}^{-1}} \approx 38\ \text{kg}$$

Man benötigt 38 kg Koks.

Aufgaben

258. Ein Schnellzug von 300 t fährt mit einer Geschwindigkeit von 120 km/h.
a) Welche Wärmemenge wird beim Abbremsen bis zum Stillstand entwickelt, wenn die gesamte kinetische Energie in innere umgewandelt wird?
b) Wieviel Wasser von 5 °C könnte man damit bis zum Siedepunkt erhitzen?

259. Um wieviel Grad erwärmt sich das Wasser eines Wasserfalls bei einer Fallhöhe von 30 m, wenn 30 % der Energie in innere Energie des Wassers umgewandelt wird?

260. Ein Schwimmbecken (25 m x 10 m x 2 m) wird zu 90 % mit Wasser von 14 °C gefüllt. Welche Energie muß von der elektrischen Heizanlage geliefert werden, um eine Wassertemperatur von 24 °C zu erreichen? (Die Erwärmung der umgebenden Luft und des Beckens wird vernachlässigt.)

261. Ein freistehendes Einfamilienhaus erfordert einen Jahreswärmebedarf von 23 400 kWh. Wie groß ist der Heizölverbrauch pro Jahr, wenn die Heizanlage 73 % nutzbare Energie liefert?

262. Welche Menge an Stadtgas benötigt man, um auf einem Gasherd 6 l Wasser von 16 °C auf 100 °C zu erwärmen?

18.5 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Aus der Erkenntnis, daß sich die innere Energie eines Systems sowohl durch Zufuhr von Wärme als auch von Arbeit erhöhen läßt, folgt eine Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit.

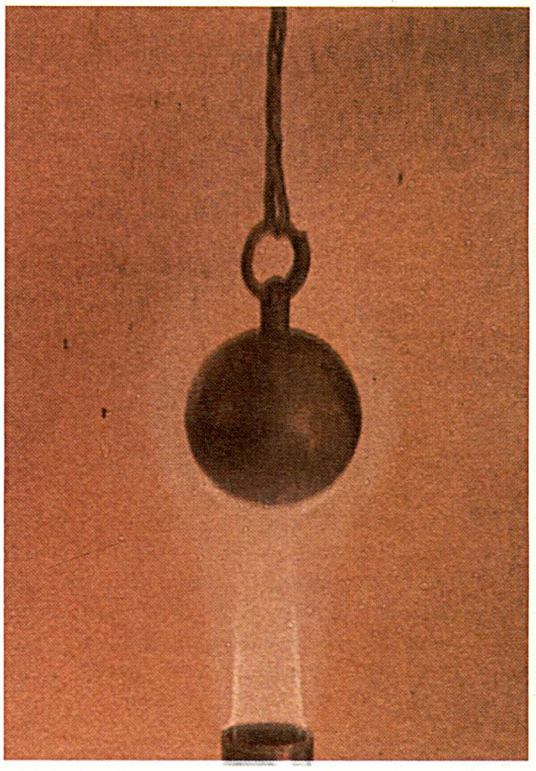
Diese Erkenntnis wird im 1. Hauptsatz der Wärmelehre festgehalten:

Zunahme der inneren Energie = zugeführte Wärme + zugeführte Arbeit

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

Brennstoff	H
fest:	kJ/kg
Holz, lufttrocken	14 800
Braunkohlenbriketts	20 000
Steinkohle, Koks	30 000
flüssig:	kJ/kg
Heizöl	40 000
Propan	46 400
Butan	45 700
gasförmig:	kJ/m^3
Wasserstoff	11 000
Stadtgas	18 000
Erdgas	31 700

133.1 Spezifischer Heizwert H einiger Brennstoffe

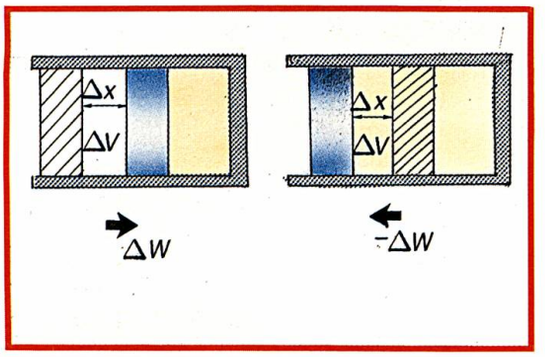


133.2 Gasflamme. Die hellen Gebiete der Gasflamme sind jene Stellen, an denen das Gas verbrennt. Ihre Form, Größe und Lage hängt von den dazwischen fließenden Strömen von Gas, Luft und Abgas ab. Das Leuchten der Verbrennungsgebiete rührt von heißen Rußteilchen her.

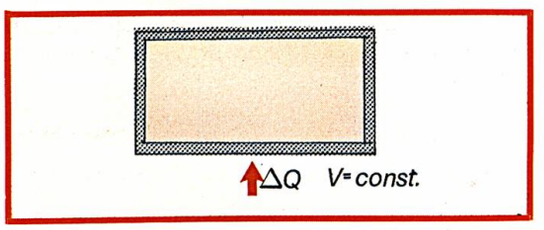
Die Ernährung des Menschen

Die Ernährung des Menschen erfolgt mittels tierischer und pflanzlicher Nahrung. Diese enthält Eiweiß, Kohlenhydrate, Fette, Wasser, Salze, Vitamine und Spurenelemente. Die Nährstoffe dienen zum Auf- und Abbau körpereigener Substanzen sowie zur Deckung des Energiebedarfes. Das Maß für den Nährwert einer bestimmten Nahrungsmenge ist die Verbrennungswärme, welche sie liefert. Diese kann durch Verbrennung in einem Kalorimeter bestimmt werden.
1 g Kohlenhydrate liefert 17,13 kJ, ebenso 1 g Eiweiß, 1 g Fett liefert 38,13 kJ an Verbrennungswärme.
Der Energiebedarf eines Menschen ist abhängig von Gewicht, Alter und Körpergröße.
Z.B. beträgt der Energiebedarf eines 25jährigen Menschen pro Tag bei achtstündiger Arbeitszeit in kJ bei

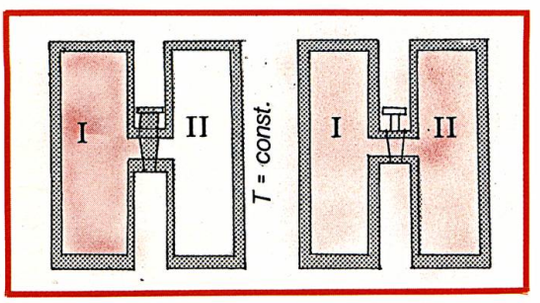
leichter Arbeit	10 700
mittelschwerer Arbeit	15 100
schwerer Arbeit	16 800



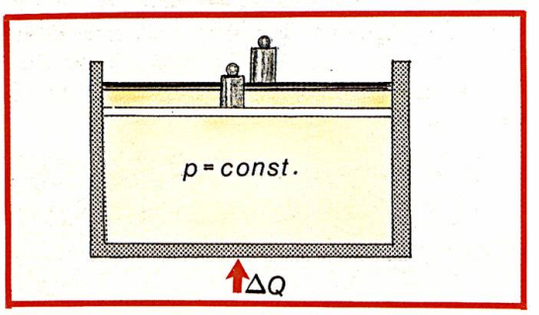
134.1 Abbildung zu Beispiel A



134.2 Das Volumen bleibt konstant.



134.3 Versuch: Läßt man ein *ideales* Gas von Behälter I in den evakuierten Behälter II strömen, wird weder am Gas noch vom Gas Arbeit verrichtet. Die Temperatur bleibt konstant, obwohl das zur Verfügung stehende Volumen größer wird und der Druck damit sinkt. Die innere Energie des idealen Gases bleibt somit bei diesem Vorgang konstant.



134.4 Der Druck bleibt konstant.

Gas	c_p	c_v
Chlor	0,795	0,552
Ozon	0,795	0,568
Kohlendioxid	0,837	0,647
Sauerstoff	0,917	0,657
Luft	1,005	0,717
Stickstoff	1,038	0,741
Kohlenmonoxid	1,042	0,744
Ethan	1,729	1,455
Methan	2,219	1,696
Ammoniak	2,160	1,655
Helium	5,230	3,209
Wasserstoff	14,32	10,19

134.5 Spezifische Wärmekapazitäten einiger Gase bei 20 °C und 1013 mbar in $kJkg^{-1}K^{-1}$

Beispiel A

a) Ein Gas wird in einem Zylinder durch eine auf den Kolben wirkende Kraft komprimiert. Wie ändert sich die innere Energie des Gases?

Es kommt zu einer Volumsverkleinerung:

$$\Delta V = A\,\Delta x \quad \Leftrightarrow \quad \Delta x = \frac{\Delta V}{A}$$

Für die am System verrichtete Arbeit gilt:

$$\Delta W = F\,\Delta x = F\,\frac{\Delta V}{A} \qquad p = \frac{F}{A}$$

$$\Delta W = p\,\Delta V$$

Als System betrachten wir in diesem Fall Zylinder und Kolben samt dem eingeschlossenen Gas.

Wird einem System Arbeit zugeführt, so wird diese positiv gezählt. Nach dem 1. Hauptsatz folgt:

$$\Delta U = \Delta Q + p\,\Delta V$$

b) Verrichtet hingegen das Gas Arbeit, indem es sich gegen einen äußeren Druck p ausdehnt, so wird die innere Energie vermindert. Diese Arbeit ΔW wird dann negativ gezählt:

$$\Delta W = -\,p\,\Delta V$$

Somit ist:

$$\Delta U = \Delta Q - p\,\Delta V$$

18.6 Spezifische Wärmekapazität von Gasen

Da sich ein Gas bei Erwärmung stark ausdehnt und damit Arbeit gegen den äußeren Druck verrichtet, müssen wir zwischen der *Wärmekapazität* c_V bei konstantem Volumen und der *Wärmekapazität* c_p bei konstantem Druck unterscheiden.

Konstantes Volumen

Nach dem 1. Hauptsatz der Wärmelehre gilt:

$$\Delta U = \Delta Q + p\,\Delta V$$

Da laut Voraussetzung $\Delta V = 0$ ist, gilt:

$$\Delta U = \Delta Q$$

$$\Delta U = c_V\,m\,\Delta T$$

Die gesamte zugeführte Wärmemenge dient der Temperaturerhöhung. Die innere Energie des Gases ist proportional zur Temperatur.

Für die spezifische Wärmekapazität eines Gases bei konstantem Volumen gilt:

$$c_V = \frac{\Delta U}{m\,\Delta T}$$

Konstanter Druck

Wird ein Gas erwärmt, dehnt es sich aus. Da es dabei Arbeit verrichtet, wird diese negativ gezählt:

(1) $\Delta U = \Delta Q - p\,\Delta V \quad \Leftrightarrow \quad \Delta Q = \Delta U + p\,\Delta V$

Die innere Energie ΔU ist nun temperaturabhängig. Es gilt:

(2) $\Delta U = c_V\,m\,\Delta T$

Die Zustandsgleichung für ein ideales Gas lautet:

(3) $p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$

Substituiert man die jeweils rechten Seiten von (2) und (3) in (1), erhält man:

(4) $\Delta Q = c_V\,m\,\Delta T + n\,R\,\Delta T$

Für ΔQ bei konstantem Druck gilt:

(5) $\Delta Q = c_p\,m\,\Delta T$

Aus (4) und (5) folgt: $c_p\,m\,\Delta T = c_V\,m\,\Delta T + n\,R\,\Delta T$

$$c_p\,m - c_V\,m = n\,R$$

$$c_p - c_V = \frac{n\,R}{m}$$

Da $m_A = m/n$ und $C = m_A\,c$, erhält man:

$$C_p - C_V = R$$

Die molare Wärmekapazität C_p bei konstantem Druck ist größer als die molare Wärmekapazität C_V. Die Differenz ist die universelle Gaskonstante.

Diese Beziehung stimmt mit den experimentellen Daten sehr gut überein.

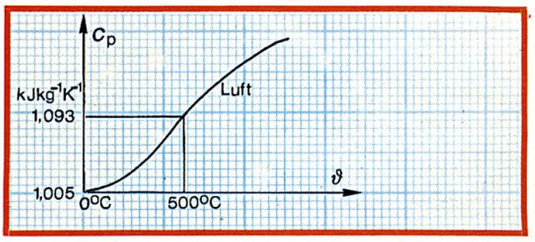
Anmerkung:
Da die Wärmeausdehnung von Festkörpern und Flüssigkeiten gegenüber der von Gasen sehr klein ist, kann der Unterschied zwischen C_p und C_V vernachlässigt werden. Die zugeführte Wärmemenge dient fast ausschließlich der Temperaturerhöhung.

Kontrollfragen

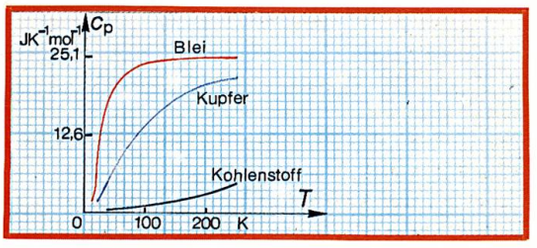
1. In welcher Form kann Energie übertragen werden?
2. Worin unterscheidet sich die Energieübertragung durch Arbeit von jener durch Wärme?
3. Was versteht man unter dem Begriff Wärmemenge?
4. Von welchen Größen hängt die Wärmemenge ab?
5. Was gibt die spezifische Wärmekapazität an?
6. Was versteht man unter molarer Wärmekapazität?
7. Wozu dient ein Kalorimeter?
8. Was versteht man unter dem mechanischen Wärmeäquivalent?
9. Was versteht man unter der Kalorie?
10. Welche Größen müssen bekannt sein, damit man mit Hilfe eines Mischungskalorimeters die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes bestimmen kann?
11. Was versteht man unter dem Wasserwert eines Kalorimeters?
12. Wodurch erfolgt der Energiegewinn bei der Kernspaltung, wodurch bei der Kernfusion?
13. Wie nennt man einen chemischen Prozeß, bei dem Energie freigesetzt wird?
14. Wie ist der spezifische Heizwert definiert?
15. Was versteht man unter der Verbrennungswärme?
16. Wie lautet der 1. Hauptsatz der Wärmelehre?
17. Warum sind bei einem Gas zwei Wärmekapazitäten zu beachten?
18. Um welchen Wert unterscheiden sich C_p und C_V?

Temperatur in °C	c_p Luft	c_p Methan
0	1,005	2,156
100	1,009	2,453
200	1,026	2,797
300	1,047	3,174
400	1,068	3,500
500	1,093	3,815
600	1,114	4,086
700	1,135	4,333
800	1,156	4,551
900	1,168	4,760
1000	1,185	4,945

135.1 Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität c_p von Luft und Methan in $kJkg^{-1}K^{-1}$

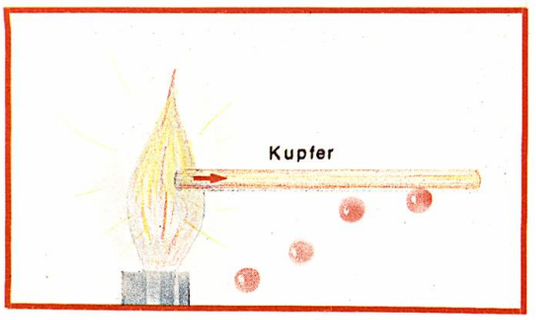


135.2 Graph zu 135.1

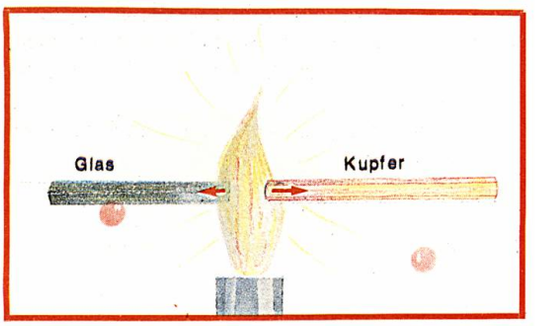


135.3 Spezifische Wärmekapazität bei tiefen Temperaturen: Aus dem Graphen ist ersichtlich, daß die Wärmekapazitäten mit sinkender Temperatur abnehmen. In Richtung absoluter Nullpunkt nähern sie sich asymptotisch dem Wert Null. Eine Erklärung für dieses Verhalten ist in der klassischen Physik nicht möglich. Dies ermöglichte erst die Quantentheorie.

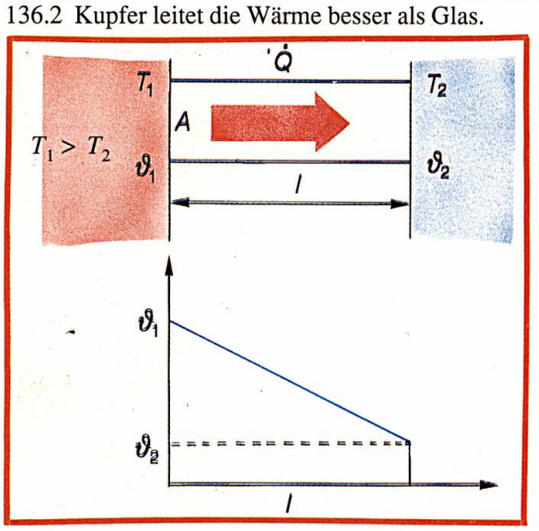
135.4 Dieser hochreine Kupferblock wurde auf 15 Mikrokelvin abgekühlt.



136.1 An einem Kupferstab werden einige Wachskugeln angebracht. Wird ein Stabende in die Flamme gehalten, fallen die Wachskugeln der Reihe nach ab.

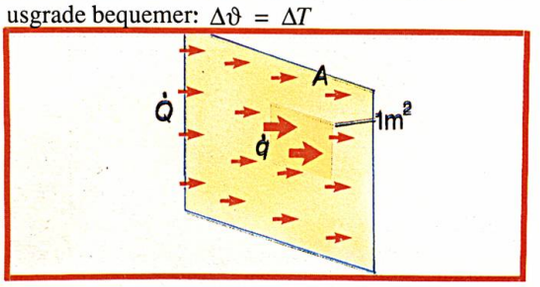


136.2 Kupfer leitet die Wärme besser als Glas.



136.3 Der Wärmestrom ist proportional zu Temperaturgefälle und Querschnittsfläche.

Für das Rechnen in der Praxis sind die Celsiusgrade bequemer: $\Delta\vartheta = \Delta T$



Neben dem Wärmestrom ist auch die Wärmestromdichte von Bedeutung. Dabei handelt es sich um den Wärmestrom pro Flächeneinheit (1 m²).

Wärmestrom durch eine beliebige Fläche A

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{\Delta\vartheta}{l}$$

$$[\dot{Q}] = 1\ \mathrm{W}$$

Wärmestromdichte: Wärmestrom durch 1 m²

$$\dot{q} = \lambda \frac{\Delta\vartheta}{l}$$

$$[\dot{q}] = 1\ \mathrm{W/m^2}$$

136.4 Wärmestrom und Wärmestromdichte

19. Wärmeübertragung

19.1 Wärmeleitung

Versuch (Abb. 136.1 und 2)

Die Wärmeleitung erfolgt in verschiedenen Stoffen unterschiedlich schnell. Ist zwischen zwei Stellen eine Temperaturdifferenz ($\Delta\vartheta = \Delta T$) vorhanden, so geht Wärme von selbst von der wärmeren zur kälteren Stelle über.

Die übertragene Wärmemenge Q ist umso größer, je größer die Temperaturdifferenz ist: $Q \sim \Delta\vartheta$

Meist interessiert man sich aber für die in der Zeiteinheit (1 s) übertragene Wärmemenge, also die Wärmeleistung, die auch als *Wärmestrom* $\dot{Q}$ bezeichnet wird.

Wärmestrom $\dot{Q} = \dfrac{Q}{t}$

Eine Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ verursacht einen Wärmestrom $\dot{Q}$.

Ändert sich der Wärmestrom mit der Zeit nicht, so heißt er *stationär*. Das ist dann der Fall, wenn die Temperaturdifferenz konstant bleibt.

$$[\dot{Q}] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{1\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{s}} = 1\ \mathrm{W}$$

Verteilt sich die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ auf eine große Länge, dann ist das *Temperaturgefälle* $\Delta\vartheta/l$ klein.

Die gleiche Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ auf einer kleinen Länge ergibt ein großes Temperaturgefälle $\Delta\vartheta/l$.

Der Wärmestrom $\dot{Q}$ ist umso größer, je größer das Temperaturgefälle ist.

$$\dot{Q} \sim \frac{\Delta\vartheta}{l}$$

Der Wärmestrom $\dot{Q}$ ist auch umso größer, je größer die Querschnittsfläche A ist.

$$\dot{Q} \sim A$$

Die einzelnen Proportionalitäten können mit Hilfe eines Proportionalitätsfaktors zu einer Gleichung zusammengefaßt werden.

$\dot{Q} = \lambda\, A\, \dfrac{\Delta\vartheta}{l}$ Wärmestrom (Wärmeleistung)

Der Proportionalitätsfaktor λ heißt Wärmeleitfähigkeit und ist von der Stoffart abhängig.

Einheit der Wärmefähigkeit: $[\lambda] = \dfrac{[\dot{Q}]\,[l]}{[\Delta T]\,[A]} = \dfrac{1\ \mathrm{W}\cdot 1\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{K}\cdot 1\ \mathrm{m^2}} = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$

Die Versuche mit festen Stoffen zeigen, daß bei der Wärmeleitung eine Energieübertragung ohne Stofftransport erfolgt. Wird eine Stelle eines Körpers erhitzt, so steigt die Schwingungsenergie der Atome (Atomrümpfe). Diese Schwingungsenergie wird von Atom zu Atom weitergeleitet. Bei Metallen wird Energie größtenteils durch die frei beweglichen Elektronen übertragen. Daher ist bei nicht zu tiefer Temperatur die Wärmeleitfähigkeit proportional zur elektrischen Leitfähigkeit (Wiedeman-Franzsches Gesetz): Gute elektrische Leiter sind auch gute Wärmeleiter.

Wärmeleitung ist in festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen möglich. Dabei wird nur innere Energie transportiert, jedoch kein Stoff.

Die Tabelle 137.1 zeigt, daß Metalle gute Wärmeleiter und Nichtmetalle schlechte Wärmeleiter sind. Luft ist ein sehr schlechter Wärmeleiter. Auch poröse Stoffe sind sehr schlechte Wärmeleiter, da sie viel eingeschlossene,

unbewegliche Luft enthalten. Schlechte Wärmeleiter werden als *Wärmeisolatoren* oder *Dämmstoffe* bezeichnet. Reine Wärmeleitung gibt es nur in festen Stoffen. In Flüssigkeiten und Gasen spielt die Wärmeleitung gegenüber der Konvektion (vgl. Kap. 19.2) nur eine geringe Rolle.

Beispiel A

a) Wie groß ist der Wärmestrom durch 1 m² einer 25 cm dicken Betonwand bei einer Außenwandtemperatur von 0 °C und einer Innenwandtemperatur von 21 °C?

$$\dot{q} = \lambda \frac{\Delta\vartheta}{l} \qquad \Delta\vartheta = 21\,^{\circ}\mathrm{C} = 21\,\mathrm{K}$$

$$\dot{q} = 1\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}} \cdot \frac{21\,\mathrm{K}}{0{,}25\,\mathrm{m}} = 84\,\mathrm{W/m^2}$$

b) Wie groß ist der Energieverlust in 10 Stunden durch 1 m² Wandfläche?

$$q = \dot{q}\,t$$

$$q = 84\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10 \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3 \cdot 10^6\,\mathrm{Ws/m^2}$$

$$q = 0{,}84\,\mathrm{kWh/m^2}$$

Beispiel B

Die Betonwand aus Beispiel A bekommt eine 2 cm dicke Hartschaumisolierung.

a) Wie groß ist die Wärmestromdichte $\dot{q}$ jetzt?

Der Wärmestrom geht durch alle Schichten mit gleicher Stärke hindurch.

Schicht 1: $\dot{q} = \lambda_1 \frac{\vartheta_1 - \vartheta_i}{l_1} \Leftrightarrow \dot{q}\,\frac{l_1}{\lambda_1} = \vartheta_1 - \vartheta_i$

Schicht 2: $\dot{q} = \lambda_2 \frac{\vartheta_i - \vartheta_2}{l_2} \Leftrightarrow \dot{q}\,\frac{l_2}{\lambda_2} = \vartheta_i - \vartheta_2$

$$\dot{q}\left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}\right) = \vartheta_1 - \vartheta_2$$

$$\dot{q} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}}$$

Jede Schicht besitzt einen bestimmten Wärmedurchlaßwiderstand (l/λ). Die Wärmedurchlaßwiderstände sind in Reihe angeordnet und addieren sich.

Wärmestrom durch 1 m² Wandfläche:

$$\dot{q} = \frac{21\,\mathrm{K}}{\frac{0{,}25\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{W/mK}} + \frac{0{,}02\,\mathrm{m}}{0{,}035\,\mathrm{W/mK}}} = 25{,}6\,\mathrm{W/m^2}$$

b) Wie groß ist der Energieverlust in 10 Stunden durch 1 m² Wandfläche?

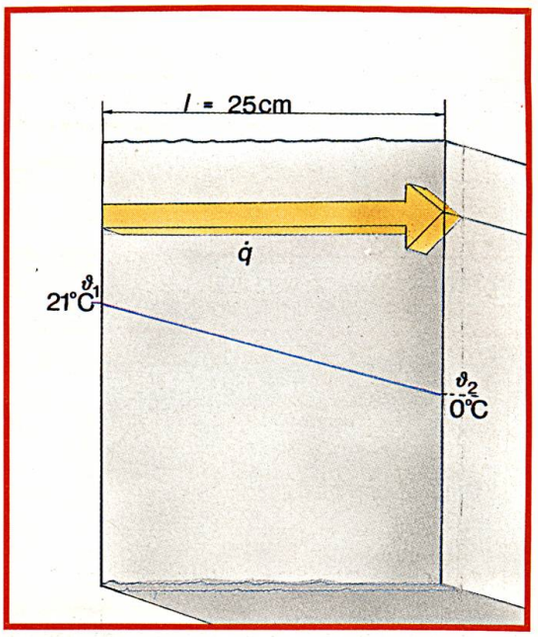
$$q = \dot{q}\,t = 25{,}6\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10 \cdot 3600\,\mathrm{s} = 9{,}2 \cdot 10^5\,\mathrm{Ws/m^2}$$

$$q = 0{,}256\,\mathrm{kWh/m^2}$$

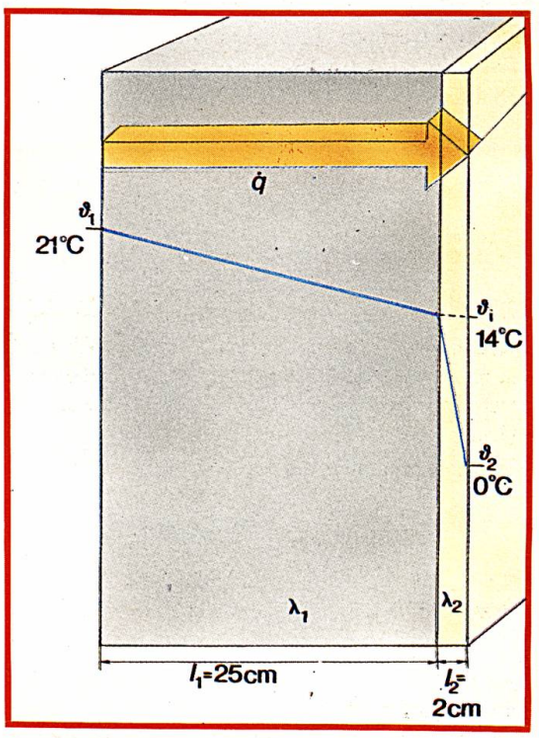
Die 2 cm dicke Hartschaumisolierung bewirkt ein Absinken des Wärmestromes auf ein Drittel!

Stoff	Wärmeleitfähigkeit λ in W/mK
Silber	420
Kupfer	390
Aluminium	190
Stahl	45
Beton	1
Glas	0,8
Wasser	0,6
Ziegel	0,7 ... 0,2
Holz	0,2
Glaswolle	0,04
Hartschaum	0,035
Luft (ruhend)	0,026

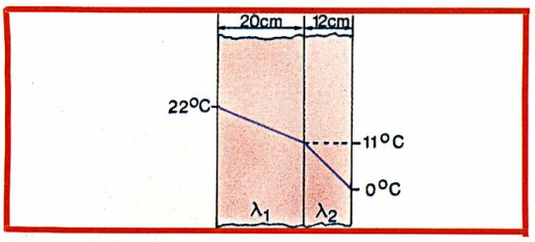
137.1 Die Wärmeleitfähigkeit λ gibt an, welcher Wärmestrom durch 1 m² einer 1 m dicken Schicht bei einer Temperaturdifferenz von 1 °C (= 1 K) übertragen wird.
Die Wärmeleitfähigkeit kann nur durch Versuche ermittelt werden.



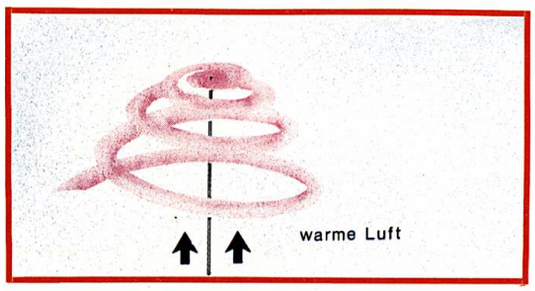
137.2 Abbildung zu Beispiel A



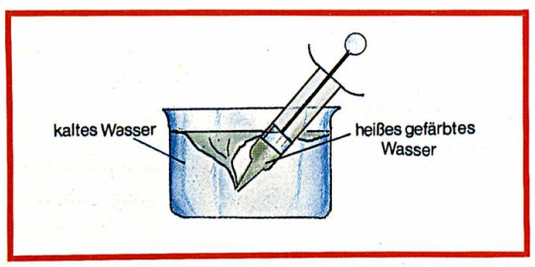
137.3 Abbildung zu Beispiel B



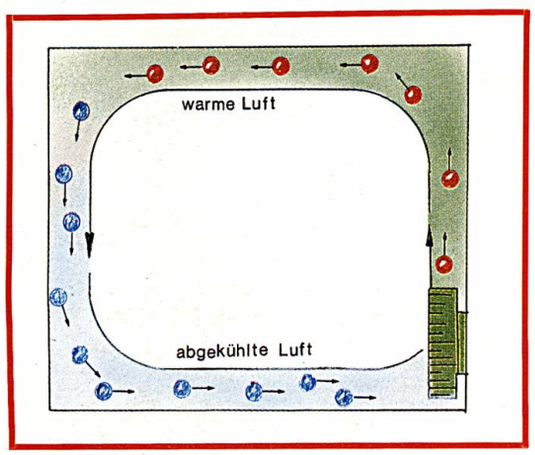
138.1 Abbildung zu Aufgabe 266



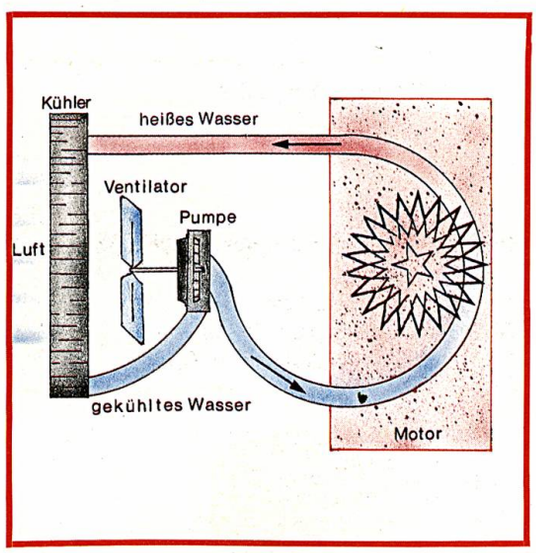
138.2 Aufsteigende warme Luft versetzt eine Papierschlange in Drehung.



138.3 Heißes Wasser steigt auf.



138.4 Konvektion der Luft beim Heizen



138.5 Erzwungene Konvektion bei der Motorkühlung

Aufgaben

263. a) Berechne den Wärmestrom durch die 30 cm dicke Ziegelmauer ($\lambda = 0{,}25$ W/mK) eines Hauses mit einer Wandfläche von 220 m². Die Außenwandtemperatur beträgt –5 °C, die Innenwandtemperatur 16 °C.
b) Wie groß ist der Energieverlust in 16 Stunden?

264. a) Berechne den Wärmestrom pro m² durch eine 25 cm dicke Ziegelwand ($\lambda = 0{,}25$ W/mK) mit einer 1,5 cm dicken Hartschaumisolierung. Die Temperaturdifferenz beträgt 25 °C.
b) Wie dick müßte die Ziegelwand sein, damit ohne Hartschaumisolierung der gleiche Wärmestrom auftritt?

265. Wie ändert sich der Wärmestrom, wenn
a) die Mauerdicke verdoppelt wird?
b) anstatt einer Betonwand eine gleich dicke Ziegelwand ($\lambda = 0{,}25$ W/mK) errichtet wird?

266. Berechne aus dem Temperaturverlauf einer zweischichtigen Wand das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten der beiden Schichten. (Abb.138.1)

19.2 Konvektion (Wärmeströmung)

Wird eine Papierschlange über eine Flamme oder einen warmen Heizkörper gehalten, so beginnt sie sich zu drehen (Abb.138.2). Die aufsteigende warme Luft (Wärmeströmung) ist die Ursache.

Mit einer Spritze wird langsam heißes, gefärbtes Wasser in kaltes Wasser eingeleitet (Abb.138.3). Dabei kann man das Aufsteigen des heißen Wassers beobachten.

Erwärmte Flüssigkeits- oder Gasschichten sind spezifisch leichter als kältere Schichten und steigen daher auf. Temperaturunterschiede verursachen Dichteunterschiede und damit eine *Wärmeströmung (Konvektion).*

Bei der Konvektion wird Energie mittels des bewegten Stoffes transportiert. Konvektion ist daher nur in flüssigen und gasförmigen Stoffen möglich.

Die Konvektion spielt in Natur und Technik eine große Rolle. Meeresströmungen (z.B. der Golfstrom) und Luftströmungen (Winde) transportieren riesige Wärmemengen über große Strecken.

Auch beim Heizen wird die Konvektion ausgenützt. Die Luft über dem Heizkörper erwärmt sich und steigt auf. Diese strömende Luft gibt an die kalten Wände und die Decke Wärme ab. Dabei kühlt sie sich ab und sinkt zu Boden.

Das im Heizkessel erwärmte Wasser steigt auf und gibt Wärme an den Heizkörper ab.

Diese freie Konvektion ist aber in vielen Fällen zu schwach, um genügend schnell Wärme zu transportieren. Mit einer Pumpe bzw. einem Ventilator kann eine stärkere Konvektion erzwungen werden.

Beim Verbrennungsmotor wird ein beträchtlicher Teil der zugeführten (chemischen) Energie in innere Energie umgewandelt. Daher muß der Motor ständig "gekühlt" werden.

19.3 Wärmeübergang und Wärmedurchgang

Kommt ein fester Körper mit einer Flüssigkeit oder mit einem Gas in Berührung, so findet eine Wärmeübertragung statt, die man *Wärmeübergang* nennt. Als Beispiel betrachten wir den Übergang Luft - Wand (Abb. 139.1).

Der Wärmestrom Q ist proportional zur Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ und zur Berührungsfläche A. Daraus folgt:

$$\dot{Q} = \alpha \; A \, \Delta\vartheta$$

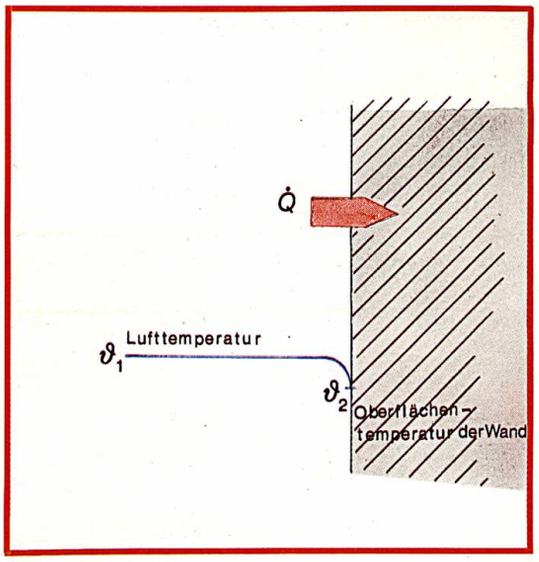
Der Proportionalitätsfaktor α heißt *Wärmeübergangszahl* und ist von Oberflächenbeschaffenheit und Art der Luftströmung abhängig. (Abb. 139.2)

$$[\alpha] = \frac{[\dot{Q}]}{[A]\,[\Delta T]} = 1\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}$$

Oft wird mit der Wärmestromdichte $\dot{q}$ gerechnet: $\dot{q} = \alpha\ \Delta\vartheta$

Die Wärmeübergangszahl α gibt an, welcher Wärmestrom bei einer Temperaturdifferenz von 1 K (= 1 °C) von Luft auf 1 m² Wand oder auch umgekehrt übertragen wird.

Die Wärmeübertragung von einem gasförmigen (flüssigen) Stoff durch eine feste Wand zu einem zweiten gasförmigen (flüssigen) Stoff bezeichnet man als *Wärmedurchgang*. Der Wärmedurchgang besteht aus einer Kette von Wärmeübergängen und Wärmeleitung.



139.1 Wärmestrom von der Luft zur Wand
Oberflächentemperatur der Wand
$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta\vartheta$ ..Temperaturdifferenz zwischen Luft und Wand.

➤ **Beispiel A:** Wärmedurchgang durch eine Hauswand (Abb.139.3)

Wärmeübergang Innenluft - Wand:

(1) $\dot{q} = \alpha_1\,(\vartheta_1 - \vartheta_{W1}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dot{q}}{\alpha_1} = \vartheta_1 - \vartheta_{W1}$

Wärmeleitung in der Wand:

(2) $\dot{q} = \frac{\lambda}{l}\,(\vartheta_{W1} - \vartheta_{W2}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dot{q}\,l}{\lambda} = \vartheta_{W1} - \vartheta_{W2}$

Wärmeübergang Wand - Außenluft:

(3) $\dot{q} = \alpha_2\,(\vartheta_{W2} - \vartheta_2) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dot{q}}{\alpha_2} = \vartheta_{W2} - \vartheta_2$

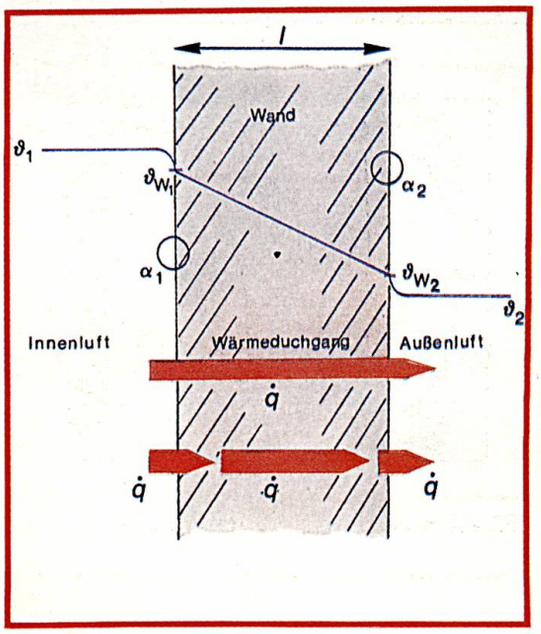
(1), (2), (3) $\dot{q}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right) = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta\vartheta$

Schreibt man für $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$ vereinfachend $\frac{1}{k}$, dann erhält man:

$\dot{q} = k\ \Delta\vartheta$

Übergang	α in W/m²K
Luft/Innenwand	8
Luft/Außenwand	23

139.2 Richtwerte für die Wärmeübergangszahl α



139.3 Abbildung zu Beispiel A

$$\dot{q} = k\ \Delta\vartheta$$

k ... Wärmedurchgangszahl (*k*-Wert)

$$k = \frac{\dot{q}}{\Delta\vartheta}$$

Die Wärmedurchgangszahl (*k*-Wert) gibt den Wärmestrom beim Durchgang durch 1 m² Wandfläche bei einer Temperaturdifferenz von 1 K (= 1 °C) an.

$\frac{1}{k}$ ... Wärmedurchgangswiderstand

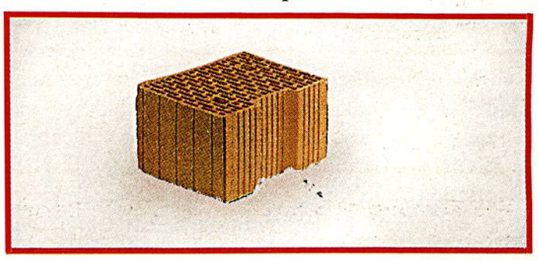
$\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}$ ... Wärmeübergangswiderstände

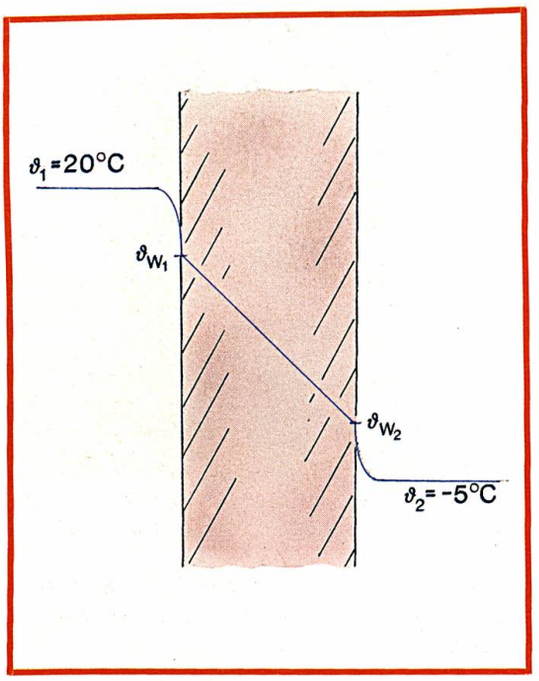
$\frac{l}{\lambda}$ ... Wärmedurchlaßwiderstand

Für bestimmte Wandkonstruktionen kann der *k*-Wert aus Tabellen entnommen werden. (Abb.139.4)

139.4 Aus dem Prospekt eines Ziegelwerkes:

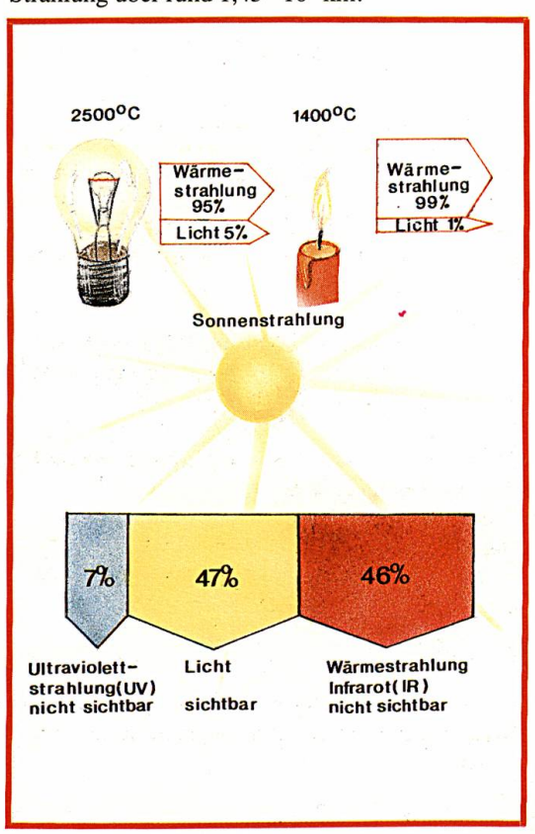
Format: 38 x 33 x 22 cm
Mauerdicke unverputzt: 38 cm
k ohne Innen- und Außenputz: 0,47





140.1 Abbildung zu Beispiel B

140.2 Die Sonne - Energieübertragung durch Strahlung über rund $1{,}45 \cdot 10^8$ km!



140.3 Bekannte Beispiele für Temperaturstrahler sind Sonne, Glühlampe und Kerze. Glühlampe und Kerze sind Lichtquellen mit einem sehr schlechten Wirkungsgrad. Denn nur ein ganz geringer Teil der emittierten Strahlung ist sichtbares Licht.
Eine eingehendere Behandlung der *Wärmestrahlung* erfolgt in der Optik.

Beispiel B (Abb.140.1)

An einem Wintertag herrscht eine Außentemperatur $\theta_2 = -5\ ^\circ C$. Die Innentemperatur θ_1 beträgt $20\ ^\circ C$. Die Ziegelwand zwischen innen und außen ist 25 cm dick ($\lambda = 0{,}6$ W/mK).
Berechne a) den k-Wert, b) die Wärmestromdichte, c) die Temperatur an der Innenwand, d) die Temperatur an der Außenwand.

a) $\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$

$\frac{1}{k} = \frac{1}{8} + \frac{0{,}25}{0{,}6} + \frac{1}{23} = 0{,}585\ \mathrm{m^2\,K\,W^{-1}} \qquad k = 1{,}71\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

b) $\dot{q} = k\,\Delta\vartheta = 1{,}71\ \mathrm{W/m^2K} \cdot 25\ \mathrm{K} \approx 43\ \mathrm{W/m^2}$

c) $\dot{q} = \alpha_1(\vartheta_1 - \vartheta_{W1}) \Leftrightarrow \vartheta_{W1} = \vartheta_1 - \frac{\dot{q}}{\alpha_1} = 20\ ^\circ C - \frac{43}{8}\ ^\circ C = 14{,}6\ ^\circ C$

d) $\dot{q} = \alpha_2(\vartheta_{W2} - \vartheta_2) \Leftrightarrow \vartheta_{W2} = \vartheta_2 + \frac{\dot{q}}{\alpha_2} = -5\ ^\circ C + \frac{43}{23}\ ^\circ C = -3{,}1\ ^\circ C$

Aufgabe

267. Die Ziegelwand von Beispiel B erhält eine Außenisolierung von 2 cm Hartschaum. Berechne a) den k-Wert, b) die Wärmestromdichte, c) die Innenwand- und die Außenwandtemperatur und zeichne den Temperaturverlauf.

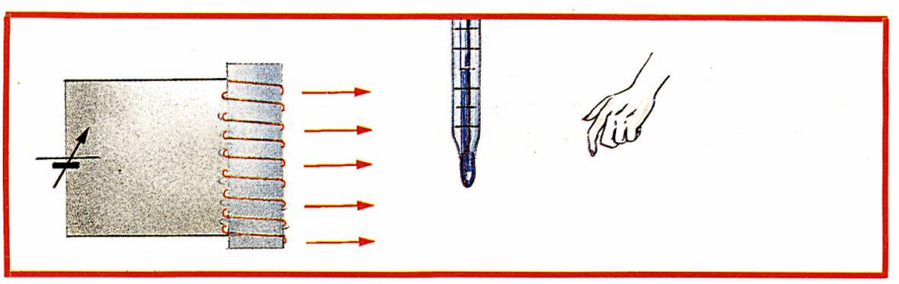
19.4 Energieübertragung durch Strahlung

Aus Beobachtungen im Alltag kennen wir die Wärmeübertragung durch Strahlung. In der Sonne fühlen wir eine Erwärmung. Daher müssen wir annehmen, daß von der Sonne durch den luftleeren Raum Energie zur Erde transportiert wird.

Durch Strahlung kann Energie ohne Mitwirkung eines Stoffes übertragen werden.

Versuch

Ein Heizwiderstand wird an eine veränderbare Spannungsquelle angeschlossen. Durch Erhöhung der Spannung wird die Temperatur des Heizdrahtes erhöht.



Der Heizdraht emittiert Strahlung. Bei nicht zu hoher Temperatur ist die Strahlung unsichtbar. Fällt die Strahlung auf einen Körper, so kommt es zu einer Erwärmung.

Die unsichtbare Strahlung eines erwärmten Körpers heißt *Ultrarotstrahlung* (UR-Strahlung) oder *Infrarotstrahlung* (IR-Strahlung). Sie wird auch oft als *Wärmestrahlung* bezeichnet, da ihr besonderes Merkmal die Wärmewirkung beim Auftreffen ist.

Bei weiterer Temperaturerhöhung beginnt der Heizdraht zu glühen, zuerst mit dunkler Rotglut, dann mit heller Rotglut bis zur Weißglut.

Man bezeichnet die Strahlung, die ein Körper aufgrund seiner Temperatur emittiert, als *Temperaturstrahlung*. Jeder Körper emittiert bei jeder Temperatur (über 0 Kelvin) Strahlung.

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter einem Temperaturgefälle?
2. Was sind die Voraussetzungen für die Wärmeleitung?
3. Was versteht man unter dem Wärmestrom?
4. Kann ein Wärmestrom durch eine Wärmeisolierung verhindert werden?
5. Unter welchen Bedingungen wird ein Wärmetransport als stationär bezeichnet?
6. Was gibt die Wärmeleitfähigkeit an?
7. Welche Unterschiede bestehen zwischen Wärmeleitfähigkeit, Konvektion und Wärmestrahlung?
8. Warum fühlt sich ein Metallstück kalt an, Hartschaum dagegen warm?
9. Warum sind poröse Stoffe im allgemeinen schlechte Wärmeleiter?
10. Was versteht man unter Wärmeübergang?
11. Erkläre den Wärmedurchgang durch eine Wand!
12. Was versteht man unter Temperaturstrahlung?

20. Kinetische Gastheorie

20.1 Einleitung

Bisher haben wir die Eigenschaften eines Gases durch die Zustandsgrößen Druck, Temperatur, Volumen und Dichte beschrieben.

In der *kinetischen Gastheorie* versucht man nun, Ursachen für die Zustandsgrößen und ihre Beziehungen untereinander zu finden.

Zur Wiederholung werden nochmals die Kriterien für ein *ideales Gas* angegeben:

(1) Ideale Gase bestehen aus räumlich weit voneinander entfernten Teilchen, deren Volumen vernachlässigbar klein ist.

(2) Die Gasteilchen befinden sich in dauernder Bewegung, wobei es häufig zu Zusammenstößen zwischen den Teilchen untereinander und mit den Gefäßwänden kommt. Die Zusammenstöße sollen vollkommen elastisch sein.

(3) Zwischen den Teilchen eines idealen Gases bestehen keine Molekularkräfte.

Das Modell eines idealen Gases wird uns Erklärungen für die Gaseigenschaften *Druck, Temperatur* und *innere Energie* aus dem Verhalten der Teilchen liefern. Der Druck beispielsweise entsteht durch den ständigen Aufprall der Gasteilchen an den Gefäßwänden.

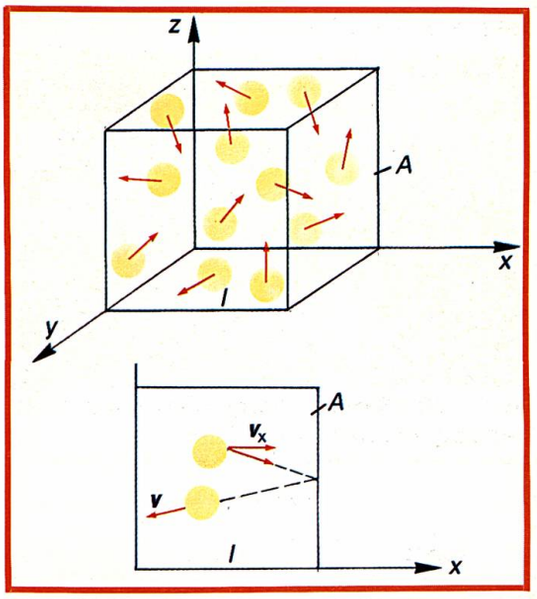
20.2 Zustandsgleichung

Zur Ableitung der Zustandsgleichung nehmen wir einen quaderförmigen Raum mit N Teilchen eines idealen Gases an. Diese stoßen aufeinander und gegen die Wände. Die häufigen Stöße bewirken ständig eine Änderung von Richtung und Geschwindigkeit der einzelnen Teilchen. Als Folge dieser Kollisionen haben sie unterschiedliche Geschwindigkeiten, und es fliegen ungefähr gleich viele Teilchen in jede Raumrichtung.

Wir betrachten vorerst nur *ein* einziges Teilchen: siehe Randspalte!

Für N Teilchen im Volumen $A\,l$ müssen wir für das Geschwindigkeitsquadrat einen Mittelwert $\overline{v_x^2}$ wählen, da die einzelnen Teilchen sicherlich unterschiedliche Geschwindigkeiten aufweisen. Für die Angabe des Zustandes eines Gases ist ohnehin das durchschnittliche physikalische Verhalten aller Gasteilchen und nicht der Zustand eines Einzelteilchens maßgebend.

141.1 Zur kinetischen Gastheorie lieferte der österreichische Physiker *Ludwig Boltzmann* (1844 - 1906) grundlegende Arbeiten.
Er leitete das Verhalten von Materie aus dem Verhalten von vielen einzelnen Masseteilchen, aus denen die Stoffe bestehen, ab.



141.2 Ideales Gas in einem quaderförmigen Raum

Druckkraft F eines einzigen Teilchens
Der Zusammenstoß mit der Wand A bedeutet eine Impulsänderung:
(1) $m\,\Delta v_x$
Beim elastischen Stoß an die Wand bleibt der Betrag der Geschwindigkeit gleich, die Richtung ist entgegengesetzt:
(2) $\Delta v_x = v_x - (-v_x) = 2\,v_x$
(2) in (1) eingesetzt liefert die Impulsänderung des Teilchens pro Stoß:
$2\,m\,v_x$
Nach dem Zurücklegen der Strecke $2\,l$ in x-Richtung trifft das Teilchen wieder an die Wand. Die für diesen Weg benötigte Zeit beträgt

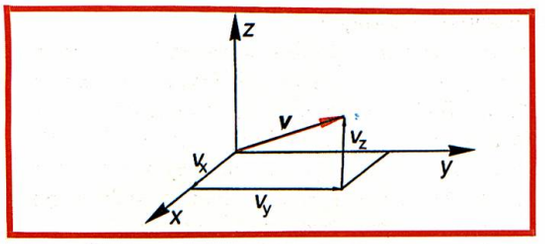
$$\Delta t = \frac{2\,l}{v_x}$$

Pro Zeiteinheit erfolgen daher $v_x / 2\,l$ Stöße. Somit beträgt die gesamte Impulsänderung pro Zeiteinheit

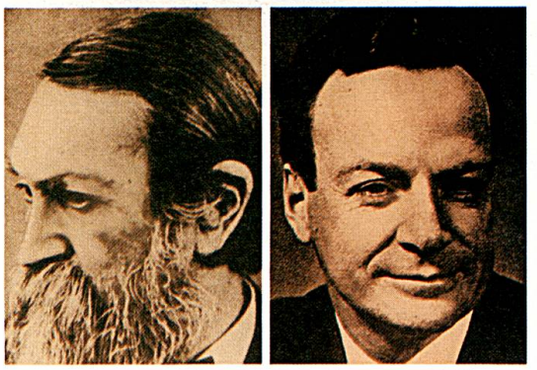
$$\frac{v_x}{2\,l}\,2\,m\,v_x$$

Die Impulsänderung, die das Teilchen in der Zeiteinheit erfährt, ist gleich der Druckkraft, die auf die Wand ausgeübt wird:

$$F = \frac{m\,v_x^2}{l}$$

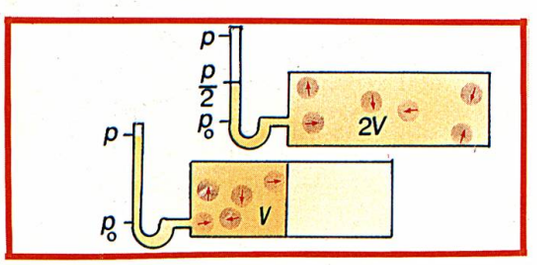


142.1 Übergang von der Komponente v_x auf den Geschwindigkeitsvektor v.

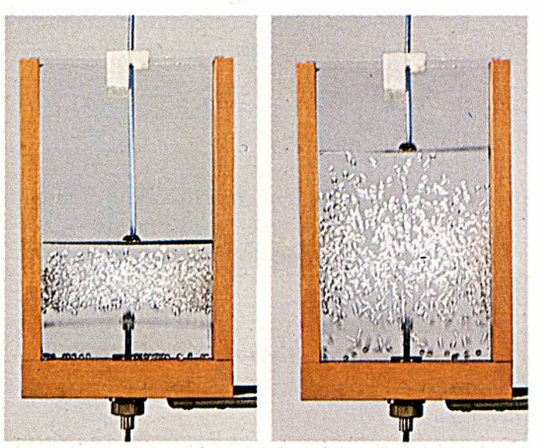


142.2 *Ernst Mach* (1838-1916), österreichischer Physiker und Philosoph, erforschte die Bewegung von Körpern mit Überschallgeschwindigkeit. Er leugnete die Existenz von Atomen: "Haben S' ein's g'sehn?"

142.3 Richard Feynman (1918-1988), US-amerikanischer Physiker, Begründer der Quantenelektrodynamik, antwortete auf die Frage, wie man die naturwissenschaftlichen Erkenntnisse in einem Satz zusammenfassen könnte, folgendermaßen: "Alle Dinge bestehen aus Atomen, kleinen Teilchen, die sich ständig in Bewegung befinden, einander anziehen, wenn sie etwas voneinander entfernt sind, aber einander abstoßen, wenn man sie gegeneinanderpreßt."



142.4 Volumsverdoppelung - Druckhalbierung



142.5 Modellversuch zum Gasdruck: Versetzt man die Grundplatte in Schwingungen, wird die Deckplatte durch die Bewegung der Kugeln angehoben. Erhöht man die Frequenz der Schwingungen, wird die Deckplatte weiter angehoben. Damit die Platte gleich angehoben wird wie bei der kleineren Frequenz, muß sie stärker belastet werden: Der Druck wird größer.

Für N Teilchen gilt: $F = \frac{N m \overline{v_x^2}}{l}$

$\overline{v_x^2}$ ist das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, das heißt der Mittelwert von allen v_x^2.

Der ausgeübte Druck ist daher:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{N m \overline{v_x^2}}{l A} = \frac{N m \overline{v_x^2}}{V}$$

Das ist gleichbedeutend mit:

$$p V = N m \overline{v_x^2}$$

Nun geht man von der Komponente v_x auf den Geschwindigkeitsvektor v über. Wir entnehmen Abb. 142.1:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Da die Teilchen in gleicher Weise gegen alle sechs Wände stoßen, gilt im Mittel:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

Daraus folgt:

$$\overline{v^2} = 3\,\overline{v_x^2} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

Damit erhält man:

$$p V = N m \frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{2N}{3} \cdot \frac{m \overline{v^2}}{2}$$

Der Faktor $\frac{m \overline{v^2}}{2}$ ist offenbar die *mittlere kinetische Energie* eines Teilchens:

$$E_{kin} = \frac{m \overline{v^2}}{2}$$ mittlere kinetische Energie eines Teilchens

Die Zustandsgleichung eines idealen Gases erhält die Form

$$p V = \frac{2}{3} N E_{kin}$$

Ein ideales Gas, welches aus N Teilchen besteht und in einem Volumen V den Druck p ausübt, gehorcht dem Zusammenhang:

$$p V = \frac{2}{3} N E_{kin}$$

Folgerungen

Gesetz von Boyle-Mariotte

Das Produkt pV eines idealen Gases ist genau dann konstant, wenn die mittlere kinetische Energie der Gasteilchen konstant ist.

Was bedeutet nun Druck- bzw. Volumsänderung?

Wird die Trennwand entfernt (Abb. 142.4), ändert sich die Teilchendichte und somit die Anzahl der Stöße pro Zeit auf die Gefäßwände. Das Volumen wird verdoppelt, der Druck sinkt auf die Hälfte, da die Anzahl der Stöße im Mittel nur noch halb so groß ist.

Eine entsprechende Überlegung kann man für eine Volumsverkleinerung und damit Druckerhöhung anstellen.

Die Zustandsgröße Druck wird durch die Anzahl der Stöße pro Zeit auf die Gefäßwände verursacht.

Druckerhöhung bedeutet Erhöhung der Stöße pro Zeit, Druckverminderung bedeutet ein Sinken der Stoßanzahl.

Zusammenhang zwischen Temperatur und Teilchenbewegung

Wir vergleichen zwei Formen der Zustandsgleichung eines idealen Gases:

$p\,V = N\,k\,T$ (vgl. 16.4, S. 123 ff) und

$p\,V = \frac{2}{3}\,N\,E_{kin}$

Die beiden rechten Seiten liefern den gesuchten Zusammenhang:

$N\,k\,T = \frac{2}{3}\,N\,E_{kin}$

$$T = \frac{2}{3\,k}\,E_{kin}$$

Die Temperatur ist jene Zustandsgröße, welche der mittleren kinetischen Energie der Gasteilchen proportional ist.

Beispiel A

Ein Gefäß (V = 5 dm³) enthält 10 g O_2-Gas (relative Atommasse von O ist 16 u), wobei dieses einen Druck von 1 bar ausübt. Bestimme die Temperatur und die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls.

$$p\,V = n\,R\,T \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{p\,V}{n\,R}$$

Zur Bestimmung von n:

Relative Molekülmasse von O_2: $2 \cdot 16$ u = 32 u. Das bedeutet: 1 mol O_2 wiegt 32 g. 10 g O_2 sind daher 10/32 mol. n = 10/32 mol

$$T = \frac{10^5\ \text{Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{0{,}3125\ \text{mol} \cdot 8{,}314\ \text{J K}^{-1}\ \text{mol}^{-1}} = 192{,}4\ \text{K}$$

$$T = \frac{2}{3\,k}\,E_{kin} \quad \Leftrightarrow \quad E_{kin} = \frac{3\,k\,T}{2}$$

$$E_{kin} = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J K}^{-1} \cdot 192{,}4\ \text{K}}{2} = 3{,}98 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

Aufgaben

268. Leite folgende Formel ab: $p = {}^1/_3\ \rho\ \overline{v^2}$

269. Berechne das mittlere Geschwindigkeitsquadrat der Methanmoleküle in der Atmosphäre des Jupiter bei einer Temperatur von –130 °C. Die relative Molekülmasse von Methan beträgt 16 u.

270. Warum verliert die Erde ihre Lufthülle nicht?

271. Welche mittlere kinetische Energie besitzen die Teilchen eines idealen Gases bei 2000 K?

20.3 Experimentelle Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit

Mit welcher Berechtigung rechnet man in der kinetischen Gastheorie mit mittleren Geschwindigkeitsquadraten und mittleren Energien?

Die Antwort auf diese Frage liefern Experimente, bei welchen Geschwindigkeiten von Gasteilchen gemessen werden können.

Im folgenden seien zwei experimentelle Methoden angeführt:

1. Methode (Abb. 143.2)

Von einem Gefäß, in dem sich ein Gas bestimmter Temperatur befindet, läßt man aus einer kleinen Öffnung einen Gasstrahl in ein umgebendes Vakuum austreten.

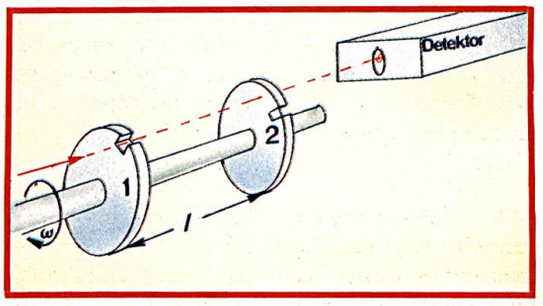
Modellvorstellungen

In der kinetischen Gastheorie haben *Ludwig Boltzmann, James Maxwell* und *Willard Gibbs* ein Modell für Gase entwickelt. Man stellt sich die Gasteilchen als winzige "Bälle" vor, die in einem Raum elastisch aufeinander und gegen die Wände stoßen. Mit diesem Modell können viele Eigenschaften von Gasen beschrieben werden.

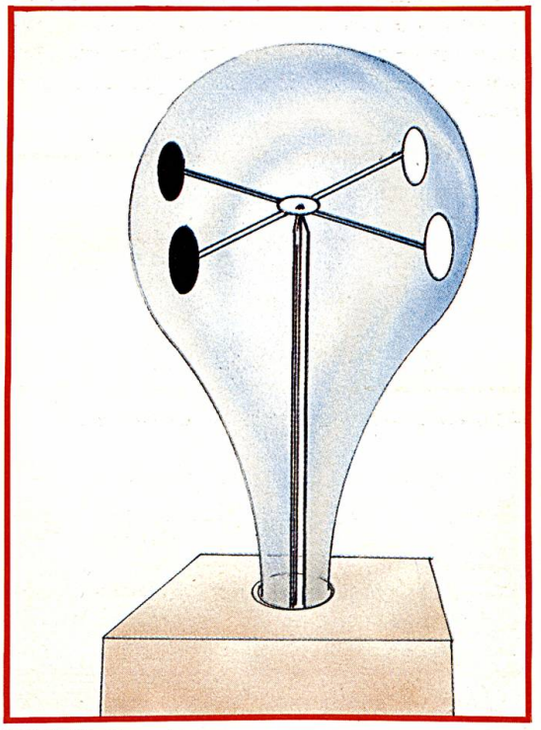
Den makroskopischen Größen eines Gases wie Temperatur und Druck entsprechen die mikroskopischen Größen wie kinetische Energie der Teilchen und Stoßanzahl der Teilchen gegen die Wand.

Gas	Geschwindigkeit in m/s bei 0 °C
Wasserstoff	1694
Stickstoff	453
Luft	447
Kohlendioxid	361

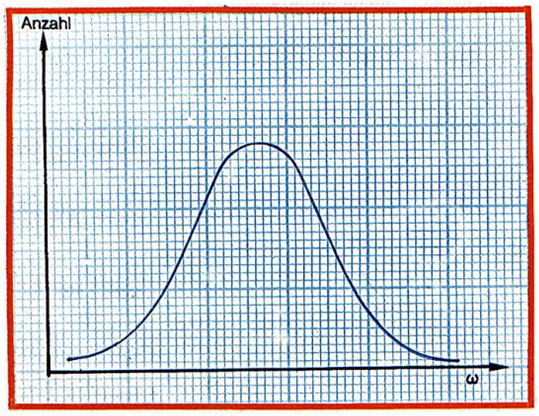
143.1 Die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$ ist nicht $\sqrt{\overline{v^2}}$. Es gilt die folgende Beziehung: $\bar{v} = 0{,}921\ \sqrt{\overline{v^2}}$



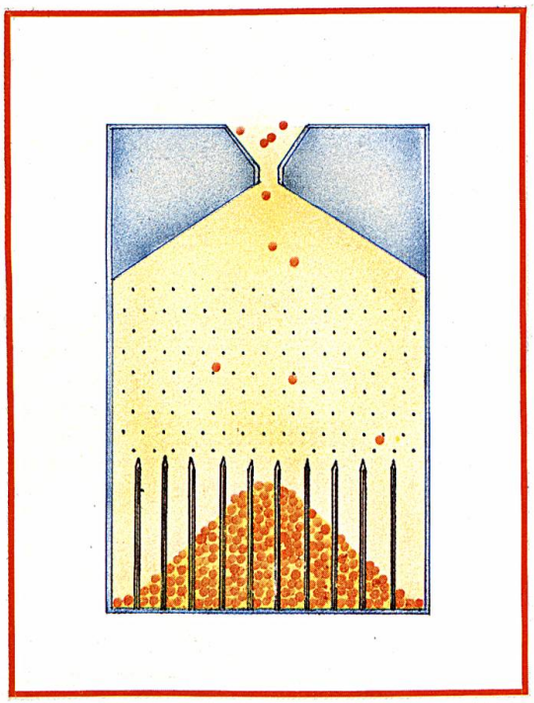
143.2 Die Anzahl der im Detektor ankommenden Teilchen kann bestimmt werden.



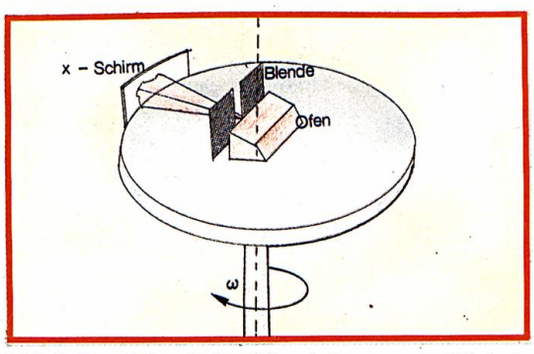
143.3 Radiometer:
Das Flügelrädchen, dessen Flügel einseitig mit Ruß überzogen sind und in dieselbe Drehrichtung weisen, befindet sich in einer teilweise evakuierten Glaskugel.
Trifft Wärmestrahlung auf die Blättchen, so werden die schwarzen Seiten stärker erwärmt als die blanken. Die Gasteilchen auf den geschwärzten Seiten der Blättchen weisen eine höhere Geschwindigkeit auf und üben somit einen größeren Impuls aus als die Teilchen auf den blanken Seiten. Folglich wird auf die dunklen Flügelteile auch ein stärkerer Kraftstoß ausgeübt. Das Flügelrad beginnt sich zu drehen.



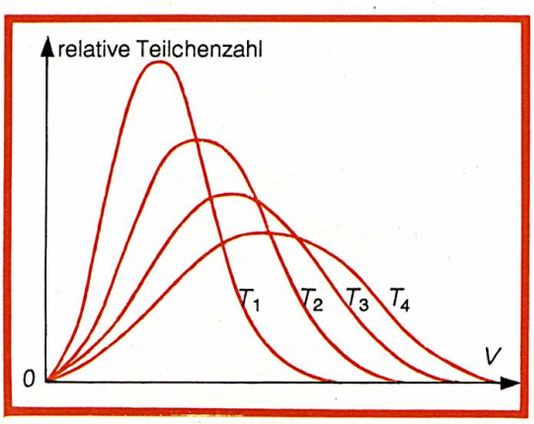
144.1 Geschwindigkeitsverteilung



144.2 Galtonbrett



144.3 Der Ofen dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit.



144.4 Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung (T1 < T2 < T3 < T4)

Dieser Strahl wird auf zwei Scheiben gerichtet, die auf einer gemeinsamen Achse mit einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit rotieren. Die Scheiben haben zwei gegeneinander versetzte Löcher, so daß nur Teilchen einer ganz bestimmten Geschwindigkeit durch beide Löcher kommen.

Mit Hilfe eines Detektors kann die Anzahl der auftreffenden Teilchen pro Sekunde gemessen werden.

Da jedem ω eine bestimmte Geschwindigkeit v durchgekommener Teilchen entspricht, repräsentiert die Kurve auch die Häufigkeitsverteilung der Teilchengeschwindigkeiten, also die *Geschwindigkeitsverteilung* (Abb. 144.1).

Eine ähnliche Verteilung kann mit Hilfe eines *Galtonbrettes* veranschaulicht werden (Abb. 144.2).

Das Galtonbrett besteht aus einer geneigten Fläche, auf der n Reihen Nägel auf Lücke eingeschlagen sind. Aus einem Trichter, dessen untere Öffnung sich genau über dem obersten Nagel befindet, läßt man Kugeln durch die Nagelseiten hindurchlaufen, wo sie dann in Fächer fallen. Nach der letzten Kugel zeigt sich in den Fächern eine charakteristische Verteilung der Kugeln: Die Anzahl der Kugeln ist in der Mitte am größten und nimmt dann nach links und rechts ab. Dieses Galtonbrett kann auch durch ein einfaches Computerprogramm simuliert werden. (Abb. 145.1)

2. Methode (Abb.144.3)

Ein Ofen, der durch eine Blende einen Gasstrahl in einen Vakuumbehälter aussendet, wird auf einem drehbaren Tisch montiert.

Bei Drehung des Tisches mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit wirken auf die Gasteilchen wegen ihrer verschiedenen Geschwindigkeiten verschieden große *Corioliskräfte*.

Es gilt:

$F = 2\,m\,v\,\omega$

Man erhält an der äußeren Wand des Vakuumgefäßes z. B. bei Verwendung eines Metalldampfes als Gas einen Niederschlag. Es ergibt sich daraus eine Dickeverteilung des Niederschlages, welche der Geschwindigkeitsverteilung entspricht.

Das Diagramm (Abb. 144.4) zeigt die Verteilung der Teilchengeschwindigkeiten eines Gases bei niedriger und hoher Temperatur.

Bei höheren Temperaturen verbreitert sich die Kurve, die Verteilung ist somit temperaturabhängig.

Die mathematische Beschreibung dieser experimentellen Erkenntnisse lieferten *Maxwell* und *Boltzmann*.

Folgerungen

Aus der Geschwindigkeitsverteilung erhält man auch eine Energieverteilung der Teilchen. Diese gibt an, wie viele Gasteilchen genügend Energie besitzen, um

(1) eine endotherme chemische Reaktion auszulösen,
(2) eine Ionisation zu bewirken (Stoßionisation),
(3) eine Strahlung anzuregen,
(4) dem Gravitationsfeld der Erde oder eines anderen Planeten zu entweichen,
(5) eine Kernfusion zu ermöglichen.

Kontrollfragen

1. Leite die Zustandsgleichung eines idealen Gases ab.
2. Warum betrachtet man den Mittelwert der kinetischen Energie der Gasteilchen?
3. Welche Erklärung hat man für Druck- bzw. Temperaturänderung vom gaskinetischen Standpunkt aus?

4. Auf welche Arten kann man die Teilchengeschwindigkeiten experimentell bestimmen?
5. Was versteht man unter einer Geschwindigkeitsverteilung?
6. Wozu dient ein Galtonbrett?
7. Wovon ist die Geschwindigkeitsverteilung eines Gases abhängig?
8. Welche Folgerungen ergeben sich aus der Geschwindigkeitsverteilung eines Gases?

20.4 Gleichverteilungssatz der Energie

Thermisches Gleichgewicht

Werden mehrere Körper unterschiedlicher Temperatur in Berührung gebracht, findet nach genügend langer Zeit ein Temperaturausgleich statt. Man sagt, die Körper befinden sich im *thermischen Gleichgewicht*. (Abb. 145.2)

Die Teilchen aller im thermischen Gleichgewicht befindlichen Körper haben die gleiche mittlere Bewegungsenergie.

Nun gehen wir davon aus, daß sich ein einatomiges Teilchen in drei Raumrichtungen bewegen kann. Es besitzt somit drei *Freiheitsgrade*.

Wie groß ist die mittlere kinetische Energie pro Freiheitsgrad?

$$(1)\quad E_{kin} = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$$

$$(2)\quad \overline{v^2} = 3\,\overline{v_x^2} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

Daraus folgt für die mittlere kinetische Energie E_{kin} für einen Freiheitsgrad:

$$E_x = \frac{m\overline{v_x^2}}{2} = \frac{1}{3}\cdot\frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{1}{2}kT$$

Gleichverteilungssatz
Die mittlere Energie für jedes Teilchen beträgt pro Freiheitsgrad $\frac{1}{2}kT$.

Dämit beträgt die innere Energie bei drei Freiheitsgraden:

$$U = 3\cdot\frac{1}{2}NkT = \frac{3}{2}NkT$$

Allgemein gilt für die innere Energie U eines idealen Gases:

$$U = \frac{f}{2}NkT \qquad f \ldots \text{Anzahl der Freiheitsgrade}$$

➤ **Beispiel A** (Abb. 145.3)

Wie viele Freiheitsgrade hat ein zweiatomiges Molekül? Wie groß ist die innere Energie? Das Molekül wird hantelförmig angenommen.

Freiheitsgrade:
(1) Translation nach allen drei Raumrichtungen
(2) Rotation um drei Achsen

Dabei ist die Rotation um jene Achse, welche die beiden Atome zum Molekül verbindet, ohne Wirkung. Denn das Trägheitsmoment um diese Achse ist vernachlässigbar klein.
Somit hat das Molekül 5 Freiheitsgrade: 3 Freiheitsgrade der Translation, 2 Freiheitsgrade der Rotation.

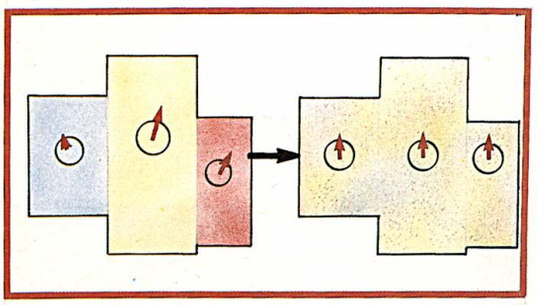
Die innere Energie U für N Teilchen hat daher diese Größe:

$$U = \frac{5}{2}NkT$$

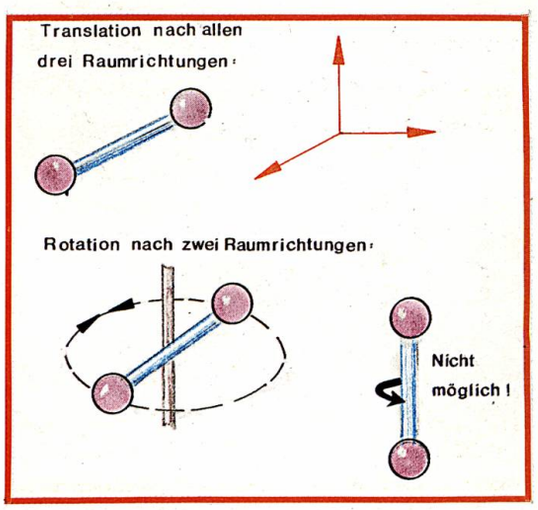
```
PROGRAM GALTON;
VAR ZAEHLER,KUGANZ,I,K:INTEGER;
    A:ARRAY[1..11] OF INTEGER;

BEGIN
 RANDOMIZE;
 FOR I:=1 TO 11 DO
  A[I]:=0;
 CLRSCR;
 WRITE('ANZAHL DER KUGELN --> ');
 READLN(KUGANZ);
 WRITELN;
 WRITELN('V E R T E I L U N G');
 WRITELN;
 FOR I:=1 TO KUGANZ DO
 BEGIN
  ZAEHLER:=1;
  FOR K:=1 TO 10 DO
   IF RANDOM>0.5 THEN ZAEHLER:=ZAEHLER+1;
  A[ZAEHLER]:=A[ZAEHLER]+1
 END;
 FOR I:=1 TO 11 DO
  WRITELN(I:2,'. ␣ : ',A[I]:8);
 IF KUGANZ<=200 THEN
  FOR I:=1 TO 11 DO
  BEGIN
   FOR K:=1 TO A[I] DO
    BEGIN
     GOTOXY(20+K,4+I);
     WRITE('*')
    END;
   WRITELN
  END
END.
```

```
ANZAHL DER KUGELN --> 2000

V E R T E I L U N G

 1. ␣ :        2
 2. ␣ :       24
 3. ␣ :      102
 4. ␣ :      253
 5. ␣ :      391
 6. ␣ :      453
 7. ␣ :      394
 8. ␣ :      259
 9. ␣ :      103
10. ␣ :       17
11. ␣ :        2
```

145.1 Simulation des Galton-Brettes durch ein Computer-Programm



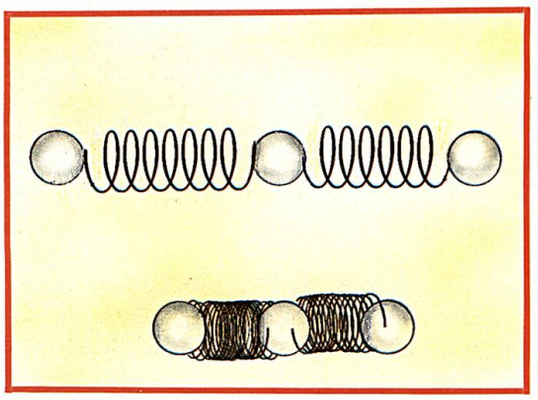
145.2 Nach einer bestimmten Zeit stellt sich ein thermisches Gleichgewicht ein.



145.3 Freiheitsgrade eines zweiatomigen Moleküls

Gas	C_p	C_v
Argon	20,91	12,71
Helium	20,97	12,65
Wasserstoff	28,70	20,38
Sauerstoff	29,20	20,90
Methan	34,52	26,19
Ammoniak	34,86	26,52
Kohlendioxid	36,12	27,83
Schwefelwasserstoff	37,66	29,39
Ethen	41,81	33,47
Ethan	51,99	43,68

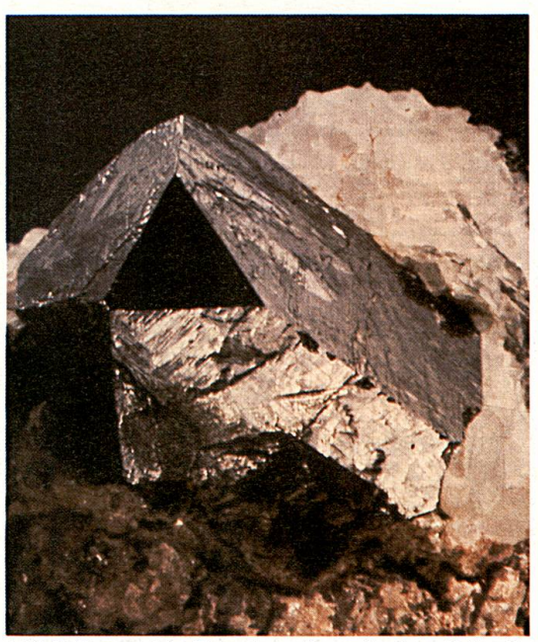
146.1 Molare Wärmekapazitäten einiger Gase in $JK^{-1}mol^{-1}$



146.2 Die mittlere Energie eines Teilchens setzt sich aus potentieller und kinetischer Energie zusammen.

Grenzen eines Modells

Das Dulong-Petitsche Gesetz beruht auf einer mechanischen Modellvorstellung, in der Atome als Kugeln angenommen werden. Dieses Gesetz bewährt sich in einem bestimmten Temperaturbereich, versagt aber bei tiefen Temperaturen. Man muß daraus folgern, daß Vorgänge im atomaren Bereich mit den Gesetzen der Mechanik nur näherungsweise beschrieben werden können.



146.3 Perowskit. Er weist aufgrund seiner Kristallstruktur bei tiefen Temperaturen besondere Eigenschaften auf. Perowskite sind Ausgangsprodukte für Hochtemperatursupraleiter.

Molare Wärmekapazität

Molare Wärmekapazität C_V bei konstantem Volumen

Aus $\Delta U = m\, c_V\, \Delta T$, $m = m_A\, n$ und $m_A\, c_V = C_V$ folgt für 1 mol ($n = 1$):

$$\Delta U = C_V\, \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad C_V = \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

Für ein einatomiges Molekül gilt: $C_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{L\, k\, \Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2} R$

$C_V = \frac{3}{2} R$ molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen für ein einatomiges Gas

Molare Wärmekapazität C_p bei konstantem Druck

Aus dem bereits bekannten Zusammenhang $C_p - C_V = R$ und $C_V = \frac{3}{2} R$ folgt:

$$C_p = R + \frac{3}{2} R = \frac{5}{2} R$$

$C_p = \frac{5}{2} R$ molare Wärmekapazität bei konstantem Druck für ein einatomiges Gas

Die theoretischen Werte stimmen mit den gemessenen gut überein.

Beispiel A

Berechne C_V und C_p für ein zweiatomiges Gas.

$\Delta U = \frac{5}{2} N k \Delta T \qquad N = L \qquad \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{5}{2} R$

$C_V = \frac{5}{R} \qquad C_p - C_V = R \qquad C_p = \frac{7}{2} R$

Für drei- und mehratomige Gase gilt: $C_v = \frac{6}{2} R = 3R$ und $C_p = 4R$

Eine gute Übereinstimmung mit gemessenen Werten ist jedoch nur bei Gasen gegeben, die dem Zustand eines idealen Gases nahekommen.

Molare Wärmekapazität eines Festkörpers

Die mittlere Energie eines Teilchens setzt sich aus kinetischer und potentieller Energie zusammen. Für die mittlere kinetische Energie gilt:

$$E_1 = 3 \cdot \frac{1}{2} kT$$

Für jeden Freiheitsgrad tritt auch ein Anteil von potentieller Energie auf (Abb. 146.2). Dieser ist im Mittel gleich groß wie der Anteil an kinetischer Energie:

$$E_2 = 3 \cdot \frac{1}{2} kT$$

Daraus folgt: $U = 3NkT$

Bezieht man die innere Energie auf 1 mol, erhält man:

$U = 3LkT = 3RT$

Daraus folgt: $C_V = 3R$

Gesetz von *Dulong-Petit:*
Die molare Wärmekapazität eines Festkörpers beträgt $C_V = 3R$.

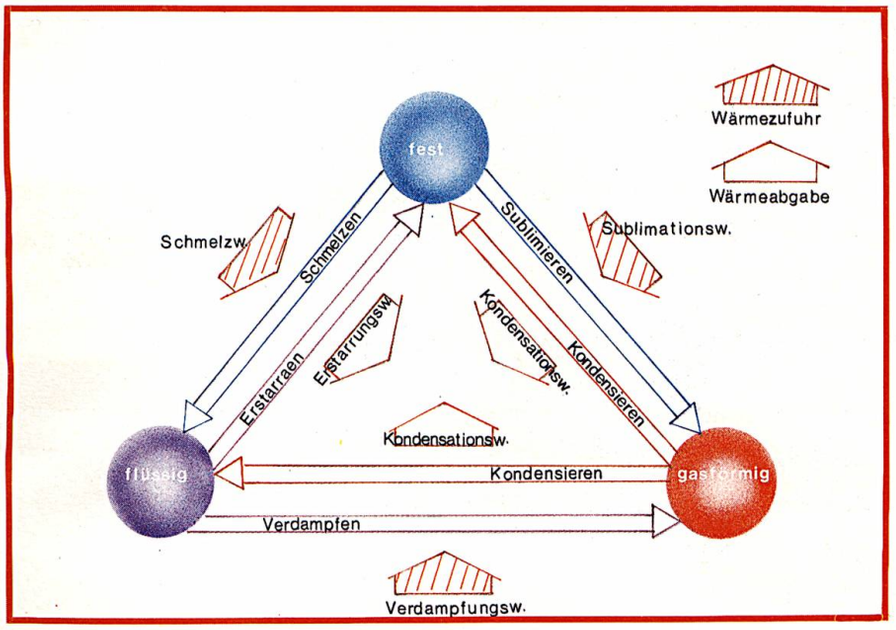
Kontrollfragen

1. Was versteht man unter dem thermischen Gleichgewicht?
2. Was besagt der Gleichverteilungssatz?
3. Warum hat ein zweiatomiges Molekül nur 5 Freiheitsgrade?
4. Was besagt das Gesetz von Dulong-Petit?

21. Änderung des Aggregatzustandes

Man unterscheidet die drei *Aggregatzustände flüssig, fest* und *gasförmig*.

Änderungen des Aggregatzustandes laufen unter Zufuhr oder Abgabe von Wärme ab, wobei während dieses Vorganges die *Temperatur* des Stoffes *konstant* bleibt.



21.1 Schmelzen und Erstarren

Als *Schmelzen* bezeichnet man den Übergang vom festen in den flüssigen Aggregatzustand.

Versuch:
Führt man einer Mischung aus Eis und Wasser Wärme zu, so zeigt sich bei ständiger Durchmischung keine Temperaturerhöhung (Abb. 147.3). Erst nach vollständigem Schmelzen des Eises beginnt die Temperatur von 0 °C an zu steigen. Wozu wurde die in Form von Wärme zugeführte Energie verwendet?

Führt man einem Festkörper Wärme zu, beginnen die Teilchen immer heftiger um ihre Ruhelage zu schwingen. Die Bindung wird dadurch derart geschwächt, daß die Moleküle nicht mehr an bestimmten Raumpunkten gehalten werden können. Das Kristallgitter wird zerstört.

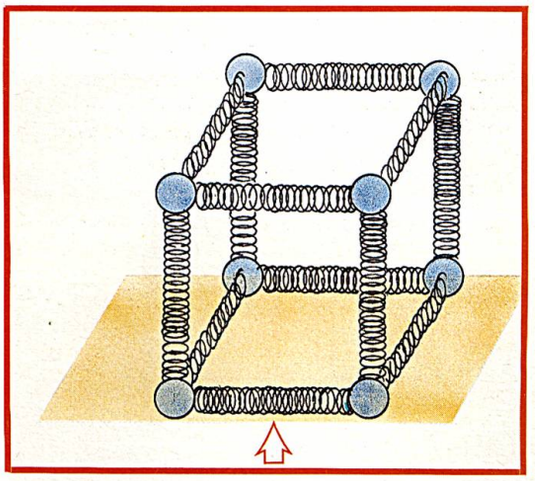
Die Substanz geht in den flüssigen Zustand über - sie schmilzt. Die ständig zugeführte Energie wird für diesen Vorgang verwendet. Die Temperatur, bei der dieser Vorgang stattfindet, heißt *Schmelzpunkt*.

Verschiedene Stoffe besitzen nicht nur unterschiedliche Schmelzpunkte, sondern es werden auch bei gleicher Masse verschieden große Wärmemengen Q_S zum Schmelzen, kurz *Schmelzwärmen*, benötigt. Um die Schmelzwärmen verschiedener Stoffe vergleichen zu können, hat man die *spezifische Schmelzwärme* q_S eingeführt.

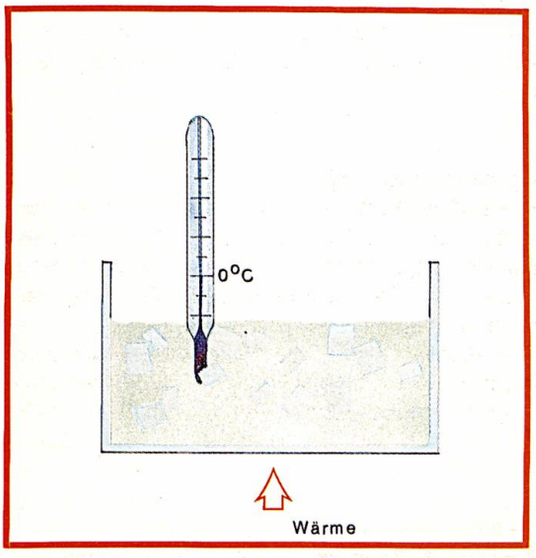
Die spezifische Schmelzwärme q_S ist jene Wärmemenge, die benötigt wird, um 1 kg einer Substanz bei der Schmelztemperatur zu schmelzen.
$Q_S = m\ q_S$ Schmelzwärme

Material	q_S in kJ/kg
Eis	333,7
Kupfer	209,3
Platin	111,3
Quecksilber	11,8

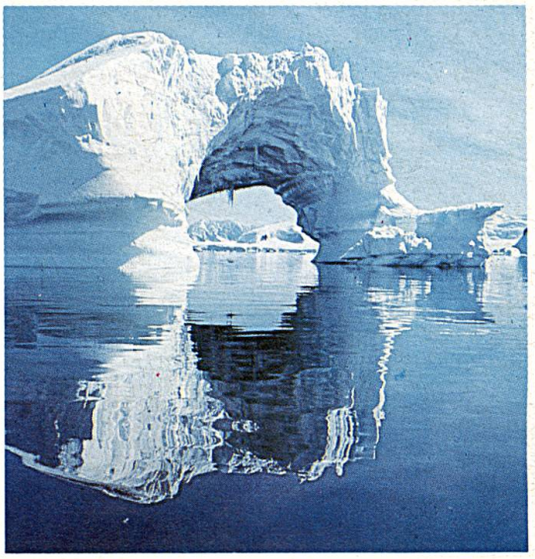
147.1 Die spezifische Schmelzwärme einiger Stoffe



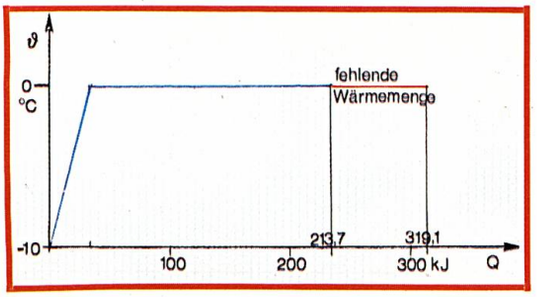
147.2 Die Bindung des Festkörpers wird durch Federn veranschaulicht. Bei Energiezufuhr schwingen die Gitterbausteine heftiger um ihre Ruhelage.



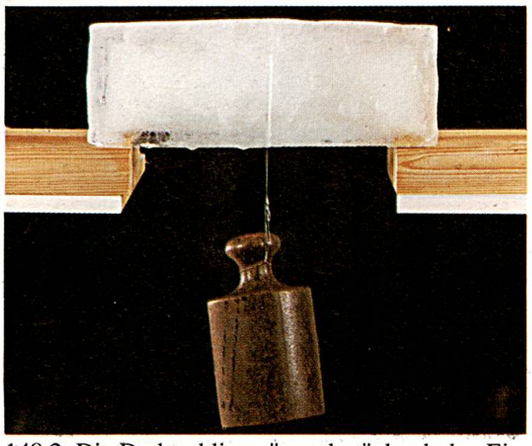
147.3 Die Temperatur bleibt bis zum vollständigen Schmelzen des Eises konstant.



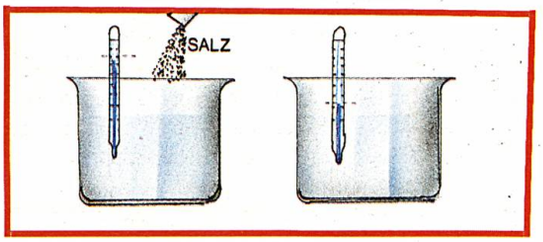
147.4 Eis besitzt eine hohe Schmelzwärme - Eisberge schmelzen langsam!



148.1 Diagramm zu Beispiel A

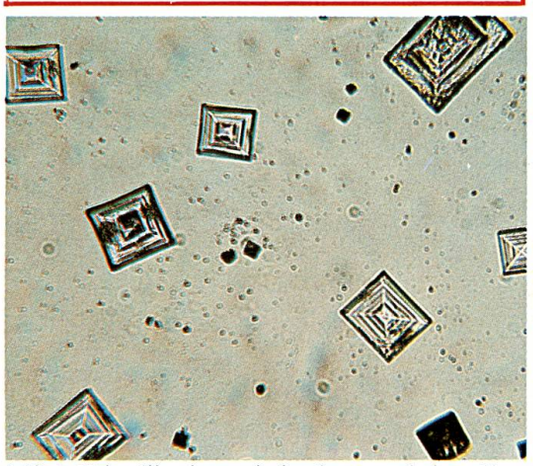


148.2 Die Drahtschlinge "wandert" durch den Eisblock, ohne ihn durchzuschneiden.



148.3 Man löst Kochsalz in Wasser und rührt dabei ständig um. Am Thermometer kann man ein Sinken der Temperatur beobachten: Denn zur Auflösung des Kristallgitters ist Energie erforderlich. Man bezeichnet diese Energie als *Lösungswärme*. Sie wird aus der inneren Energie des Lösungsmittels genommen, was sich als Temperaturerniedrigung bemerkbar macht.

Zum Lösen einer Substanz in einem Lösungsmittel wird entweder Energie aufgenommen oder abgegeben, je nachdem, welcher der beiden folgenden Effekte wirksamer ist:
(1) Auflösung der Kristallstruktur - Energie wird benötigt.
(2) Bildung neuer Verbindungen zwischen gelöstem Stoff und Lösungsmittel - Energie wird abgegeben.



148.4 Kristallisation - sie ist der umgekehrte Vorgang zum Lösen.

Beispiel A

Ein Stück Eis (m = 0,9 kg, ϑ = –10 °C, c_{Eis} = 2,09 kJ/kg °C) wird in ein Gefäß mit 1,7 kg Wasser von 30 °C geworfen.
Reicht die vom Wasser abgegebene Wärmemenge aus, um das Eis vollständig zu schmelzen?

Wir wollen die Berechnung in 3 Teilen durchführen:

(1) Wärmemenge, um das Eis auf 0 °C zu erwärmen:

$$Q_1 = m\ c_{Eis}\ \Delta\vartheta$$

$$Q_1 = 0{,}9\ \text{kg} \cdot 2{,}09\ \text{kJ/kg °C} \cdot 10\ \text{°C} = 18{,}8\ \text{kJ}$$

(2) Schmelzwärme des Eises:

$$Q_s = m\ q_s = 0{,}9\ \text{kg} \cdot 333{,}7\ \text{kJ/kg}$$

$$Q_s = 300{,}3\ \text{kJ}$$

(3) Abgegebene Wärmemenge des Wassers:

$$Q_3 = m\ c_{H_2O}\ \Delta\vartheta$$

$$Q_3 = 1{,}7\ \text{kg} \cdot 4{,}19\ \text{kJ/kg °C} \cdot 30\ \text{°C} = 213{,}7\ \text{kJ}$$

Da $Q_3 < Q_1 + Q_s$, reicht die beim Abkühlen des Wassers abgegebene Wärmemenge nicht zum Schmelzen des Eises aus.

Zusatz 1:

Wieviel Eis bleibt übrig?

$$\Delta Q = Q_1 + Q_s - Q_3$$

$$\Delta Q = 18{,}8\ \text{kJ} + 300{,}3\ \text{kJ} - 213{,}7\ \text{kJ} = 105{,}4\ \text{kJ}$$

$$\Delta Q = q_s\ m_{Rest}$$

$$m_{Rest} = \frac{\Delta Q}{q_s}$$

$$m_{Rest} = \frac{105{,}4\ \text{kJ}}{333{,}7\ \text{kJ/kg}} = 0{,}316\ \text{kg}$$

Die verbleibende Eismenge hat eine Masse von 0,316 kg.

Zusatz 2:

Welche Wärmemenge muß aufgenommen werden, um das restliche Eis zu schmelzen und den gesamten Inhalt auf Zimmertemperatur (ϑ = 21 °C) zu bringen?

Zum Schmelzen benötigt man 105,4 kJ.

Um m_G = 2,6 kg Wasser von 0 °C auf 21 °C zu erwärmen, muß man folgende Wärmemenge zuführen:

$$Q = m_G\ c_{H_2O}\ \Delta\vartheta$$

$$Q = 2{,}6\ \text{kg} \cdot 4{,}19\ \text{kJ/kg °C} \cdot 21\ \text{°C} = 228{,}8\ \text{kJ}$$

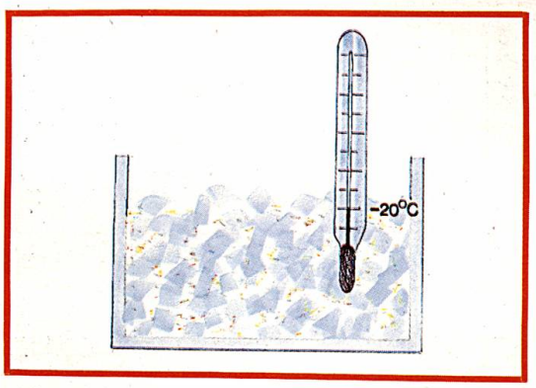
Man benötigt 228,8 kJ + 105,4 kJ ≈ 334 kJ.

Das *Erstarren* ist der umgekehrte Vorgang zum Schmelzen. Beim Erstarren einer Substanz wird daher *Erstarrungswärme* frei, welche gleich der zugeführten Schmelzwärme ist. Schmelzpunkt und *Erstarrungspunkt* sind identisch.

Versuch (Abb. 148.2)
Eine Drahtschlinge "wandert" durch einen Eisblock, ohne ihn zu zerschneiden, da sich das Eis oberhalb der Schlinge wieder schließt.

Erklärung:
Der Schmelzpunkt eines Körpers ist vom äußeren Druck abhängig. Jene Stoffe, die sich beim Erstarren zusammenziehen, besitzen bei hohem Druck einen höheren Schmelzpunkt. Stoffe, die im festen Zustand eine geringere Dichte haben, schmelzen - wie Eis - unter hohem Druck bei tieferer Temperatur.

Es ist durch langsames vorsichtiges Abkühlen möglich, Flüssigkeiten beträchtlich unter den Erstarrungspunkt abzukühlen. Man spricht von *Erstarrungsverzug*. Wasser kann auf diese Art bis ca. –10 °C flüssig gehalten werden. Es genügt dann eine leichte Erschütterung, um den Gefrierprozeß auszulösen, wobei sich die normale Gefriertemperatur einstellt. Das Vereisen von Flugzeugen beruht ebenso auf diesem Effekt. Unterkühlte Wassertröpfchen, die in unbewegter Luft enthalten sind, gefrieren an den Tragflächen.



149.1 *Kältemischung:* Man mischt zerstoßenes Eis mit Salz. Das Eis schmilzt, dabei wird Schmelzwärme verbraucht. Das Salz wird gelöst, dabei wird Lösungswärme verbraucht. Folglich kühlt das Gemisch sehr stark ab. Bei einer Mischung von rund100 g Eis und 30 g Kochsalz erreicht man eine Temperatur von etwa -20 °C.

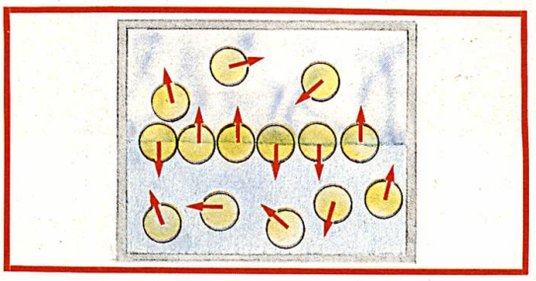
21.2 Verdampfen und Kondensieren

Unter dem Verdampfen versteht man den Übergang einer Substanz vom flüssigen in den gasförmigen Zustand.

Versuch:
Was geschieht in einem offenen Gefäß mit Wasser, dessen Temperatur konstant gehalten wird? Die ständigen Stöße der Wassermoleküle untereinander bewirken, daß einige Moleküle mehr Energie besitzen als andere - vgl. die Geschwindigkeitsverteilungen in Abb. 144.4. Diese Energie kann größer sein als die Energie, die die Flüssigkeitsteilchen untereinander bindet. An der Oberfläche der Flüssigkeit können diese Teilchen den Flüssigkeitsverband verlassen. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Verdampfen.*

Anmerkung:
Man bezeichnet den gasförmigen Zustand des Wassers als Dampf, da dieser von den Eigenschaften eines idealen Gases sehr stark abweicht.

Ist nur der gasförmige Zustand vorhanden, spricht man von einem *ungesättigten* oder *überhitzten Dampf.*



149.2 Vor dem Verdampfen wird der Gasraum über der Flüssigkeit evakuiert. Bei der Verdampfung stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht ein.

Die ausgetretenen Teilchen bilden ein Gas über der Flüssigkeit oder treten in ein bereits gebildetes Gas ein. Dieses Gas übt einen bestimmten Druck aus, den *Dampfdruck.*

In einem abgeschlossenen Gefäß (Abb. 149.2) geht das Verdampfen einer Flüssigkeit so lange vor sich, bis ein bestimmter Dampfdruck, der *Sättigungsdampfdruck,* erreicht ist. Man spricht dann von einem *gesättigten Dampf.*

Dies ist jedoch kein statischer Zustand. Es stellt sich ein dynamischer Gleichgewichtszustand ein. Dies bedeutet, daß genauso viele Moleküle in den Dampfraum eintreten, wie Teilchen vom Dampfraum in die Flüssigkeit zurückfallen.

Vergrößert man den Dampfraum bei konstanter Temperatur, so treten so lange mehr Moleküle aus der Flüssigkeit aus, bis sich ein Gleichgewichtszustand und damit der ursprüngliche Dampfdruck wieder eingestellt hat.

Der Sättigungsdampfdruck ist bei konstanter Temperatur unabhängig vom Dampfvolumen.

Wasser	2 330 Pa
Alkohol	5 900 Pa
Ether	59 000 Pa

149.3 Einige Sättigungsdampfdrucke bei 20 °C

°C	0	20	40	80	100	120	150
mbar	6,1	23,3	73,7	473,4	1013	1985	4761

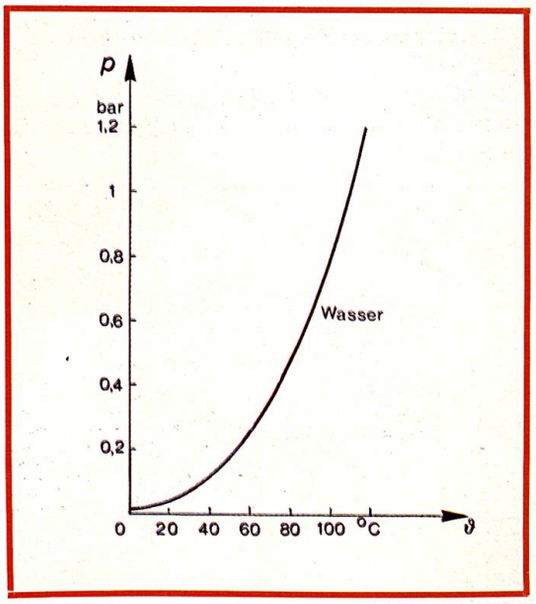
149.4 Sättigungsdampfdrucktabelle von Wasser

Wovon hängt der Sättigungsdampfdruck ab?

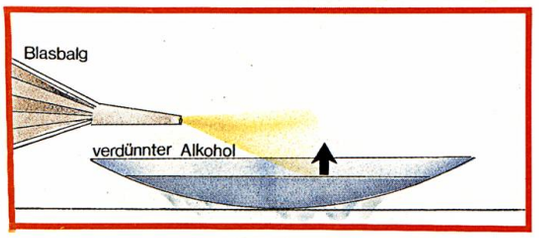
(1) Er ist eine stoffabhängige Größe. (Tab. 149.3)

(2) Er ist eine temperaturabhängige Größe. (Tab. 149.4, Abb. 149.5)

Je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist, desto mehr Teilchen besitzen ausreichende Energie, um in den Dampfraum zu gelangen. Der Druck des gesättigten Dampfes steigt aber nicht entsprechend dem Gesetz von *Amantons* linear an, sondern exponentiell.



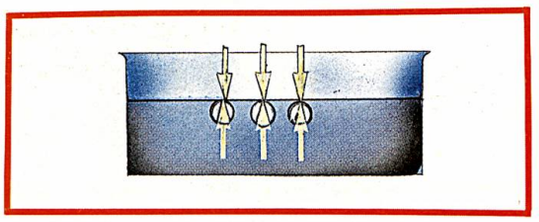
149.5 Erstellt man mit den Werten der Sättigungsdampfdrucktabelle ein Diagramm, erhält man als Graph die *Dampfdruckkurve* des Wassers.



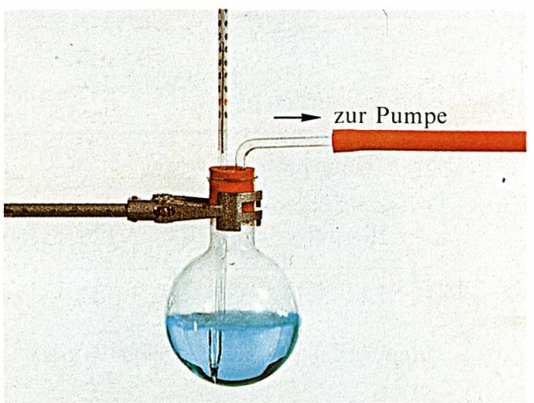
150.1 Durch das Wegblasen des Dampfes wird die Verdunstung beschleunigt.

Gold	2 950
Eisen	2 880
Quecksilber	357
Diethylether	34,5
Wasser	100
Sauerstoff	– 183
Helium	– 269

150.2 Siedepunkt einiger Substanzen in °C bei einem Druck von 1013 mbar



150.3 Der Siedepunkt einer Flüssigkeit ist vom Außendruck abhängig.



150.4 Druckverminderung hat eine Erniedrigung des Siedepunktes zur Folge.

150.5 Kühlt man den Kolben ab, beginnt das Wasser zu sieden.

Verdunsten

Eine Flüssigkeit verdunstet, wenn nur von der Flüssigkeitsoberfläche Teilchen in die umgebende Luft übertreten können. Da sich die Luft meist in dauernder Bewegung befindet, wird der Dampf stets weggeführt, so daß der Sättigungsdampfdruck nicht erreicht wird. Daher verdampft eine Flüssigkeit in einem offenen Gefäß bei jeder Temperatur vollständig.

Als Verdunsten bezeichnet man den Übergang vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand unterhalb der Siedetemperatur. Je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist, desto rascher erfolgt die Verdunstung.

Versuch (Abb. 150.1)
Man läßt verdünnten Alkohol in einer Glasschale bei Zimmertemperatur verdunsten.

Wird der entstehende Dampf weggeblasen, kann die Alkoholmischung rasch verdampfen. Da immer die schnellsten Moleküle austreten, nimmt die thermische Bewegung rasch ab. Befindet sich ein Wasserfilm zwischen Schale und Unterlage, friert diese an. Man bezeichnet die durch den Verdunstungsvorgang entzogene Energie als *Verdunstungskälte*.

Anwendung der Verdunstungskälte

Durch *lokale Betäubung* ("Vereisung") z.B. mit Chlorethyl wird die Schmerzempfindlichkeit stark reduziert.

Ein *Verdunstungsmesser* besteht aus einem mit einer Flüssigkeit gefüllten Glasröhrchen, das an einem Heizkörper angebracht ist. Aus der verdunsteten Flüssigkeitsmenge kann auf den Verbrauch an Heizwärme geschlossen werden. Dieses Gerät dient zur individuellen Heizkostenabrechnung.

Sieden

Eine Flüssigkeit siedet, wenn sich im Inneren der Flüssigkeit Dampfblasen bilden können. Das Ausbilden von Dampfblasen setzt voraus, daß der Dampfdruck in der Gasblase mindestens die Größe des Außendrucks erreicht (Abb. 150.3). Sonst würde die Blase sofort wieder in den flüssigen Zustand übergehen. Das bedeutet, daß der *Siedepunkt* vom äußeren Druck abhängig ist.

Der Siedepunkt ist jene Temperatur, bei der der Dampfdruck einer Flüssigkeit gleich dem Außendruck ist.

Die Druckabhängigkeit des Siedepunktes zeigt sich in vielen Beispielen und Anwendungen:

(1) **Versuch** (Abb. 150.5)
Man erhitzt Wasser in einem Kolben bis zum Siedepunkt. Dann stellt man die Energiezufuhr ab, verschließt den Kolben und dreht ihn um. Gießt man kaltes Wasser über den Kolben, beginnt die eingeschlossene Flüssigkeit neuerlich zu sieden.

Erklärung:
Durch die Abkühlung kommt es zu einer Kondensation. Somit sinkt der Dampfdruck unter den Sättigungsdampfdruck des im Kolben befindlichen Wassers, welches nicht so rasch abgekühlt ist wie der Dampf. Das Wasser siedet so lange, bis sich das dynamische Gleichgewicht wieder eingestellt hat.

(2) Da der Luftdruck mit zunehmender Meereshöhe abnimmt, sinkt auch die Siedetemperatur des Wassers. Auf 3000 m Seehöhe siedet es schon bei 90 °C.

(3) In einem *Druckwasserreaktor* wird reines Wasser als Kühlmittel verwendet (Abb 151.1). Da es unter einem Druck von 150 bar steht, kann es bei einer Eintrittstemperatur von 260 °C bis 270 °C auf rund 300 °C erhitzt werden, ohne zu sieden.

(4) Ein höherer Siedepunkt des Wassers bei höheren Drucken wird auch im *Druckkochtopf* erzielt (Abb.151.2). Dieser wird durch einen Deckel, der ein Ventil enthält, fest verschlossen. Wird das Wasser erhitzt, kann der entstehende Dampf erst bei einem Druck von etwa 2,5 bar durch das Ventil entweichen. Die höhere Energie der Wasserteilchen bei einer Siedetemperatur von über 120 °C läßt die Speisen schneller gar werden.

Ähnlich dem Erstarrungsverzug gibt es auch einen *Siedeverzug*. Wird Wasser erschütterungsfrei erhitzt, läßt es sich bei normalem Luftdruck bis auf über 100 °C erhitzen. Eine kleine Erschütterung führt dann zu einem explosionsartigen Siedevorgang.

Während des Siedens einer Flüssigkeit bleibt die Temperatur trotz weiterer Energiezufuhr so lange konstant, bis die gesamte Flüssigkeitsmenge verdampft ist. Die dafür aufgewendete Wärmemenge heißt *Verdampfungswärme* Q_V. Man benötigt jedoch unterschiedliche Wärmemengen, um gleiche Massen verschiedener Stoffe zu verdampfen. Man hat daher eine für einen Stoff charakteristische Größe eingeführt, die *spezifische Verdampfungswärme*.

Die spezifische Verdampfungswärme q_V ist jene Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 kg einer siedenden Flüssigkeit bei Normalluftdruck zu verdampfen.

$Q_V = m\, q_V$ Verdampfungswärme

Kondensieren

Darunter versteht man den Übergang vom gasförmigen in den flüssigen oder in den festen Zustand. Bei diesem Vorgang wird jene Wärmemenge wieder frei, die für die Verdampfung zugeführt werden mußte. Man spricht von *Kondensationswärme*. (Den Übergang vom gasförmigen in den festen Zustand bezeichnet man auch als *Resublimation*.)

Beispiel A

Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 10 kg Wasser von 20,1 °C bei Normalluftdruck zu verdampfen?

(1) Wärmemenge zum Erwärmen von 20,1 °C auf 100 °C:

$\Delta Q_1 = m\ c\ \Delta\vartheta$

$\Delta Q_1 = 10\ \text{kg} \cdot 4190\ \text{J kg}^{-1}\,^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot 79{,}9\ ^{\circ}\text{C} = 3348\ \text{kJ}$

(2) Verdampfungswärme:

$Q_V = m\ q_V$

$Q_V = 10\ \text{kg} \cdot 2256\ \text{kJ/kg} = 22\,560\ \text{kJ}$

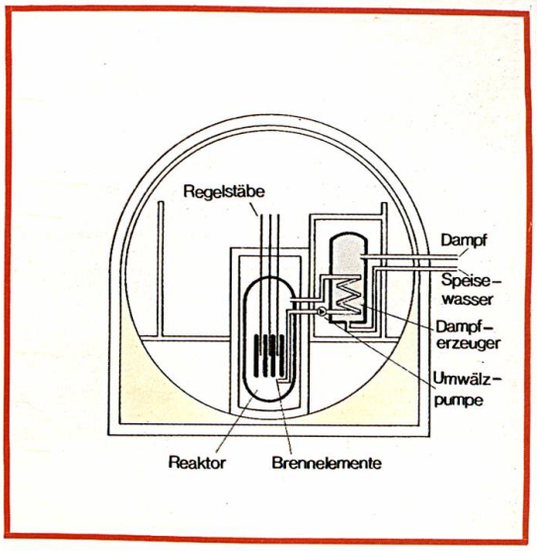
(1) + (2) Gesamtwärmemenge:

$Q_{Ges} = \Delta Q_1 + Q_V = 25\,908\ \text{kJ}$

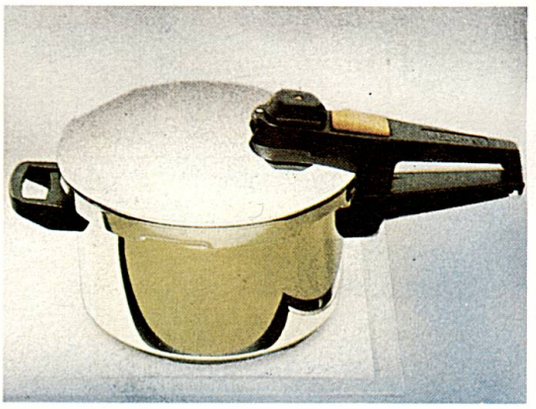
21.3 Sublimation

Kühlt man eine Substanz hinreichend tief ab, geht sie in den festen Zustand über. Die Substanz liegt jedoch auch bei tiefsten Temperaturen nicht ausschließlich im festen Zustand vor. Stets sind auch Gasteilchen nachweisbar.

Unter geeigneten Voraussetzungen existieren somit fester und gasförmiger Zustand nebeneinander. Ein Stoff kann daher vom festen direkt in den gasförmigen Zustand übergehen. Man bezeichnet dies als *Sublimation*.



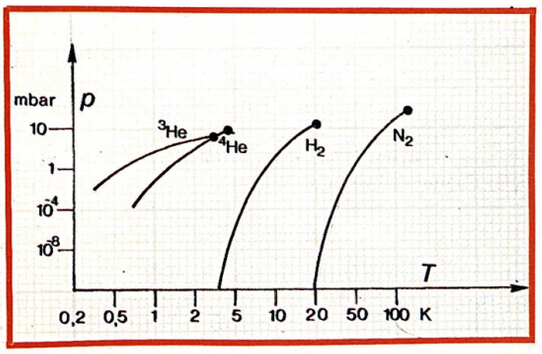
151.1 Druckwasserreaktor



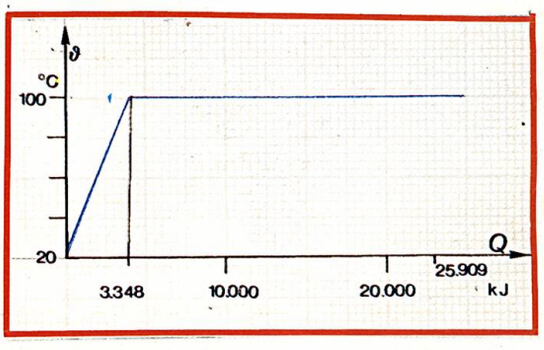
151.2 Druckkochtopf

Ethanol	854
Diethylether	384
Wasser	2 256
Tetrachlorkohlenstoff	195

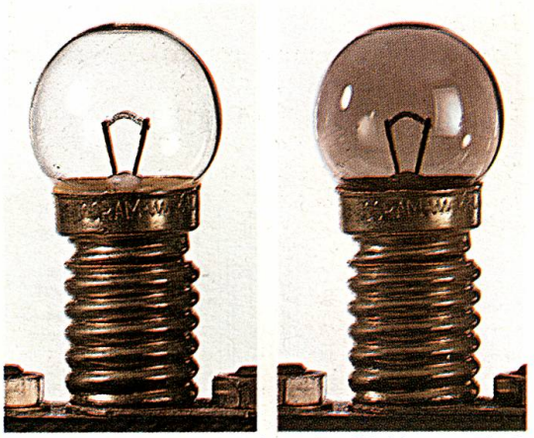
151.3 Verdampfungswärmen einiger Substanzen in kJ/kg bei 1013 mbar



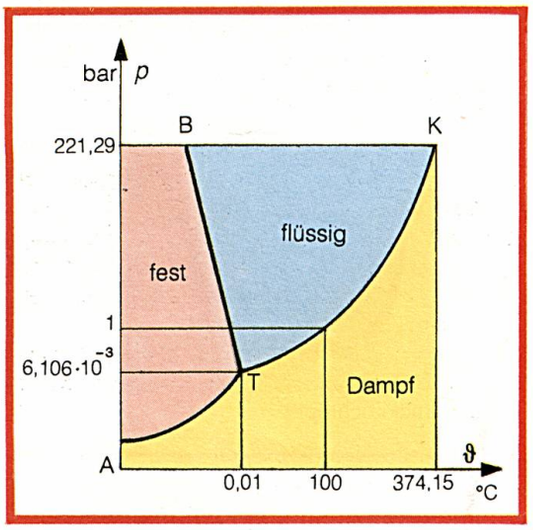
151.4 Dampfdruckkurven einiger Gase, die in der Tieftemperaturphysik eine wichtige Rolle spielen.



151.5 Diagramm zu Beispiel A



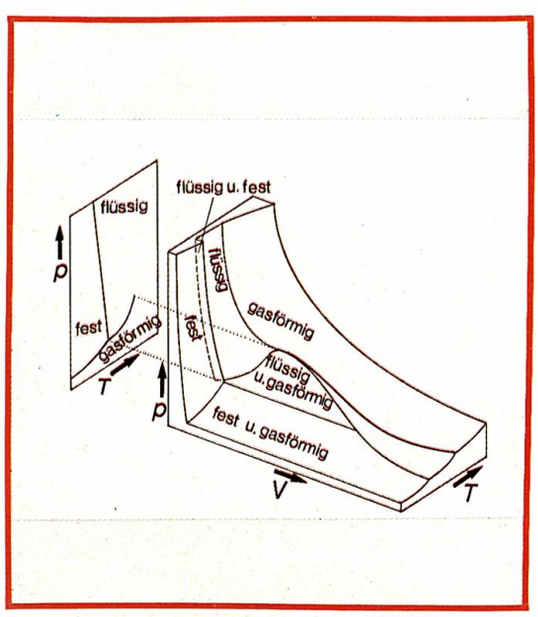
152.1 Eine neue und eine alte Glühlampe: Aufgrund der hohen Temperatur des Glühfadens verdampft etwas Metall und schlägt sich an der Innenwand des Glaskolbens nieder.



152.2 Zustandsdiagramm von Wasser

Wasser	647,30
Kohlendioxid	304,15
Sauerstoff	154,77
Stickstoff	126,25
Wasserstoff	33,25
Helium	5,20

152.3 Kritische Temperatur einiger Stoffe in K



152.4 Zustandsdiagramm (*p-V-T*-Diagramm) des Wassers

Als Sublimation bezeichnet man den direkten Übergang vom festen in den gasförmigen Zustand.

Dieser Vorgang ist umkehrbar. Der direkte Übergang vom gasförmigen in den festen Zustand heißt Kondensation oder auch *Resublimation.*

Auch zum Sublimieren eines Stoffes ist Wärme erforderlich, die als *Sublimationswärme* bezeichnet wird.

Anwendungen der Sublimation

(1) Erwärmt man *Trockeneis* - das ist festes Kohlendioxid - bei Normalluftdruck, geht es sofort in den gasförmigen Zustand über. Diese Tatsache wird zum Beispiel in Diskotheken zur Nebelerzeugung angewendet.

(2) Das *Gefriertrocknen* ist ein Konservierungsverfahren. Lebensmittel, Blutplasma, Antibiotika usw. werden eingefroren und dann in einen evakuierten Behälter gegeben. Darin geht das Eis direkt in Wasserdampf über.

Anmerkung:
Feste Stoffe, die man riechen kann, sublimieren. Wir können nur gasförmige Stoffe riechen.

21.4 Zustandsdiagramm des Wassers

Stellt man für eine bestimmte Substanz den Druck in Abhängigkeit von der Temperatur als Graph dar und kennzeichnet man die Bereiche der einzelnen Aggregatzustände, erhält man ein sogenanntes *Zustands-* oder *Phasendiagramm.* (Abb. 152.2)

Wir erstellen das Zustandsdiagramm des Wassers. Diesem kann man die Bedingungen entnehmen, unter denen Wasser sich in einem bestimmten Aggregatzustand befindet. Auch die Bedingungen für Zustandsänderungen kann man aus dem Diagramm ablesen.

Im Zustandsdiagramm scheinen drei wichtige Kurven auf. Sie teilen die Fläche des Diagramms in drei Gebiete.

(1) Entlang der Kurve *TA* sind die feste Substanz und der Dampf miteinander im Gleichgewicht. Man nennt sie *Dampfdruckkurve des Festkörpers.*

(2) Entlang der Kurve *TB* sind die feste Substanz und die Flüssigkeit miteinander im Gleichgewicht. Man nennt sie *Schmelzdruckkurve.*

(3) Entlang der Kurve *TK* sind die Flüssigkeit und der Dampf miteinander im Gleichgewicht. Man nennt sie *Dampfdruckkurve der Flüssigkeit.*

Der Punkt *K* heißt *kritischer Punkt, T* heißt *Tripelpunkt.* Dazu folgende Erklärungen:

Kritischer Punkt

Soll ein Gas verflüssigt werden, muß der Molekülabstand so verringert werden, daß die molekularen Anziehungskräfte entsprechend wirksam werden. Diesen Anziehungskräften wirkt jedoch die Bewegung der Gasmoleküle entgegen. Je höher die Temperatur ist, desto schwieriger wird die Verflüssigung eines Gases durch Druckerhöhung. Trotz der Verringerung des Molekülabstandes wird schließlich die Verflüssigung aufgrund der hohen Bewegungsenergie der Teilchen praktisch unmöglich.

Oberhalb einer bestimmten Temperatur sind der flüssige und gasförmige Zustand nicht mehr unterscheidbar. Diese Temperatur bezeichnet man als *kritische Temperatur.* Der dazugehörige Druck, der aufgewendet werden muß, um ein Gas bei der kritischen Temperatur zu verflüssigen, heißt *kritischer Druck.* Der durch diese Werte gekennzeichnete Punkt im Zustandsdiagramm wird als *kritischer Punkt K* bezeichnet.

Tripelpunkt

Jede der drei Kurven gibt die Bedingungen an, unter denen ein Gleichgewicht zwischen zwei Phasen herrscht. Deren Berührungspunkt T gibt daher den Druck und die Temperatur an, bei welchen alle drei Aggregatzustände gleichzeitig möglich sind. Man bezeichnet ihn als *Tripelpunkt*.

Bei geringster Änderung des Druckes oder der Temperatur verschwindet einer der drei Zustände. Daher kann man etwa den Tripelpunkt von Wasser zur Festlegung der Temperatur verwenden.

Ein Kelvin ist der 273,16te Teil der Temperatur des Tripelpunktes von Wasser.

Aufgaben

272. Welche Wärmemenge ist zum Schmelzen von 10 kg Platin erforderlich?

273. Um die Verdampfungswärme des Wassers experimentell zu bestimmen, führt man folgenden Versuch durch: Eine bestimmte Wassermenge mit der Anfangstemperatur 30 °C wird in 35 s zum Sieden gebracht. Nach 4,5 min ist sie verdampft. Berechne die Verdampfungswärme.

274. Welche Wärmemenge benötigt man, um 15 kg Diethylether von 15 °C bei Normalluftdruck zu verdampfen? (c = 2310 J/kgK)

275. Wie lange dauert das vollständige Verdampfen von 0,15 kg Tetrachlorkohlenstoff bei Siedetemperatur, wenn das Heizgerät eine Leisung von 1500 W liefert?

276. Welche Wärmemenge wird abgegeben, wenn aus 3 kg Wasser von 10 °C Eis von 0 °C entsteht?

277. Welche Wärmemenge ist erforderlich, um aus 23 kg Eis von – 20 °C Dampf von 100 °C zu erhalten? (c_{Eis} = 2,09 kJ/kgK)

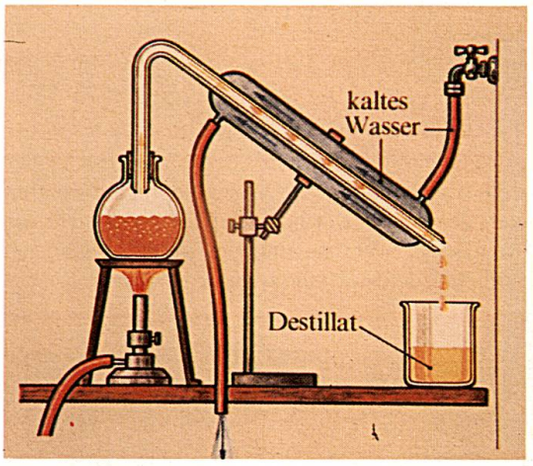
278. Wieviel Kilogramm Eis von 0 °C kann mit der freiwerdenden Erstarrungswärme von 5 kg Kupfer geschmolzen werden?

279. Die Schmelztemperatur von Zinn beträgt 232 °C, die spezifische Wärmekapazität 227 J/kgK und die spezifische Schmelzwärme 59,6 kJ/kg. Wieviel elektrische Energie ist erforderlich, um 60 kg Zinn von 25 °C zu schmelzen?

Kontrollfragen

1. Welche Zustandsänderungen sind grundsätzlich möglich?
2. Was versteht man unter dem Schmelzen?
3. Wie ist die spezifische Schmelzwärme eines Stoffes festgelegt?
4. Warum schmilzt Eis bei Druckerhöhung?
5. Was versteht man unter Erstarrungsverzug?
6. Was versteht man unter dem Verdampfen?
7. Wovon ist der Sättigungsdampfdruck abhängig?
8. Auf welche Arten kann das Verdampfen erfolgen?
9. Was versteht man unter der Verdunstungskälte?
10. Wann siedet eine Flüssigkeit?
11. Welche Vorteile bietet ein Druckkochtopf?
12. Wie ist die spezifische Verdampfungswärme festgelegt?
13. Was versteht man unter Sublimation?
14. Was alles kann aus dem Zustandsdiagramm des Wassers abgelesen werden?
15. Unter welcher Voraussetzung kann ein Gas verflüssigt werden?
16. Wie ist ein Kelvin definiert?
17. Warum kann man den Tripelpunkt zur Festlegung einer Temperaturskala heranziehen?

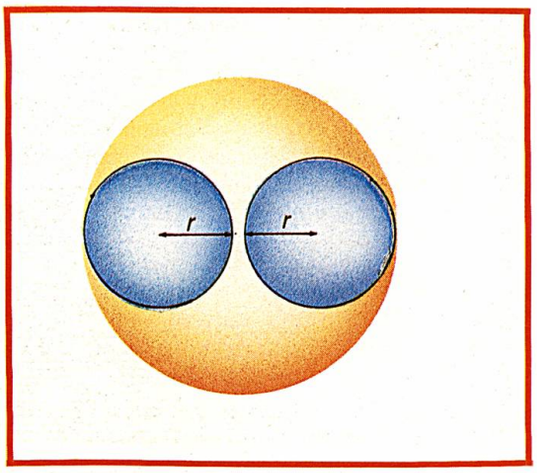
Destillation
Unter Destillation versteht man ein Trennverfahren von Gemischen, das die unterschiedlichen Siedpunkte der einzelnen Substanzen nützt. Dabei wird eine Substanz des Gemisches durch Verdampfen und anschließende Kondensation aus dem Gemisch entfernt.



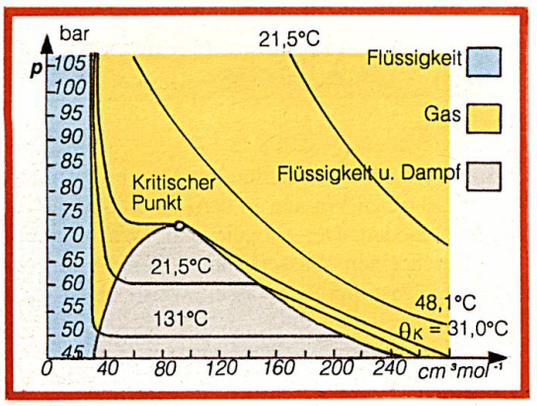
153.1 Versuch zur Destillation: Man bringt in einem Glaskolben Wasser, in dem etwas Salz gelöst ist, zum Sieden. Der entweichende Wasserdampf wird durch einen Wasserkühler geleitet und kondensiert. Destilliertes Wasser weist einen sehr hohen Reinheitsgrad auf.
Die kondensierte Flüssigkeit wird als *Destillat*, der unverdampfte Anteil als *Destillationsrückstand* bezeichnet.

Fraktionierte Destillation
Bei der fraktionierten Destillation wird ein aus vielen Komponenten bestehendes Flüssigkeitsgemisch in Destillate mit bestimmten Siedebereichen (Fraktionen) getrennt. Dieses Verfahren wird in Erdölraffinerien angewendet. Man erhält dabei folgende Fraktionen: Benzin, Petroleum, Dieselöl, Schweröl, Teer.

153.2 Raffinerie Wien-Schwechat



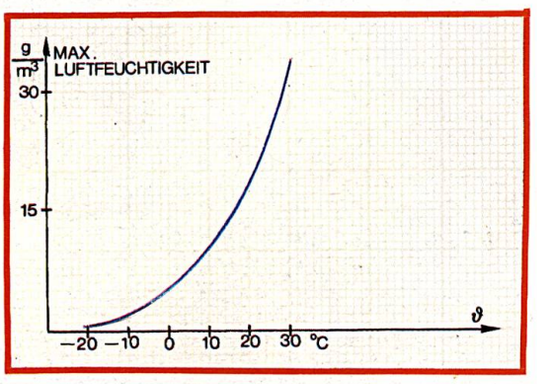
154.1 Nimmt man die Moleküle kugelförmig an, darf der Raum zwischen den Molekülen nicht vernachlässigt werden. Er wird zum tatsächlichen Volumen der Moleküle addiert.



154.2 Druck-Volumen-Diagramm eines realen Gases (CO_2). Es ist der Zusammenhang von Druck und Volumen für verschiedene Temperaturen aufgetragen. Man erhält eine Schar von Isothermen, deren waagrechte Stücke jenen Bereich charakterisieren, in welchem Gas und Flüssigkeit im Gleichgewicht nebeneinander existieren.
Der kritische Punkt ist der Höchstwert der Begrenzungskurve jenes Bereiches, in dem die gasförmige und flüssige Phase gleichzeitig existieren.

ϑ	maximale Luftfeuchtigkeit	Sättigungsdampfdruck
– 20	0,9	1,1
– 10	2,1	2,7
0	4,8	6,1
10	9,4	12,3
20	17,3	23,3
30	30,4	42,3

154.3 Abhängigkeit der maximalen Luftfeuchtigkeit (in g/m^3) und des Sättigungsdampfdruckes (in mbar) von der Temperatur (in °C)



154.4 Temperatur-Luftfeuchtigkeits-Diagramm

21.5 Zustandsgleichung realer Gase

Die Zustandsgleichung beschreibt zwar das Verhalten idealer Gase richtig, versagt jedoch bei realen Gasen, die dem idealen Zustand (hohe Temperatur, geringer Druck) nicht mehr entsprechen. Daher muß die Gleichung $p\,V = n\,R\,T$ den tatsächlichen Verhältnissen angepaßt werden.

1873 gelang *J. D.van der Waals* (1837 - 1923) die richtige Korrektur. Er beachtete zwei wesentliche Unterschiede zwischen einem realen und einem idealen Gas: das *Eigenvolumen* der Gasmoleküle, auch *Kovolumen* genannt, und die *zwischenmolekularen Wechselwirkungen*.

Kovolumen realer Gase

Komprimiert man ein Gas sehr stark, macht sich ein bestimmtes Volumen B bemerkbar, welches von dem Eigenvolumen der Moleküle herrührt. Das dem Gas zur Verfügung stehende Volumen wird somit um das Eigenvolumen B der Moleküle verringert.

Das Eigenvolumen eines Moleküls ist jener Raum, den es tatsächlich beansprucht. (Abb. 154.1)

Binnendruck realer Gase

Die Existenz zwischenmolekularer Wechselwirkungen erkennt man aus der Tatsache, daß alle Gase bei entsprechenden Temperaturen kondensieren.

Diese Anziehungskräfte heben einander im Inneren eines Gases auf, jedoch ein gegen die Behälterwand stoßendes Teilchen wird etwas ins Innere zurückgezogen. (Dabei können die Anziehungskräfte zwischen Molekül und Behälterwand vernachlässigt werden.) Das Gasvolumen verhält sich also so, als ob der von außen auf die Behälterwand wirkende Druck p um einen Wert X vergrößert würde. X wird als *Binnendruck* bezeichnet.

Man setzt: $X = A/V^2$, wobei A eine Konstante ist. Binnendruck und Kovolumen werden experimentell bestimmt. Beide Größen sind von der Stoffmenge abhängig.

Werden in der Zustandsgleichung Kovolumen und Binnendruck berücksichtigt, erhält man die *van der Waals*sche *Zustandsgleichung:*

$$\left(p + \frac{A}{V^2}\right) \cdot (V - B) = n\,R\,T$$

Ein reales Gas unterscheidet sich von einem idealen durch das Kovolumen und den Binnendruck.

Kontrollfragen

1. Wie lautet die Zustandsgleichung realer Gase?
2. Wodurch unterscheiden sich das ideale und ein reales Gas?
3. Was versteht man unter dem Eigen- oder Kovolumen eines realen Gases?
4. Wodurch kommt der Binnendruck zustande?
5. Welcher Unterschied besteht zwischen den Isothermen eines idealen und eines realen Gases?

21.6 Luftfeuchtigkeit

Unter der Luftfeuchtigkeit versteht man ganz allgemein den Wasserdampfgehalt der Atmosphäre.

Die in einem Kubikmeter Luft enthaltene Wasserdampfmenge in Gramm bezeichnet man als *absolute Luftfeuchtigkeit.*
Der Wasserdampf übt einen entsprechenden Partialdruck aus. Nach dem *Gesetz von Dalton* ist der Gesamtdruck eines Gasgemisches gleich der Summe

der Partialdrucke der einzelnen Komponenten. Der Dampfdruck des Wasserdampfes liefert somit einen Anteil am Gesamtluftdruck.

Enthält die Luft bei gegebener Temperatur die maximale Dampfmenge, so spricht man von *gesättigter Luft*. Der dabei herrschende Druck ist der *Sättigungsdampfdruck*. Der Sättigungsdampfdruck und damit die *maximale Luftfeuchtigkeit* sind von der Lufttemperatur abhängig.

Liegt die absolute Luftfeuchtigkeit unter der maximalen Luftfeuchtigkeit und sinkt die Temperatur, wird schließlich der Sättigungsdampfdruck erreicht. Bei weiterer Temperaturabnahme kondensiert der Wasserdampf. Diese Temperatur wird *Taupunkt* genannt.

Der Taupunkt ist jene Temperatur, bei welcher der Wasserdampf der Luft zu kondensieren beginnt.

In der Natur macht sich dies in Form von Tau, unter 0 °C als Reif bemerkbar.

Von wesentlichem praktischen Interesse ist die *relative Luftfeuchtigkeit*. Sie ist folgend definiert:

$$f = \frac{\text{absolute Luftfeuchtigkeit}}{\text{maximale Luftfeuchtigkeit}} \cdot 100\ \%$$

Die relative Luftfeuchtigkeit f gibt den Sättigungsgrad der Luft mit Wasserdampf an.

Beispiel A

Bei einer Temperatur von 20 °C wird eine absolute Luftfeuchtigkeit von 8,9 g/m³ gemessen. Berechne a) die relative Luftfeuchtigkeit, b) die relative Luftfeuchtigkeit nach Abkühlung auf 10 °C.

$$f = \frac{8{,}9\ \text{g/m}^3}{17{,}3\ \text{g/m}^3} \cdot 100\ \%$$

$$f = 51{,}4\ \%$$

$$f = \frac{8{,}9\ \text{g/m}^3}{9{,}4\ \text{g/m}^3} \cdot 100\ \%$$

$$f = 94{,}7\ \%$$

Wolkenbildung

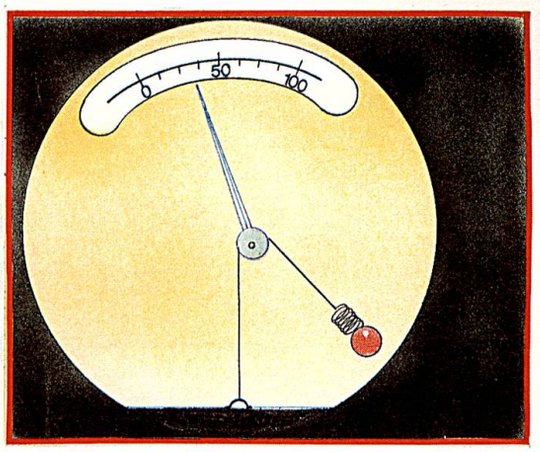
In der Atmosphäre gibt es genügend freie Partikel, die als Ansatzpunkt für die Kondensation des Wasserdampfes dienen. Diese werden als *Kondensationskerne* bezeichnet.

In Industriegebieten sind sie zu Hunderttausenden pro cm³ vorhanden, in ländlichen Gebieten kommen auf 1 cm³ ca. 1000 Partikel, über dem Meer nur etwa 100.

Beim Ansteigen der Luftfeuchtigkeit tritt an diesen Teilchen Kondensation ein, welche schließlich zur Wolkenbildung führt.

Wolken können nach Höhenlage und Art unterschieden werden:

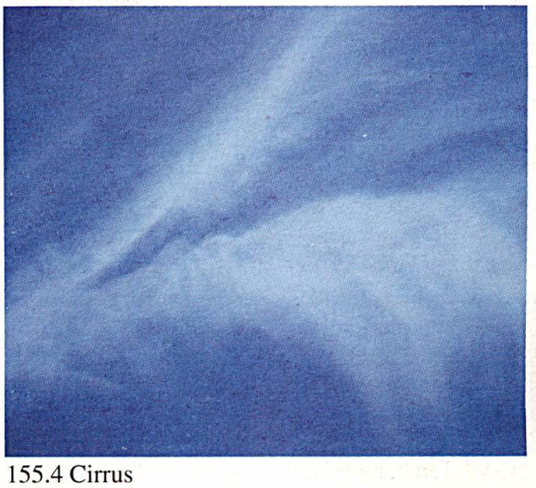
0,5 km und höher	Wolken mit vertikalem Aufbau	Haufenwolken (Cumulus) Gewitterwolken (Cumulonimbus)
0 - 2 km	tiefe Wolken	Schichtwolken (Stratus) Haufenschichtwolken (Stratocumulus)
2 - 7 km	mittelhohe Wolken	Schichtwolken ohne Struktur (Altostratus) grobe Schäfchenwolken (Altocumulus)
5 - 13 km	hohe Wolken	Schäfchenwolken (Cirrocumulus) Schleierwolken (Cirrostratus) Federwolken (Cirrus)



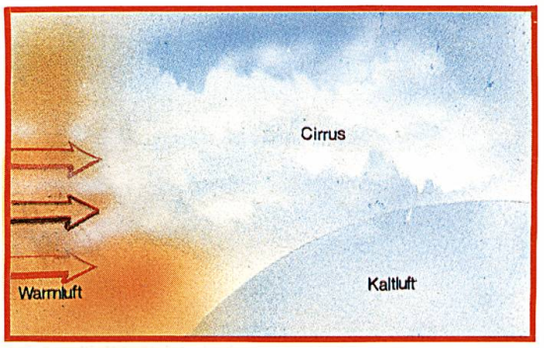
155.1 Die relative Luftfeuchtigkeit kann mit einem *Haarhygrometers* bestimmt werden. Dessen Wirkungsweise beruht darauf, daß ein entfettetes menschliches Haar sich bei Erhöhung der Luftfeuchtigkeit ausdehnt. Die Längenänderung wird auf einen Zeiger übertragen.

155.2 Cumulonimbus

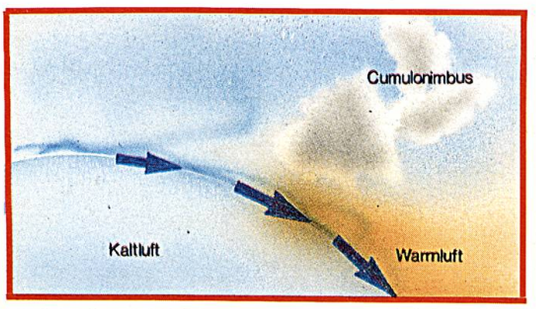
155.3 Cirrocumulus



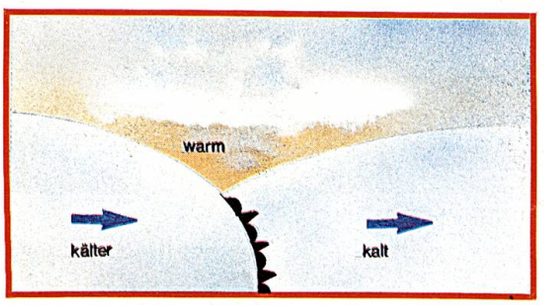
155.4 Cirrus



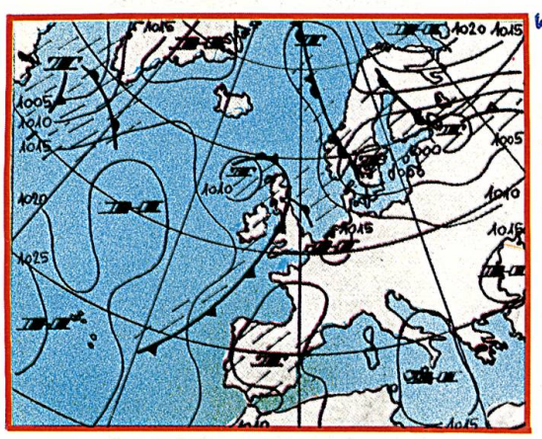
156.1 *Wetterfronten* sind die Grenzen zwischen warmen und kalten Luftmassen. Eine *Warmfront* entsteht, wenn Warmluft gegen die Kaltluft vordringt und auf die Kaltluft aufgleitet.



156.2 Eine *Kaltfront* entsteht, wenn sich kalte Luft unter die Warmluft schiebt und diese hochhebt.



156.3 Wetterfronten bewirken sehr oft wechselhaftes Wetter, Wolkenbildung und Niederschlag. Eine Warmfront bringt oft lang andauernden Regen, eine Kaltfront Gewitter. Bei einer Okklusion sind Warmfront und Kaltfront zu einer einzigen Front vereinigt, der *Okklusionsfront*. Diese zeigt entweder die Wettererscheinungen einer Warmfront oder die einer Kaltfront.



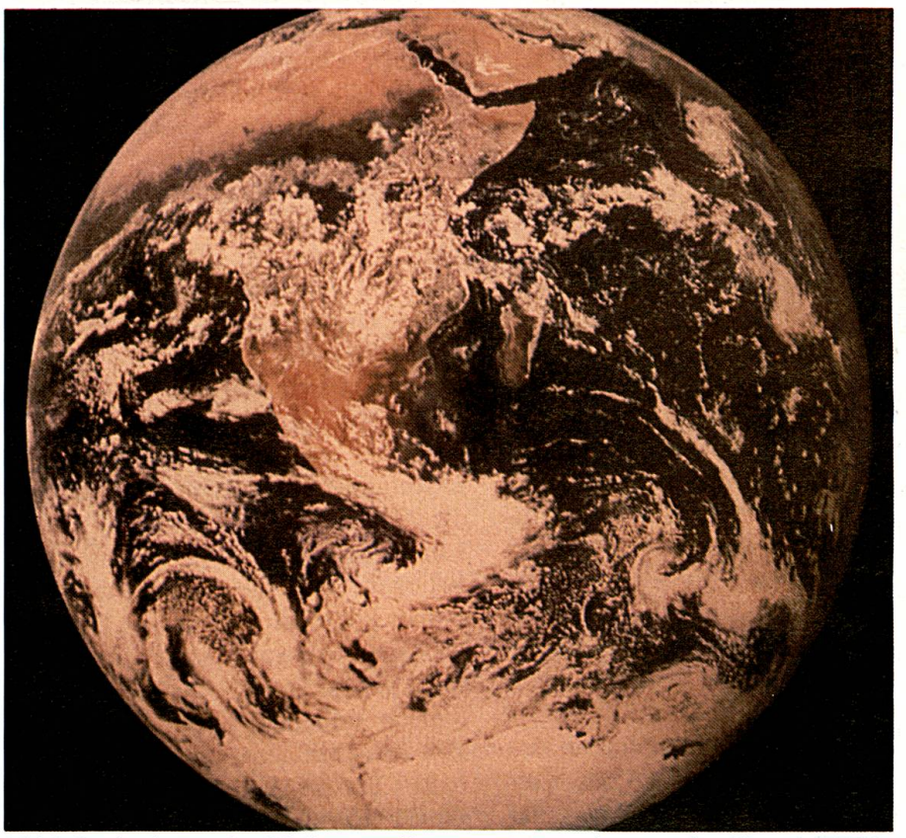
156.4 Wetterkarte: Trägt man die zur gleichen Zeit gemessenen Luftdruckwerte verschiedener Orte in eine Karte ein und verbindet man die Punkte mit gleichem Luftdruck, erhält man geschlossene Linien, die *Isobaren*. Zwischen zwei Isobaren herrscht eine Druckdifferenz von 5 hPa. Die Isobaren grenzen *Hoch-* und *Tiefdruckgebiete* voneinander ab.

Meteorologie

Die *Meteorologie* beschäftigt sich mit den physikalischen Vorgängen in der unteren Atmosphäre (bis etwa 80 km Höhe). Das größte Anwendungsgebiet ist die *Wettervorhersage*. Zur Erstellung einer Wetterprognose ist eine enorme Datenmenge erforderlich. Die wichtigsten Daten sind:

Oberflächentemperatur des Festlandes, Oberflächentemperatur der Ozeane, Temperatur der Wolkenobergrenze, Wolkenverteilung, Luftfeuchtigkeit, Luftdruck, Windströmungen, Strahlungswerte.

Diese Fülle von Werten wird regelmäßig von Wetterstationen, Wetterballonen, Wettersatelliten usw. geliefert. Mit Hilfe leistungsfähiger Computer erstellt man daraus eine Wettervorhersage.



156.5 Beobachtung der Wolkenverteilung vom geostationären Satelliten METEOSAT 2 der Europäischen Weltraumorganisation (ESA).

Aufgaben

280. Welche Wasserdampfmenge enthält 1 m³ Luft bei 20 °C und 70 % relativer Luftfeuchtigkeit?

281. Bei welcher Oberflächentemperatur beschlagen sich innen die Fensterscheiben, wenn die Zimmertemperatur 20 °C und die relative Luftfeuchtigkeit 28 % betragen?

282. An einem kalten Wintertag beträgt die Außentemperatur –20 °C bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 %. Ein beheizter Raum wird gut durchlüftet. Bald nach dem Schließen der Fenster wird wieder die frühere Zimmertemperatur erreicht. Wie groß ist nun die relative Luftfeuchtigkeit in diesem Raum?

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter der Luftfeuchtigkeit?
2. Was versteht man unter der absoluten Luftfeuchtigkeit?
3. Wie ist der Taupunkt definiert?
4. Wie ist die relative Luftfeuchtigkeit festgelegt?
5. Mit welchem Meßgerät kann die relative Luftfeuchtigkeit gemessen werden?
6. Wie kommt es zur Entstehung von Wolken?
7. Welche Wolkenarten gibt es?

22. Isotherme, adiabatische und polytrope Zustandsänderung

Unseren weiteren Betrachtungen legen wir wieder das Modell des idealen Gases zugrunde.

22.1 Isotherme Zustandsänderung

Ein Zylinder ist von einem so großen Wärmereservoir umgeben, daß bei der Kompression und bei Expansion des Gases die Temperatur konstant bleibt. Das bedeutet: Alle Zustandsänderungen sind *isotherm*.

Isotherme Kompressionsarbeit

Beim Hineinschieben des Kolbens wird Arbeit verrichtet (Abb. 157.1). Denn die Gasteilchen werden dabei beschleunigt, was eine Erhöhung der inneren Energie bedeutet. Nach dem 1. Hauptsatz der Wärmelehre gilt:

$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

Da der Vorgang isotherm verläuft, wird diese zusätzliche innere Energie an das Reservoir abgegeben. Bei idealen Voraussetzungen muß die Kompression in unendlich kleinen Schritten vollzogen werden, um eine Temperaturkonstanz zu gewährleisten. Daraus folgt:

$\Delta U = 0$ bzw. $\Delta W = -\Delta Q$

Das negative Vorzeichen besagt, daß Wärme abgegeben wird.

Berechnen wir nun die isotherme Kompressionsarbeit:

Da die zugeführte Arbeit ein positives Vorzeichen erhält und ΔV bei fortschreitender Kompression und damit Volumsverkleinerung stets negativ ist, folgt daraus:

(1) $\Delta W = -p\,\Delta V$ bzw. $W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$

Ferner gilt das Gesetz von *Boyle-Mariotte:*

(2) $p\,V = p_1\,V_1 \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{p_1 V_1}{V}$

(1), (2) $\Delta W = -\frac{p_1 V_1}{V}\,\Delta V$ bzw. $W = -p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

$$W = -p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \left[-p_1 V_1 \ln V\right]_{V_1}^{V_2} = -p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = n R T \ln \frac{V_1}{V_2}$$ isotherme Kompressionsarbeit

Beispiel A

In einem Zylinder sollen 8 dm³ Luft von 1 bar auf 6 bar bei gleichbleibender Temperatur komprimiert werden. a) Wieviel dm³ beträgt das neue Volumen? b) Welche Arbeit ist erforderlich, und welche Wärmemenge muß dabei abgeführt werden?

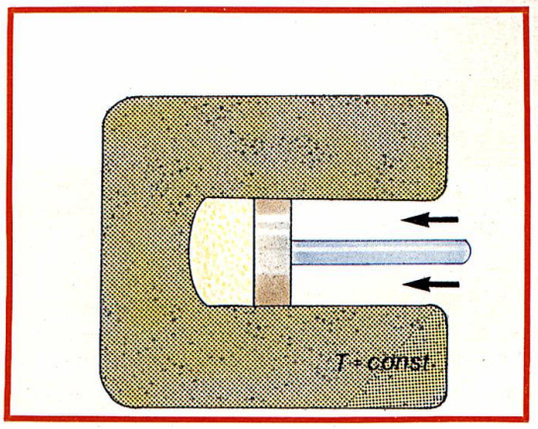
a) $p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Leftrightarrow \quad V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$

$$V_2 = \frac{1\ \text{bar} \cdot 8\ \text{dm}^3}{6\ \text{bar}} = 1{,}33\ \text{dm}^3$$

b) $W = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$

$$W = 10^5\ \text{Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 \ln \frac{8\ \text{dm}^3}{1{,}33\ \text{dm}^3} = 1435\ \text{J}$$

Da Q und W betragsgleich sind, muß eine Wärmemenge von 1435 J abgeführt werden.



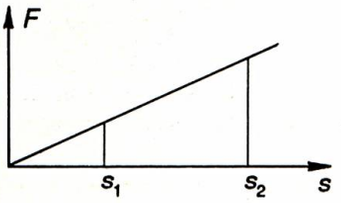
157.1 Isotherme Kompression

Das Arbeitsintegral

(1) $F = c$ Arbeit mit konstanter Kraft

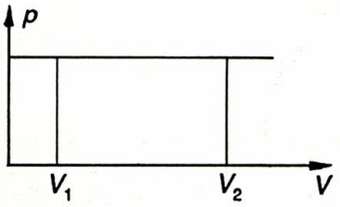
$$W = \int_{s_1}^{s_2} c\,ds = c\,[s]_{s_1}^{s_2} = c\,(s_2 - s_1)$$

(2) $F = ks$ Arbeit gegen die Spannkraft einer Feder



$$W = \int_{s_1}^{s_2} ks\,ds = k\left[\frac{s^2}{2}\right]_{s_1}^{s_2} = \frac{k}{2}(s_2^2 - s_1^2)$$

(3) Expansionsarbeit bei konstantem Druck



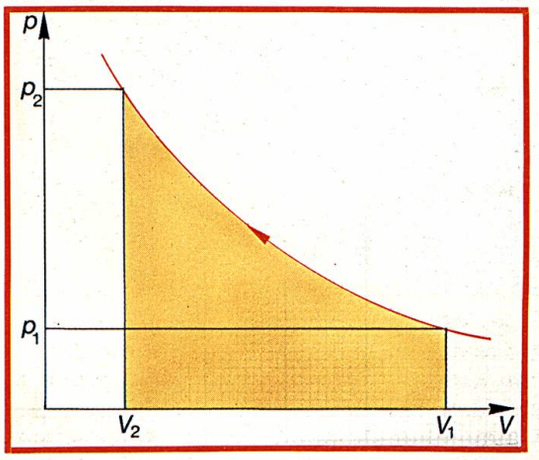
$W = p\,\Delta V = p\,(V_2 - V_1)$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p\,[V]_{V_1}^{V_2} = p\,(V_2 - V_1)$$

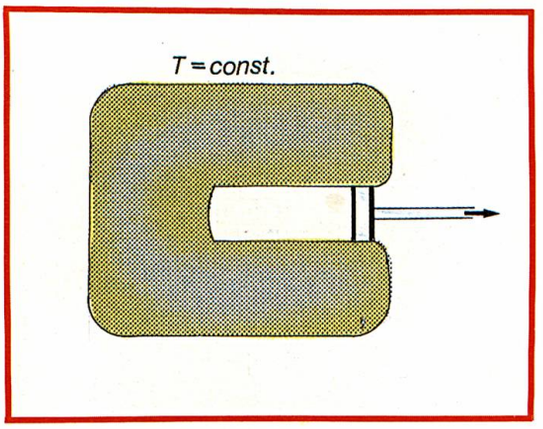
(4) Kompressionsarbeit

$dW = -p\,dV$ (dV ist mit fortschreitender Kompression negativ – vgl. Abb. 157.2!)

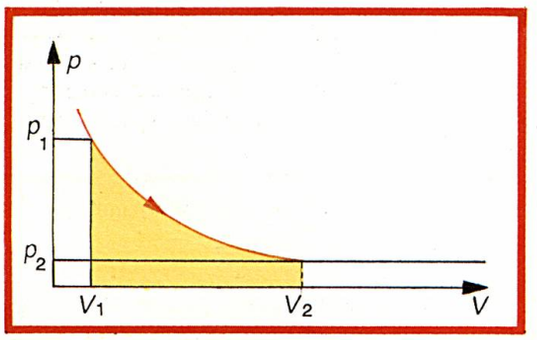
$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV$$



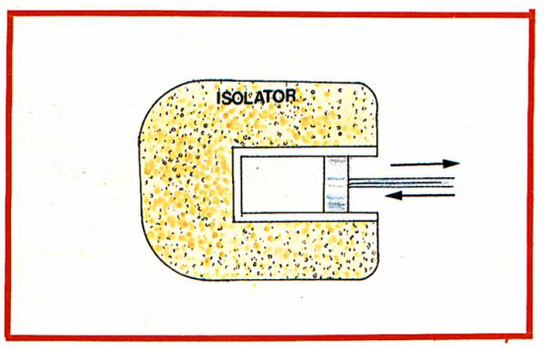
157.2 Arbeitsdiagramm für die isotherme Kompression Die Maßzahl der Fläche unter der Kurve ist ein Maß für die Arbeit.



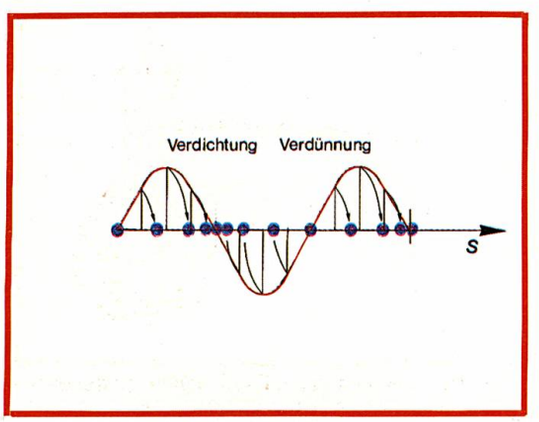
158.1 Isotherme Expansion



158.2 Diagramm zur Expansionsarbeit



158.3 Bei der adiabatischen Kompression (Expansion) wird der Wärmeaustausch mit der Umgebung durch einen Isolator verhindert.



158.4 Schallausbreitung in Gasen - ein adiabatischer Vorgang: Wird etwa Luft durch eine Schallquelle in Schwingungen versetzt, kommt es zu räumlich und zeitlich aufeinanderfolgenden Verdichtungen und Verdünnungen. Da diese Vorgänge sehr rasch ablaufen - die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt 340 m/s -, erfolgen sie adiabatisch.

Isotherme Expansionsarbeit (Abb. 158.1)

Das sich ausdehnende Gas schiebt den Kolben wieder heraus. Das bedeutet: Es verrichtet die gleiche Arbeit, wie sie beim Hineinschieben des Kolbens aufgewendet wurde. Dabei nimmt es eine bestimmte Wärmemenge aus dem Reservoir auf, so daß die innere Energie wieder konstant bleibt: $\Delta U = 0$.

Bei der isothermen Kompression und Expansion ändert sich die innere Energie eines Gases nicht, sie bleibt konstant.

Für die Expansionsarbeit treffen analoge Überlegungen zu wie für die Kompressionsarbeit:

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$ isotherme Expansionsarbeit

Reversible Zustandsänderungen

Aus dem Vergleich der Arbeitsdiagramme für die isotherme Kompression und Expansion erkennt man, daß bei gleichen Bedingungen die aufgewendete Arbeit gleich der gewonnenen Arbeit ist. Diese Zustandsänderungen nennt man *reversibel*.

22.2 Adiabatische Zustandsänderung

Ein Vorgang heißt *adiabatisch*, wenn während der Zustandsänderung kein Wärmeaustausch des Systems mit der Umgebung möglich ist (Abb.158.3).

Das Poissonsche Gesetz

Für adiabatische Zustandsänderungen gilt $\Delta Q = 0$, da jeder Wärmeaustausch unterbunden ist. Damit vereinfacht sich der 1. Hauptsatz der Wärmelehre auf:

(1) $\Delta U = \Delta W$

Bei Kompression nimmt die innere Energie des Gases zu, die Temperatur steigt:

(2) $\Delta U = m\ c_V\ \Delta T$

Da das Volumen verkleinert wird, gilt für ΔW:

(3) $\Delta W = -\ p\ \Delta V = -\ \frac{n\,R\,T}{V}\ \Delta V$

(1) (2) (3) in differentieller Schreibweise:

$$m\ c_V\ dT = -\ n\,R\,T\ \frac{dV}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m\ c_V \frac{dT}{T} = -\ n\,R\,\frac{dV}{V}$$

Daraus folgt:

$$(4) \quad \int_{T_1}^{T_2} m\ c_V \frac{dT}{T} = -\int_{V_1}^{V_2} n\,R\,\frac{dV}{V} \quad \Leftrightarrow \quad \ln\frac{T_2}{T_1} = -\ \frac{n\,R}{m\ c_V} \ln\frac{V_2}{V_1}$$

Zwischen den spezifischen Wärmekapazitäten c_p und c_V gilt dieser Zusammenhang (vgl. S. 135):

(5) $c_p - c_V = \frac{n\,R}{m}$ Division der Gleichung durch c_V:

$\frac{c_p}{c_V} - 1 = \frac{n\,R}{m\ c_V}$ Wir bezeichnen $\frac{c_p}{c_V}$ mit κ:

$\frac{n\,R}{m\ c_V} = \kappa - 1$

(4), (5) $\ln \frac{T_2}{T_1} = -(\kappa - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa - 1}$$

(6) Wir substituieren für T:

$$T = \frac{p\,V}{n\,R}$$

(5), (6) $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2^{\kappa}}{V_1^{\kappa}} \quad \Leftrightarrow \quad p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$

Das bedeutet, daß während einer adiabatischen Kompression das Produkt $p\,V^{\kappa}$ konstant bleibt. Dasselbe gilt für die Expansion, da adiabatische Zustandsänderungen reversibel sind. Adiabatische Zustandsänderungen werden durch das *Poissonsche* Gesetz beschrieben.

$p\,V^{\kappa} = const.$ Poissonsches Gesetz

Anmerkungen:

1. Für einatomige ideale Gase ist $\kappa = 5/3$, für zweiatomige ideale Gase mit den Freiheitsgraden der Rotation ist $\kappa = 7/5$. Diese Werte entsprechen dem κ von realen Gasen.
2. Durch einfaches Nachrechnen erkennt man: $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$

Adiabatische Kompressionsarbeit

(1) $dW = -p\,dV$

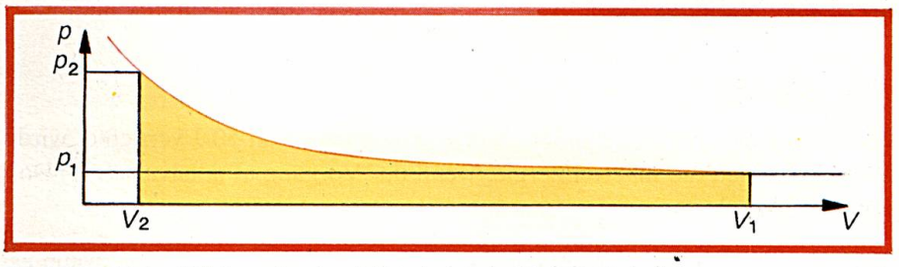
(2) $p\,V^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa} \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{V^{\kappa}} = p_1 V_1^{\kappa} V^{-\kappa}$

(1), (2) $W = -p_1 V_1^{\kappa} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\kappa}\,dV = -\frac{p_1 V_1^{\kappa}}{1-\kappa} \left[V^{1-\kappa}\right]_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{\kappa - 1}\left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}} - \frac{1}{V_1^{\kappa-1}}\right)$

Analoge Überlegungen gelten für die Expansion.

$W = \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{\kappa - 1}\left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}} - \frac{1}{V_1^{\kappa-1}}\right)$ Arbeit bei einer adiabatischen Zustandsänderung

Ein anderer Ansatz zur Berechnung der adiabatischen Kompressionsarbeit:

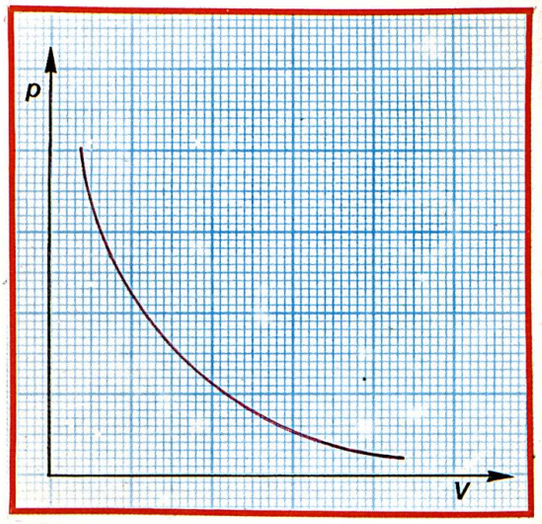


Die Maßzahl der Fläche unter der Adiabate ist ein Maß für Arbeit.

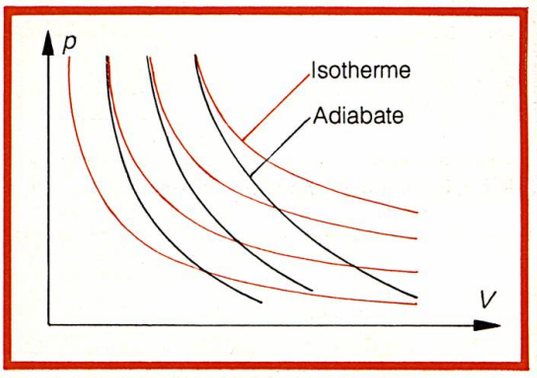
$dW = m\,c_V\,dT$

$$W = \int_{T_1}^{T_2} m\,c_V\,dT = m\,c_V\,[T]_{T_1}^{T_2} = m\,c_V\,(T_2 - T_1)$$

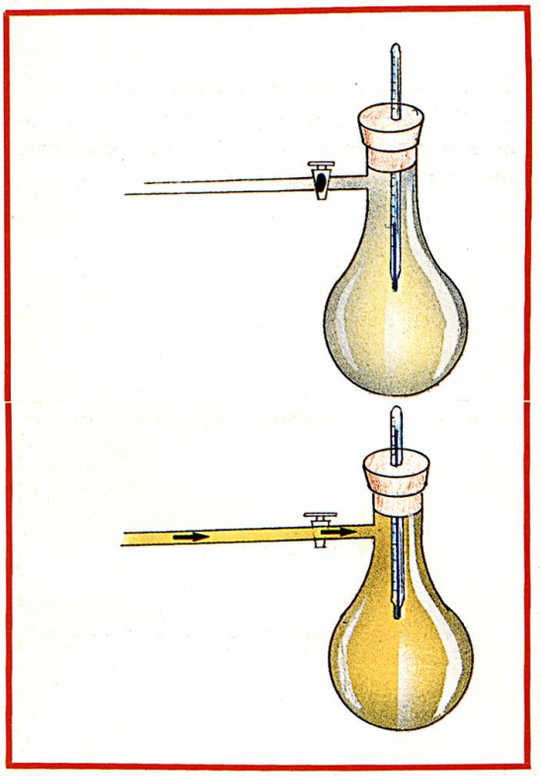
$$W = m\,c_V\,(T_2 - T_1)$$



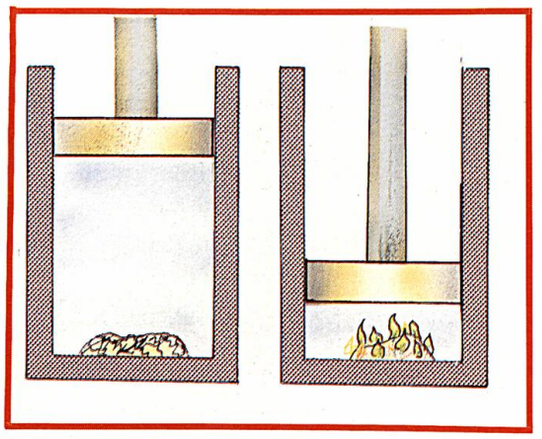
159.1 Zusammenhang zwischen Volumen und Druck bei einer adiabatischen Zustandsänderung. Die Verbindung der Volumen-Druckpaare ergibt die *Adiabate*.



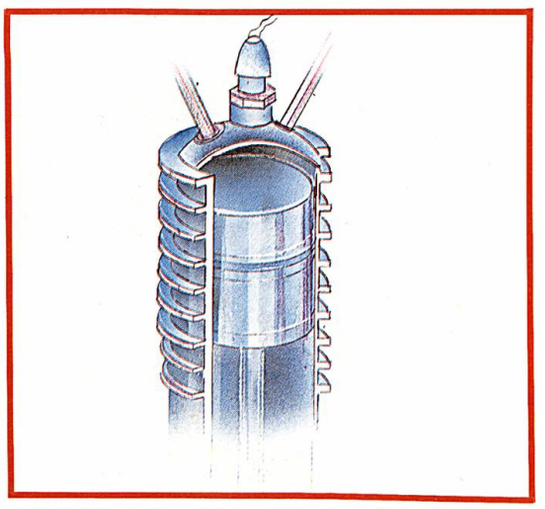
159.2 Die Adiabate verläuft steiler als die Isotherme, da die adiabatische Zustandsänderung mit einer Temperaturänderung verbunden ist.



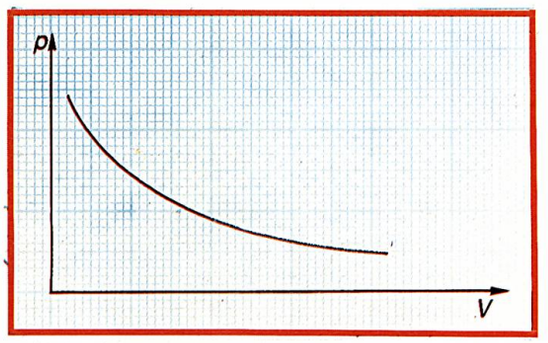
159.3 Ein Versuch zur adiabatischen Zustandsänderung: Ein mit Luft gekühlter Glaskolben wird mit einem Gummistopfen, welcher ein Thermometer enthält, dicht verschlossen. Erzeugt man im Glaskolben durch Absaugen der Luft einen Unterdruck, sinkt zugleich die Temperatur. Läßt man dann wieder Luft einströmen, steigt die Temperatur wieder an. Erfolgt dieser Vorgang möglichst rasch, kann man ihn als adiabatisch bezeichnen.



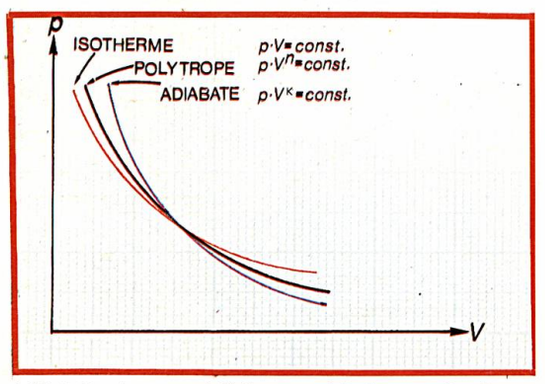
160.1 Ein weiteres Beispiel für einen adiabatischen Vorgang: In einem einseitig verschlossenen Glasgefäß befindet sich ein mit Schwefelkohlenstoff getränkter Wattebausch. Ein möglichst dicht schließender Kolben wird rasch in den Zylinder gedrückt. Die Luft erwärmt sich dabei so stark, daß sich der Schwefelkohlenstoff entzündet.



160.2 Die Luft wird im Zylinder adiabatisch komprimiert.



160.3 Diagramm zur polytropen Zustandsänderung - zur Erstellung der Polytropen mißt man den tatsächlichen Druck im Zylinder.



160.4 Isotherme, Adiabate und Polytrope in einem Diagramm.

Beispiel A (Abb. 160.2)

Bei einem Dieselmotor wird die zur Zündung des Kraftstoffes erforderliche Temperatur durch eine adiabatische Kompression von Luft ($\kappa = 1{,}4$) erreicht, wobei die Temperatur von $\vartheta_1 = 55\ ^\circ\text{C}$ auf $\vartheta_2 = 650\ ^\circ\text{C}$ steigt.

a) Wie groß ist V_1/V_2 bei einem Ausgangsvolumen von 2,8 dm³?
b) Berechne den Druck p_2 vor der Einspritzung des Kraftstoffes, wenn der Ausgangsdruck $p_1 = 1$ bar beträgt.
c) Berechne die Kompressionsarbeit.

a) $$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{923{,}15\ \text{K}}{328{,}15\ \text{K}}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}} = 13{,}3$$

b) $$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$$

$$p_2 = 1\ \text{bar} \cdot 13{,}3^{\,1{,}4} = 37\ \text{bar}$$

c) $$V_2 = \frac{V_1}{13{,}3} = \frac{2{,}8\ \text{dm}^3}{13{,}3} = 0{,}21\ \text{dm}^3$$

Die erforderliche Arbeit ist:

$$W = \frac{p_1 V_1^{\kappa}}{\kappa - 1}\left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}} - \frac{1}{V_1^{\kappa-1}}\right)$$

$$W = \frac{10^5\ \text{Pa} \cdot (2{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3)^{1{,}4}}{1{,}4 - 1}\left(\frac{1}{(0{,}21 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3)^{1{,}4-1}} - \frac{1}{(2{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3)^{1{,}4-1}}\right) \approx 1{,}27\ \text{kJ}$$

22.3 Polytrope Zustandsänderung

Die isotherme und die adiabatische Zustandsänderung sind zwei ideale Vorgänge, deren Voraussetzungen - Temperaturkonstanz bzw. kein Energieaustausch - in strenger Form nicht realisierbar sind. Reale Vorgänge laufen daher so ab, daß sie zwischen diesen Grenzfällen liegen. Man bezeichnet diese Vorgänge als *polytrope Zustandsänderungen.*

Eine polytrope Zustandsänderung liegt zwischen dem rein isothermen und dem rein adiabatischen Prozeß.

Zustandsgleichung einer polytropen Zustandsänderung:

$p\ V^n = const.$ $\qquad 1 < n < \kappa$

n heißt *Polytropenexponent.*

Aufgaben

283. Ein Gas wird komprimiert, wobei eine Arbeit von 50 J verrichtet wird. Wie ändert sich die innere Energie, wenn der Vorgang a) adiabatisch, b) isotherm verläuft?

284. Welche Arbeit wird bei der Expansion eines Gases verrichtet, wenn es sich bei konstanter Temperatur von 2 dm³ auf 5 dm³ ausdehnt, und der Ausgangsdruck 3 bar beträgt?

285. Berechne das Volumen, auf das 20 m³ Luft von 1 bar isotherm komprimiert werden kann, wenn eine Arbeit von 0,8 kWh am Gas verrichtet wird.

286. 500 dm³ Neongas ($\kappa = 5/3$) wird bei 20 °C adiabatisch auf die Hälfte seines Volumens komprimiert. a) Berechne die Endtemperatur. b) Welche Arbeit ist dafür notwendig, wenn der Ausgangsdruck 1,8 bar beträgt?

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter einer isothermen Zustandsänderung?
2. Wie kann die isotherme Kompressions- bzw. Expansionsarbeit aus dem *p-V*-Diagramm abgelesen werden?
3. Was versteht man unter einer adiabatischen Zustandsänderung?
4. Wie lautet das Poissonsche Gesetz?
5. Was ist eine Adiabate?
6. Was versteht man unter einer polytropen Zustandsänderung?

23. Tiefe Temperaturen

23.1 Kompressorkühlschrank

Bei tiefen Temperaturen sind die meisten biologischen Vorgänge "eingefroren". Diese chemische Reaktionsträgheit wird für Konservierungszwecke genutzt. Das Paradebeispiel dafür ist der *Kühlschrank*.

Als Kältemittel verwendet man Flüssigkeiten mit niedrigem Siedepunkt wie z. B. Ammoniak, Monochlorethan, Frigen.

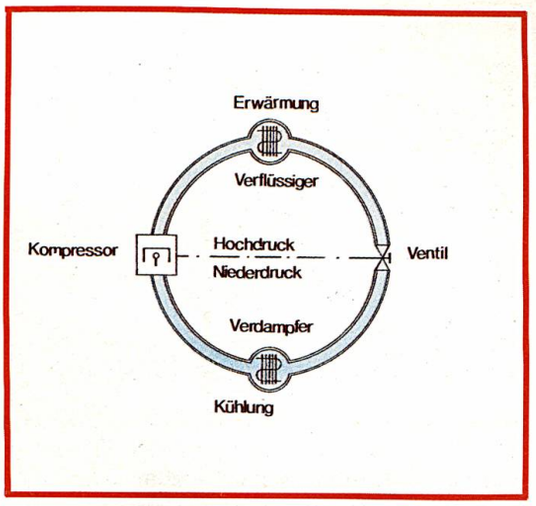
Die Funktionsweise des Kompressorkühlschranks beruht im wesentlichen auf zwei Gesetzmäßigkeiten:

(1) Abhängigkeit des Siedepunktes einer Flüssigkeit vom Druck,
(2) Wärmeaufnahme beim Verdampfen und Wärmeabgabe beim Kondensieren.

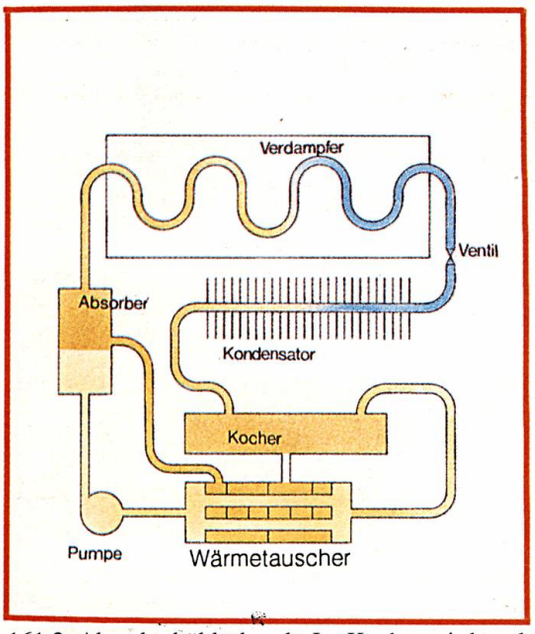
Ein Kältemittel, welches unter geringem Druck steht, wird im *Verdampfer*, der sich im Gefrierfach befindet, verdampft. Die dafür erforderliche Verdampfungswärme wird dem Innenraum des Kühlschranks entzogen, und die Temperatur sinkt.

Der Dampf wird vom *Kompressor* angesaugt und komprimiert. Im Verflüssiger, *Kondensator* genannt, gibt das Kältemittel die bei der Kompression entstandene Erhöhung der inneren Energie nach außen wieder ab. Der Kondensator ist eine Rohrschlange an der Rückseite des Kühlschranks.

Am Ende eines Durchlaufs erfolgt eine Expansion, was eine Druckverminderung zur Folge hat. Das Kältemittel gelangt wieder in den Verdampfer.
Die Innentemperatur des Kühlschranks wird durch einen Thermostaten geregelt, welcher über eine elektrische Schaltung den Motor des Kompressors steuert.



161.1 Kreislauf des Kältemittels in einem Kompressorkühlschrank



161.2 Absorberkühlschrank: Im Kocher wird stark ammoniakhaltiges Wasser erwärmt. Dabei verdampft Ammoniak, da die Löslichkeit in Wasser mit steigender Temperatur abnimmt. Durch das ständige Verdampfen steigt der Druck im Ammoniakgas so lange an, bis es im Kondensator verflüssigt werden kann. Nach Druckerniedrigung an einem Ventil gelangt das flüssige Ammoniak in den Verdampfer, wo es unter Aufnahme von innerer Energie in den gasförmigen Zustand übergeht. Das ammoniakarme Wasser wird über einen Wärmetauscher, in dem es einen Teil seiner inneren Energie abgibt, in den Absorber geleitet. Dort kann es Ammoniakgas aufnehmen. Die Lösungsmittelpumpe fördert die gesättigte Lösung über den Wärmetauscher (Energieaufnahme) in den Kocher zurück. Nun beginnt der Vorgang von neuem.
Campingkühlschränke sind häufig Absorberkühlschränke.

23.2 Joule-Thomson-Effekt

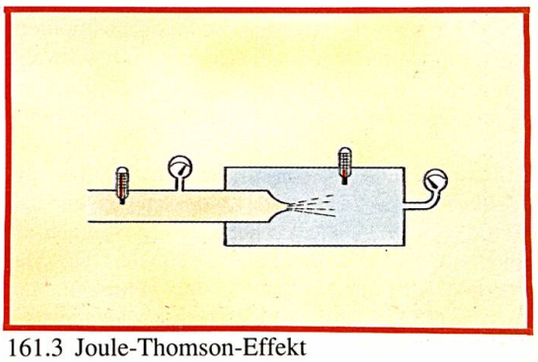
Läßt man ein hochkomprimiertes Gas durch eine Düse in einen Raum strömen, in dem ein wesentlich geringerer Druck herrscht, so stellt man eine Abkühlung des Gases fest. Diesen Vorgang nennt man *Drosselvorgang*, den physikalischen Effekt *Joule-Thomson-Effekt*. (Abb. 161.3)

Erklärung:
Die Drosselwirkung tritt nur in realen Gasen auf. Sie hängt somit mit den Molekularkräften zwischen den Gasteilchen zusammen.

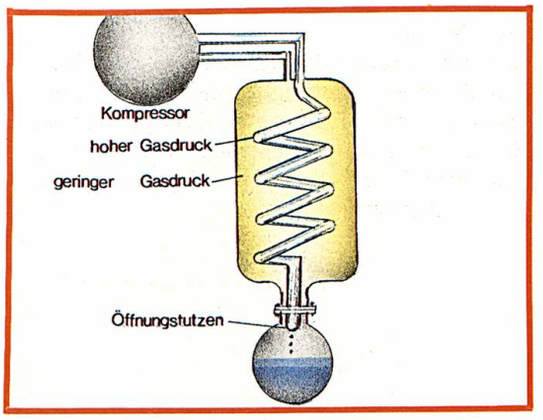
Durch die Vergrößerung des Teilchenabstands hinter der Drossel wird die potentielle Energie der Teilchen, also ihre Lageenergie bezogen auf die Nachbarteilchen, auf Kosten ihrer kinetischen Energie vergrößert.

Eine Verkleinerung der kinetischen Energie bedeutet aber eine Temperaturverringerung. Dieser Vorgang findet jedoch nur unterhalb einer bestimmten Temperatur, der *Inversionstemperatur*, statt.

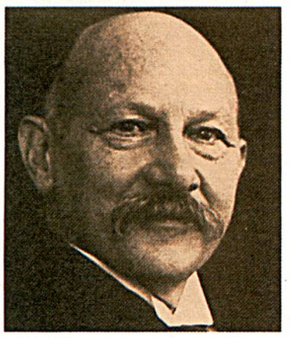
Der Joule-Thomson-Effekt wird nur bei realen Gasen beobachtet. Er beruht allein auf den Molekularkräften zwischen den Teilchen.



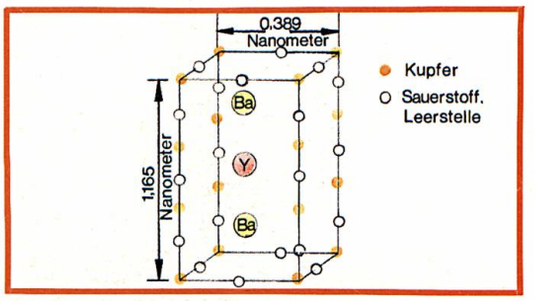
161.3 Joule-Thomson-Effekt



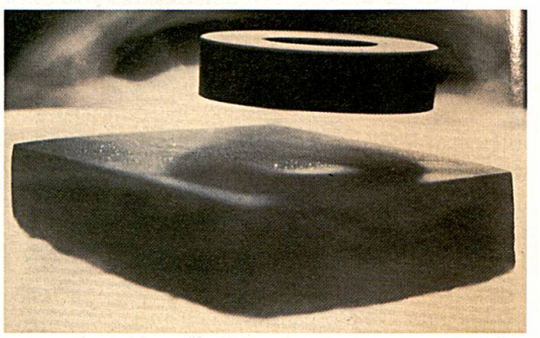
162.1 Das Lindeverfahren wurde 1895 patentiert.



162.2 *Heike Kammerlingh-Onnes* (1853 - 1926), Vater der Tieftemperaturphysik. Nach der Heliumverflüssigung entdeckte er 1911 das Phänomen der Supraleitung.



162.3 Elementarzelle eines keramischen Hochtemperatursupraleiters. 1987 entdeckten die Schweizer Physiker J. G. Bednorz und K. A. Müller Materialien (keramische Kupferoxide), die eine Sprungtemperatur über 30 K besitzen.



162.4 Ein Versuch zum Nachweis der Supraleitung: Ein $YBa_2Cu_3O_7$-Supraleiter mit einer Sprungtemperatur von 93 K wird in flüssigem Stickstoff abgekühlt und über der Magnetanordnung positioniert. Der Supraleiter wird abgestoßen und schwebt. Steigt die Temperatur des Supraleiters über die Sprungtemperatur, fällt er auf die Magnetanordnung.
Erklärung: Die beiden deutschen Pysiker *W. Meißner* und *R. Ochsenfeld* konnten zeigen, daß sich das magnetische Verhalten eines Supraleiters unterhalb der Sprungtemperatur verändert. Das Magnetfeld wird aus dem Supraleiter gedrängt. Man sagt, der Supraleiter verhält sich *diamagnetisch*. Folge: Er schwebt über dem Magneten.

23.3 Gasverflüssigung

Um ein Gas in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen, muß es vorerst unter die kritische Temperatur abgekühlt werden. Der Joule-Thomson-Effekt wird bei der Gasverflüssigung in den sogenannten *Kältemaschinen* ausgenutzt.

Lindeverfahren

Da ein expandierendes Gas nur einige Grad abkühlt, wird der Joule-Thomson-Effekt wiederholt angewandt. Dies geschieht im *Lindeverfahren*. (Abb.162.1)

Dabei wird ein Gas mittels eines Kompressors verdichtet und danach an einem Drosselventil entspannt. Nach jedem Durchlauf kühlt das Gas weiter ab, bis es schließlich den Siedepunkt erreicht. Die Flüssigkeit tropft in den unteren Behälter, das verbleibende Gas wird nach oben abgesaugt und bewirkt dadurch eine Vorkühlung des hochverdichteten Gases.

Luftverflüssigung

Wendet man das Lindeverfahren für Luft an, tritt zunächst nur eine teilweise Verflüssigung bei ungefähr 78 K ein, da ihre einzelnen Komponenten unterschiedliche Siedepunkte besitzen. Die Hauptanteile dieser Flüssigkeit sind Stickstoff mit 75 % und Sauerstoff mit 15 %.

Läßt man flüssige Luft bei Normalluftdruck verdampfen, wird sie immer sauerstoffreicher. Denn zuerst verdampft der Stickstoff, da er einen tieferen Siedepunkt und einen höheren Sättigungsdampfdruck als Sauerstoff besitzt. Dies ist auch optisch an einer Blauverfärbung der Flüssigkeit erkennbar.

Flüssige Luft dient zur Gewinnung von Stickstoff und von Edelgasen. Weiters wird sie zu Kühlzwecken verwendet.

Mit Hilfe des beschriebenen Verfahrens erreicht man Temperaturen, die 1/10 der Zimmertemperatur in Kelvin - also 30 K - betragen.

Der Schritt von 30 K auf 3 K gelang 1908 *Kamerlingh-Onnes*. Damit konnte er Helium unter seinen Siedepunkt von 4,2 K abkühlen. Bei diesem Verfahren expandiert Heliumgas, welches in thermischem Kontakt mit flüssiger Luft steht, adiabatisch. Das vorgekühlte Helium wird dann dem Lindeverfahren unterzogen, wobei eben die Verflüssigung eintritt.

23.4 Besondere Eigenschaften von Stoffen bei tiefen Temperaturen

Supraleitung und Suprafluidität

Die Supraleitung ist eine Eigenschaft, die vor allem bei einigen Metallen auftritt. Ab einer bestimmten Temperatur, der *Sprungtemperatur*, sinkt der elektrische Widerstand praktisch auf Null. Ein in einer Ringspule induzierter Strom kann viele Jahre verlustfrei fließen.

Die Eigenschaften der Supraleitung werden auch in der elektronischen Datenverarbeitung angewendet, da damit wesentlich kürzere Rechenzeiten erreicht werden können.

Kühlt man Helium unter 2,19 K ab, entsteht normal flüssiges und *suprafluides* Helium. Das bedeutet, daß die Flüssigkeit nur noch eine verschwindend kleine Viskosität besitzt. Suprafluides Helium besitzt außergewöhnliche Eigenschaften:

Es weist eine hohe Wärmeleitfähigkeit auf, welche um zwei Zehnerpotenzen besser ist als die von Kupfer.

Es kann durch enge Kapillaren fließen und kriecht als feiner Film über den Rand von Gefäßen, in denen es sich befindet.

Beide Phänomene konnten von der klassischen Physik nicht erklärt werden. Die theoretische Erklärung erfolgte 1957 mit Hilfe der *Quantenmechanik* durch *Bardeen, Cooper* und *Schrieffer*, welche die nach ihren Initialen benannte BCS-Theorie aufstellten.

Drei-Kelvin-Strahlung

Bei 3 K hat man eine Temperatur erreicht, die in der Kosmologie eine große Rolle spielt. 1965 wurde eine intensive kosmische Radiostrahlung entdeckt, deren Wellenlänge in einem Bereich zwischen einigen Millimetern und einigen Dezimetern liegt. Diese kosmische Hintergrundstrahlung entspricht der Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers, welcher eine Temperatur von 3 K hat.

Bei der Drei-Kelvin-Strahlung handelt es sich um eine Reststrahlung, die auf den Urknall zurückgeht.

Der Sprung von 3 K auf unter 10^{-3} K erfolgt mit Hilfe spezieller magnetischer Eigenschaften der Materie. Der Vorgang wird als adiabatische Entmagnetisierung bezeichnet.

Kontrollfragen

1. Wie funktioniert ein Kompressorkühlschrank?
2. Was versteht man unter dem Joule-Thomson-Effekt?
3. Warum tritt der Joule-Thomson-Effekt nur bei realen Gasen auf?
4. Beschreibe das Lindeverfahren.
5. Wofür wird das Lindeverfahren angewendet?
6. Was versteht man unter Supraleitung und Suprafluidität?

24. Kreisprozesse

Bei Zustandsänderungen eines Gases wird der Übergang von einem Ausgangszustand zu einem davon verschiedenen Endzustand beschrieben. Kehrt jedoch das Gas über eine Reihe von Zwischenzuständen in den Ausgangszustand zurück, spricht man von einem *Kreisprozeß*. (Abb. 163.1)

Damit ist auch gewährleistet, daß dieser Prozeß immer wieder - also periodisch - ablaufen kann.

Ein Kreisprozeß beschreibt eine Zustandsänderung, die wieder in den Ausgangszustand zurückführt.

24.1 Der Carnotsche Kreisprozeß

Eine vollständige Umwandlung von Arbeit in Wärme ist zum Beispiel durch Reibung möglich. Vom molekularen Standpunkt aus betrachtet, kommt es dabei zu einem Übergang von einer geordneten zu einer ungeordneten Teilchenbewegung.

Ist auch der umgekehrte Vorgang möglich, also die Umwandlung von Wärme in Arbeit?
Dazu muß eine Möglichkeit gefunden werden, die ungeordnete Molekularbewegung in eine geordnete überzuführen. Maschinen, die diese Umwandlung ermöglichen, heißen *Wärmekraftmaschinen*. Ihre Erfindung bildete eine der Grundlagen der *industriellen Revolution*.

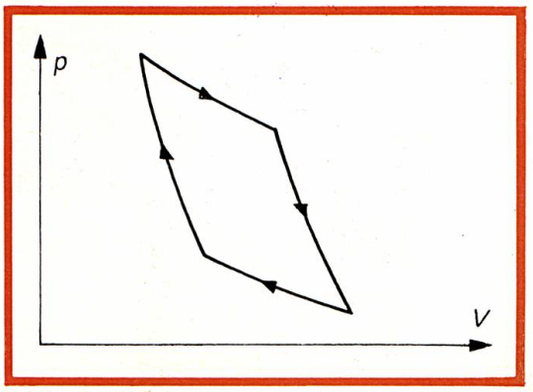
Eine Maschine, die Wärme in Arbeit umwandelt, nennt man Wärmekraftmaschine.

Die 4 Takte des Carnotprozesses

Der Zylinder der "Carnotmaschine" (Abb. 163.3) ist mit einem idealen Gas gefüllt. Alle Vorgänge laufen "unendlich" langsam ab, sodaß keine Verluste durch Reibung, Turbulenzen usw. auftreten können.

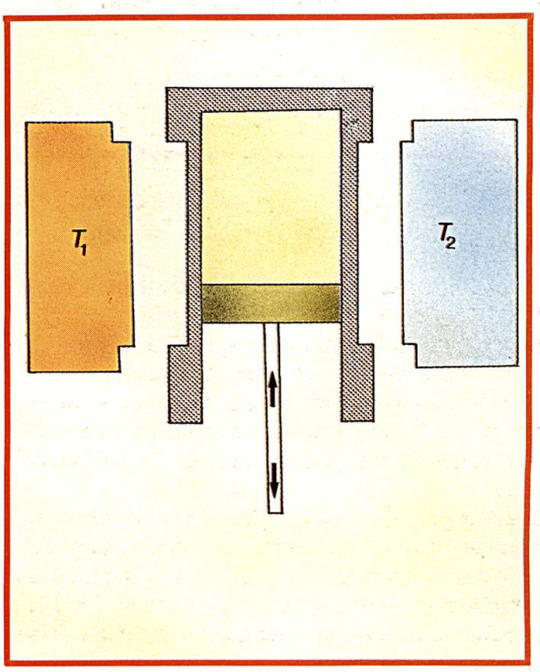
Das ideale Gas durchläuft 4 Zustandsänderungen (Takte), bis wieder der Ausgangszustand *A* erreicht ist. (Abb. 164.1)

Der Urknall
Man nimmt heute allgemein an, daß das Universum durch eine gewaltige Explosion aus einem superdichten Zustand der Materie entstanden ist. Seit diesem *Urknall* dehnt sich das Universum aus. Eine Bestätigung dieser Theorie ist die Drei-Kelvin-Strahlung.

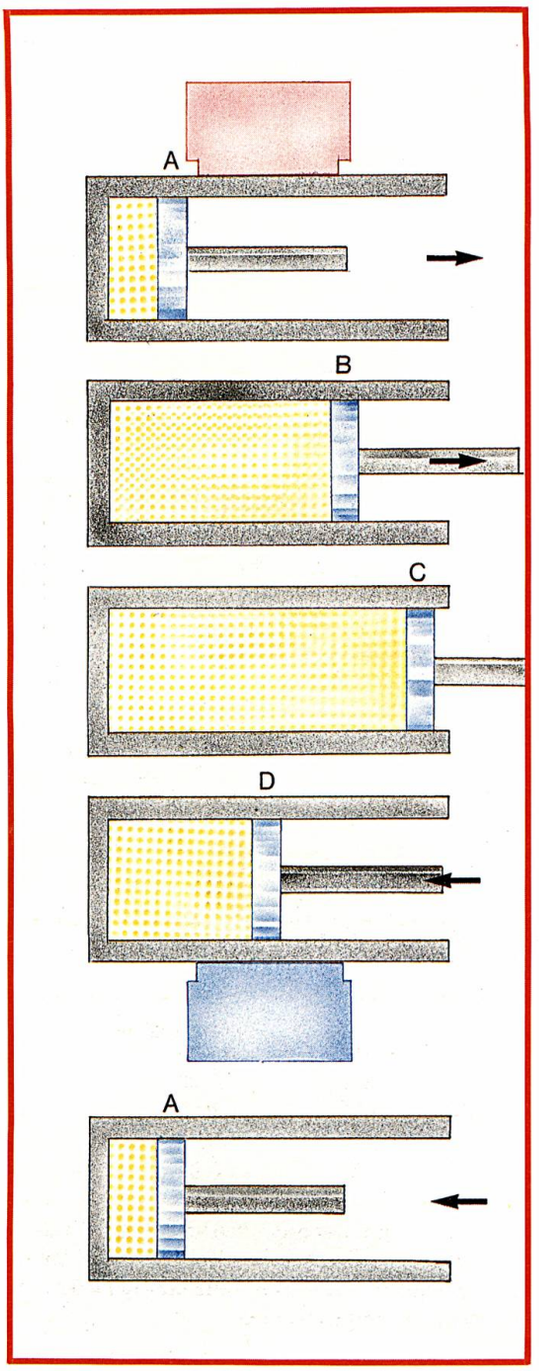


163.1 Im *p-V*-Diagramm wird ein Kreisprozeß durch eine geschlossene Kurve dargestellt. Der Durchlaufsinn wird durch Pfeile angezeigt.

163.2 *Sadi Carnot* (1796 - 1832) erdachte eine idealisierte Wärmekraftmaschine, die nach einem Kreisprozeß abläuft.



163.3 Die Carnotmaschine



164.1 Die vier Takte des Carnotprozesses

1. Takt

Der Zylinder ist mit dem heißen Reservoir verbunden, sodaß das Gas dieselbe Temperatur T_1 besitzt. Der Kolben befindet sich so weit wie möglich im Zylinder. Es erfolgt eine *isotherme Expansion* von A bis B bei der Temperatur T_1.

Der Zylinder bleibt während dieses Vorganges mit dem heißen Reservoir in Kontakt, damit ein Wärmeaustausch möglich ist. Der äußere Druck ist minimal kleiner gewählt als der innere Druck. Das expandierende Gas treibt den Kolben nach außen. Das Gas nimmt aus dem Reservoir die Wärmemenge Q_1 auf.

2. Takt

In B wird der Kontakt mit dem heißen Reservoir unterbrochen. Das Gas *expandiert adiabatisch* von B bis C weiter, sodaß mit dem Druck auch die Temperatur auf T_2 sinkt.
Die Takte 1 und 2 werden als *Arbeitshub* bezeichnet.

3. Takt

Nun wird der äußere Druck minimal größer gewählt als der innere. Der Zylinder wird mit dem kalten Reservoir in Kontakt gebracht. Das Gas *komprimiert isotherm* von C bis D. Es wird dabei Arbeit verrichtet. Die bei der Kompression entstehende Energie Q_2 wird an dieses Reservoir abgegeben.

4. Takt

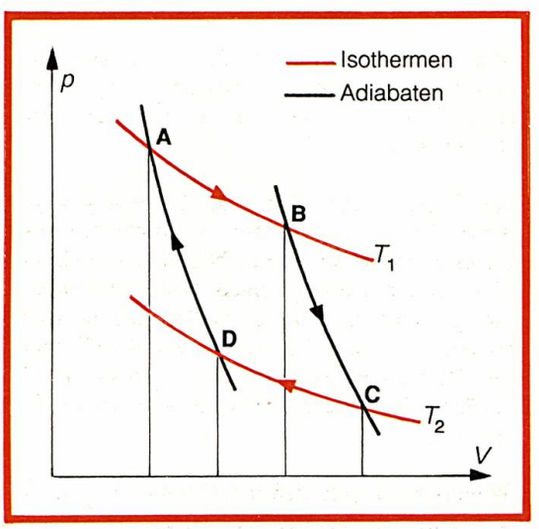
Nun wird der Kontakt mit dem kalten Reservoir unterbrochen. Das Gas wird von D bis A *adiabatisch komprimiert*. Dabei steigt die Temperatur des Gases auf T_1. Der Ausgangszustand A ist somit erreicht.

Die Maschine hat jetzt die Arbeit W verrichtet. Es wurde mehr nutzbare Energie im Arbeitshub freigesetzt, als an Kompressionsarbeit verbraucht wurde. Die Größe der eingeschlossenen Fläche $ABCD$ entspricht der verrichteten Arbeit. Nach dem 1. Hauptsatz der Wärmelehre gilt:

$$\Delta Q - W = 0 \quad \text{bzw.} \quad W = Q_1 - Q_2$$

Dieser Vorgang, bei dem mechanische Arbeit gewonnen wird, läßt sich beliebig oft wiederholen. Weiters erkennt man, daß eine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine nur zwischen Wärmereservoirs verschiedener Temperatur arbeiten kann.

Für den Carnotschen Kreisprozeß sind zwei Wärmereservoirs unterschiedlicher Temperatur notwendig. In einer gedachten Maschine durchläuft ein ideales Gas 4 Zustandsänderungen. Dabei verrichtet die Maschine Arbeit.



164.2 Arbeitsdiagramm des Carnotprozesses

Thermodynamischer Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine gibt das Verhältnis von gewonnener mechanischer Arbeit zu aufgewendeter Wärme an:

$$\eta = \frac{\text{gewonnene mechanische Arbeit}}{\text{aufgewendete Wärme}} = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}}$$

Der Wirkungsgrad einer Carnotmaschine mit ihren idealen Voraussetzungen wird *thermodynamischer Wirkungsgrad* η_{th} genannt.

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$ thermodynamischer Wirkungsgrad

In welchem Zusammenhang stehen η_{th} und die Temperaturen T_1 und T_2 der beiden Reservoirs?

(1) $W_{ges} = -W_{AB} - W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

W_{AB} und W_{BC} werden abgegeben und haben daher ein negatives Vorzeichen. W_{CD} und W_{DA} werden zugeführt und sind daher positiv.

Die adiabatischen Anteile W_{BC} und W_{BA} heben einander auf.

$$(2)\quad W_{ges} = -W_{AB} + W_{CD} = -n\,R\,T_1 \ln\frac{V_A}{V_B} + n\,R\,T_2 \ln\frac{V_D}{V_C} =$$

Aus dem Poissonschen Gesetz $T_1\,V_1^{\kappa-1} = T_2\,V_2^{\kappa-1}$ folgt für die beiden adiabatischen Zustandsänderungen im Canotprozeß:

$$(3)\quad T_1\,V_B^{\kappa-1} = T_2\,V_C^{\kappa-1} \quad \text{und} \quad T_2\,V_D^{\kappa-1} = T_1\,V_A^{\kappa-1}$$

Daraus wiederum folgt:

$$(4)\quad \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

Aus (2), (4) folgt für die Gesamtarbeit:

$$(5)\quad W_{ges} = n\,R\,(T_1 - T_2) \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Die zugeführte Wärme Q_{zu} entspricht der isothermen Expansionsarbeit:

$$(6)\quad Q_{zu} = n\,R\,T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Aus (5), (6) ergibt sich für den thermodynamischen Wirkungsgrad η_{th}:

$$\eta_{th} = \frac{n\,R\,(T_1 - T_2) \ln\frac{V_B}{V_A}}{n\,R\,T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Der thermodynamische Wirkungsgrad des Carnotschen Kreisprozesses ist der größtmögliche Wirkungsgrad für alle periodisch arbeitenden Wärmekraftmaschinen. Der Wirkungsgrad ist nicht stoffabhängig, sondern nur temperaturabhängig.

Der höchstmögliche Wirkungsgrad 1 wäre nur dann zu erreichen, wenn $T_2 = 0$ wäre. Es ist aber unmöglich, den absoluten Nullpunkt zu erreichen. Dies hängt damit zusammen, daß die spezifischen Wärmekapazitäten bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt nur asymptotisch gegen Null gehen. Diese Tatsache ist Inhalt des *3. Hauptsatzes der Wärmelehre:*

Der absolute Nullpunkt kann nicht erreicht werden.

Beispiel A

a) Berechne den thermodynamischen Wirkungsgrad einer Carnotmaschine, die zwischen 100 °C und 300 °C arbeitet.

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta_{th} = \frac{573{,}15\ \text{K} - 373{,}15\ \text{K}}{573{,}15\ \text{K}} = 0{,}349$$

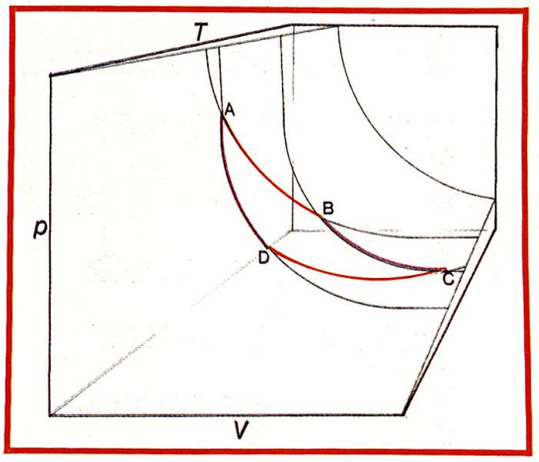
$$\eta_{th} = 34{,}9\ \%$$

(b) Auf welchen Wert muß die höhere Temperatur angehoben werden, um einen Wirkungsgrad von 50 % zu erreichen?

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \Leftrightarrow \quad \eta_{th}\,T_1 = T_1 - T_2 \quad \Leftrightarrow \quad T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta_{th}}$$

$$T_1 = \frac{373{,}15\ \text{K}}{1 - 0{,}5} = 746{,}3\ \text{K}$$

$$\vartheta = 473{,}15\ ^\circ\text{C}$$



165.1 Der Carnotprozeß im *p-V-T*-Diagramm

T_1	T_2	Wirkungsgrad
400	300	0,25
500	300	0,40
600	300	0,50
1 000	300	0,70
2 000	300	0,85

165.2 Da beim Carnotprozeß meist die Umgebungstemperatur T_2 die tiefere Temperatur ist, kann der Wirkungsgrad nur durch Anhebung der höheren Temperatur gesteigert werden.

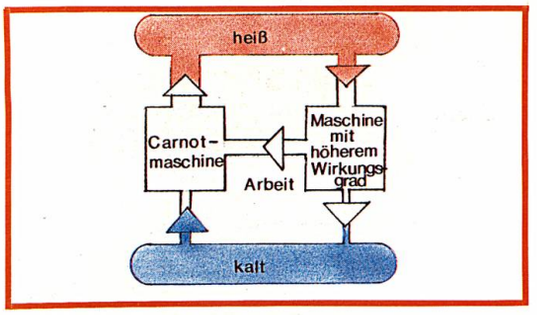
Thermodynamische Temperatur

Bei bekannter Temperatur T_1 und bekanntem Wirkungsgrad des Carnotprozesses kann T_2 errechnet werden. Damit bildet der Carnotprozeß die Grundlage einer *mechanischen Temperaturmessung*.

Man bezeichnet die damit definierte Temperaturskala als thermodynamische Temperaturskala. Diese wurde von Lord Kelvin eingeführt (Kelvinskala).

Der Vorteil dieser Temperaturfestlegung liegt darin, daß die spezifischen Eigenschaften des Gases beim Kreisprozeß nicht in den formelmäßigen Zusammenhang eingehen. Bei der Temperaturmessung mit Hilfe eines Thermometers ist zu beachten, daß der Ausdehnungskoeffizient der Thermometersubstanz nicht temperaturunabhängig ist, wodurch sich kleine Korrekturen ergeben.

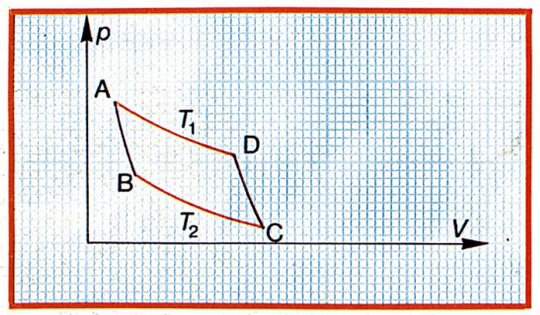
Weiters zeigt sich, daß der absolute Nullpunkt der Temperatur bei –273,15 °C liegt.



166.1 Ist eine Wärmekraftmaschine denkbar, die, nach anderen Prinzipien arbeitend, einen höheren Wirkungsgrad als die Carnotmaschine aufweist?

Nehmen wir an, es gibt eine solche "Übermaschine". Dann verwenden wir sie dazu, die Carnotmaschine in umgekehrter Reihenfolge zu betreiben. Die "Übermaschine" liefert wegen des höheren Wirkungsgrades bei geringerer Wärmeaufnahme aus dem heißen Reservoir dieselbe Arbeit wie eine Carnotmaschine. Die Carnotmaschine entnimmt daher dem kalten Reservoir eine größere Wärmemenge, als beim ersten Prozeß abgegeben wurde.

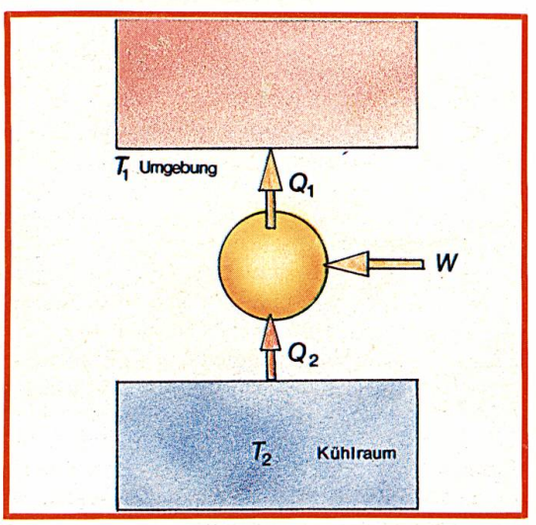
Der Gesamteffekt wäre ein Wärmefluß vom Reservoir mit niedrigerer zum Reservoir mit höherer Temperatur. Das ist aber unmöglich. Das bedeutet: Die Annahme einer "Übermaschine" führt zu einem Widerspruch. Die "Übermaschine" gibt es nicht.



166.2 Abbildung zu Beispiel A

Leistungszahl ε_K einer Kältemaschine
Das Verhältnis aus der dem kalten Reservoir entnommenen Wärmemenge und der dafür aufgewendeten Arbeit bezeichnet man als Leistungszahl einer Kältemaschine:

$$\varepsilon_K = Q_2/W = T_2/(T_1 - T_2)$$



166.3 Kältemaschine

Beispiel B

Zwischen welchen Temperaturen muß ein Carnotprozeß ablaufen, wenn die Temperaturdifferenz 100 K und der Wirkungsgrad 0,3 ist?

$$\eta_{th} = \frac{\Delta T}{T_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{\Delta T}{\eta_{th}}$$

$$T_1 = \frac{100\ \text{K}}{0{,}3} = 333{,}3\ \text{K}$$

$$T_2 = 233{,}3\ \text{K}$$

24.2 Der Carnotprozeß als reversibler Prozeß

Der Carnotprozeß ist ein reversibler Prozeß, da jede seiner Zustandsänderungen reversibel ist. Läuft der Carnotprozeß in umgekehrter Richtung ab, wird dem kalten Reservoir eine Wärmemenge Q_2 entzogen und dem heißen Reservoir eine Wärmemenge Q_1 zugeführt. Dies bedeutet, daß eine kalte Quelle kälter und ein warmes Reservoir wärmer wird.

➤ **Beispiel A** (Abb. 166.2)

Welche Arbeit muß der Kompressor einer Kühlmaschine verrichten, wenn man annimmt, daß diese nach einem in umgekehrter Richtung laufenden Carnotschen Kreisprozeß arbeitet?

Durch Zufuhr von Arbeit erfolgt ein Energietransport vom kalten zum warmen Reservoir.

Das Innere der Kühlmaschine ist das kalte Reservoir, die Umgebung das warme Reservoir.

Der Carnotsche Kreisprozeß läuft in umgekehrter Richtung:

1. Takt:

Adiabatische Expansion des Kältemittels von *A* nach *B*.

2. Takt:

Isotherme Expansion von *B* nach *C*. Bei dieser Zustandsänderung entzieht das Kältemittel dem Inneren der Kühlmaschine Wärme.

3. Takt:

Adiabatische Kompression von *C* nach *D*.

4. Takt:

Bei der isothermen Kompression von *D* nach *A* wird Wärme an das warme Reservoir, das heißt an die Umgebung, abgegeben.

Beim Carnotschen Kreisprozeß in ursprünglicher Ablaufrichtung wird Wärme einem warmen Reservoir entnommen, ein Teil davon in Arbeit umgewandelt, und die restliche Wärme an das kalte Reservoir abgeführt. Der Arbeitsgewinn *W* ergibt sich aus der Differenz der Wärmemengen.

Ebensogroß ist die zugeführte Arbeit *W* beim umgekehrten Vorgang. Und dem kälteren Reservoir wird nun nicht die Wärmemenge Q_2 zugeführt, sondern entnommen. Damit erhält man

$$\frac{W_{zu}}{Q_{ab}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \quad \text{bzw.} \quad W_{zu} = Q_{ab} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

Im umgekehrt ablaufenden Carnotprozeß wird durch Arbeit Wärme vom kälteren in das wärmere Reservoir transportiert. Dies geschieht nach folgendem Zusammenhang:

$$W = Q\,\frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

Beispiel B

Berechne die Wärmemenge, welche aus dem Kühlfach (260 K) nach außen (300 K) mit einem Aufwand von 10 J Arbeit transportiert werden kann.

$$W = Q\,\frac{T_1 - T_2}{T_2} \quad \Leftrightarrow \quad Q = W\,\frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$Q = 10\ \text{J} \cdot \frac{260\ \text{K}}{300\ \text{K} - 260\ \text{K}} = 65\ \text{J}$$

Mit 10 J Arbeit können im Idealfall 65 J Wärme transportiert werden.

24.3 Die Wärmepumpe

Die Wärmepumpe (Abb. 167.1) bietet eine Möglichkeit, Energie für Beheizung und Warmwasseraufbereitung teilweise einzusparen.

Das Beispiel der Kühlmaschine hat gezeigt, daß mit wenigen Joule Arbeit eine große Wärmemenge transportiert werden kann. Auf diesem Prinzip beruht auch die *Wärmepumpe*.

Eine Wärmepumpe ist ein "Kühlschrank", bei dem man den Kondensator als Heizung nutzt. Wärme wird aus einer kälteren Umgebung in ein wärmeres Reservoir (z.B. ein Haus) "gepumpt". Einem großen Energiereservoir (Außenluft, Gewässer usw.) kann Wärme entzogen und zur Beheizung verwendet werden.

Beispiel A

Eine Wasser-Wasser-Wärmepumpenanlage entzieht dem Grundwasser Wärme und speist damit einen Wasserkessel. Die Anlage arbeitet nach einem Carnotschen Kreisprozeß zwischen $T_2 = 280$ K und $T_1 = 312$ K. Um wieviel °C steigt die Temperatur von 1 l Wasser, wenn der Kompressor 1,5 kJ Arbeit verrichtet.

$$Q = W\,\frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$Q = 1500\ \text{J} \cdot \frac{312\ \text{K}}{312\ \text{K} - 280\ \text{K}}$$

$$Q = 14\,625\ \text{J}$$

$$\Delta Q = m\,c\,\Delta\vartheta \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\vartheta = \frac{\Delta Q}{m\,c}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{14625\ \text{J}}{1\ \text{kg} \cdot 4190\ \text{J kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}} = 3{,}5\ ^\circ\text{C}$$

Die Temperatur steigt um 3,5 °C

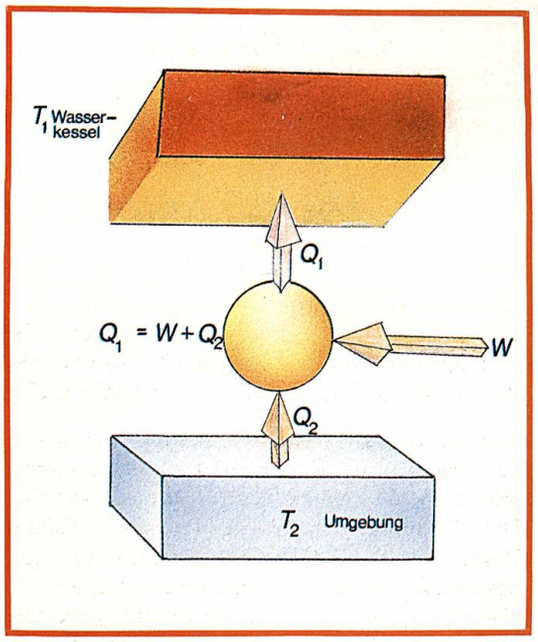
Im Realfall kann mit der Antriebsenergie des Kompressors höchstens das Vierfache an Wärme gewonnen werden.

Anmerkung:
Der reale Wirkungsgrad einer Wärmepumpe wird noch durch den Wirkungsgrad des Kompressors verringert. Für die Gesamtwirtschaftlichkeit einer Wärmepumpe ist zu beachten, daß auch die Erzeugung der Antriebsenergie mit Verlusten bis zu 60 % verbunden ist.

Aufgaben

287. Wie groß ist der Wirkungsgrad einer Carnotmaschine, welche zwischen 150 °C und 400 °C arbeitet?

288. Eine Carnotmaschine hat einen thermodynamischen Wirkungsgrad von 30 %, wobei die Temperatur des wärmeren Reservoirs 140 °C beträgt. Berechne die Temperatur des kälteren Reservoirs.

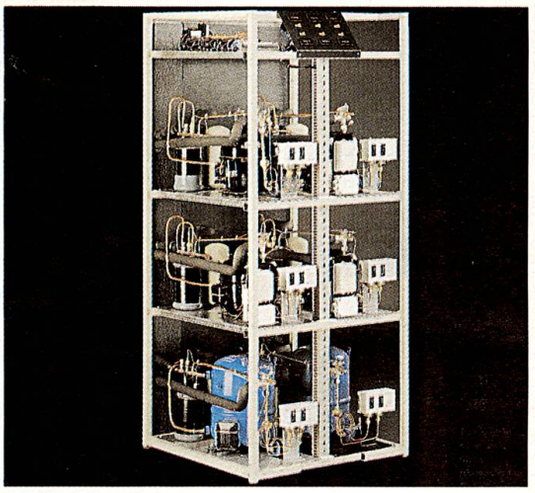


167.1 Schema einer Wärmepumpe

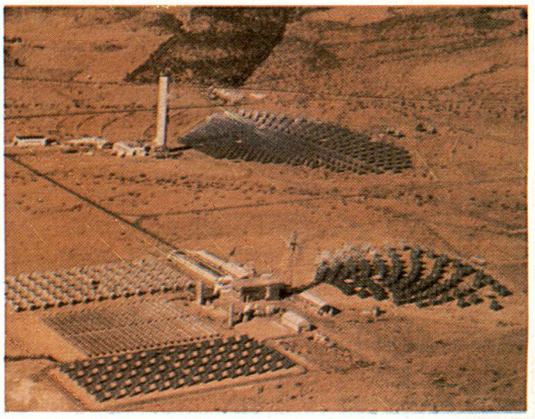
Leistungszahl ε_w einer Wärmepumpe
Das Verhältnis aus der dem warmen Reservoir zugeführten Wärmemenge und der dafür aufgewendeten Arbeit bezeichnet man als Leistungszahl ε_w einer Wärmepumpe.

$$\varepsilon_w = Q_1/W = T_1/(T_1 - T_2)$$

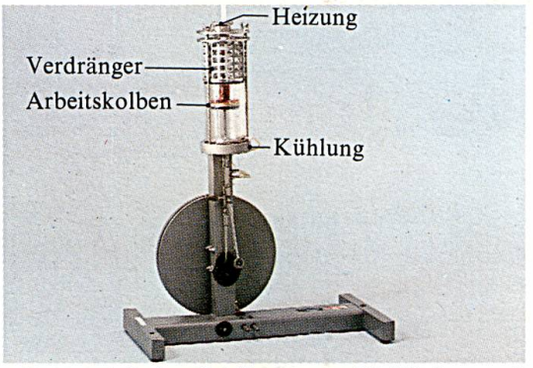
Mit stark steigender Temperaturdifferenz sinkt die Leistungszahl der Wärmepumpe. Sie wird deshalb zusammen mit einem anderen Heizungssystem betrieben, welches bei großer Temperaturdifferenz die Wärmepumpe ablöst.



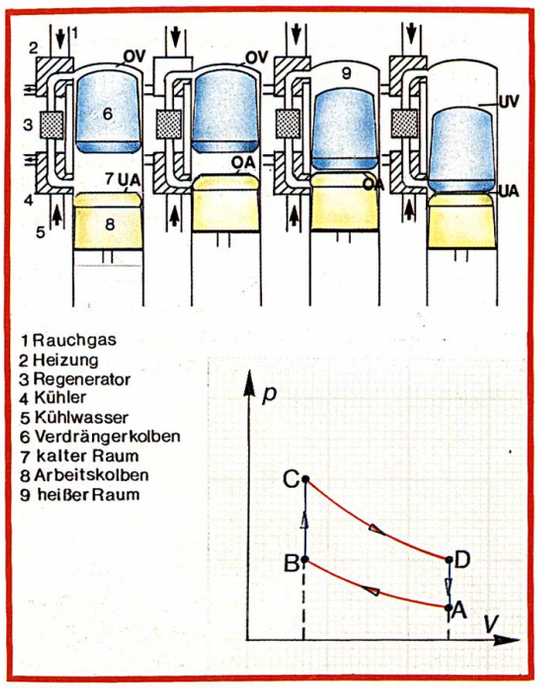
167.2 Wärmepumpe



167.3 Sonnenkraftwerks-Versuchsanlage (Plataforma solar de Almeria). Solarkraftwerke, Windräder und Wärmepumpen gehören zu den regenerativen Energiegewinnungsanlagen. Ihr Ziel ist es, den Erdölverbrauch zu reduzieren.



168.1 Modell eines Stirlingmotors (Heißluftmotors)
Der schottische Geistliche *Robert Stirling* entwickelte zu Beginn des 19. Jahrhunderts einen Motor, bei dem ein Teil des Zylinders ständig geheizt, der andere dauernd gekühlt wird. Das Arbeitsgas, meist Helium, strömt zwischen dem kalten und dem heißen Teil über Kühlung, Regenerator und Heizung hin und her. Es bewegen sich dabei zwei Kolben, der Arbeits- und der Verdrängerkolben. Der Regenerator ist ein Wärmespeicher, der das Arbeitsgas auf eine optimale Zylindertemperatur bringt.



168.2 Zustandsänderungen beim Stirlingmotor
Der Kreisprozeß setzt sich aus zwei isothermen (A → B, C → D) und zwei isochoren (B → C, D → A) Zustandsänderungen zusammen. Den einzelnen Darstellungen ist die jeweilige Kolbenposition in den Punkten A, B, C und D zu entnehmen.
Der Verdrängerkolben befindet sich im oberen Totpunkt (OV), der Arbeitskolben im unteren Totpunkt (UA) - Stellung A.
Der Arbeitskolben bewegt sich zum oberen Totpunkt (OA) und verrichtet Arbeit. Das Arbeitsgas wird im kalten Raum komprimiert. Die entstehende Wärmemenge wird in der Kühlung abgeführt - Stellung B.
Der Verdrängerkolben schiebt das komprimierte Gas über den Regenerator in den heißen Raum, wobei es die Temperatur dieses Bereiches annimmt - Stellung C.
Das Arbeitsgas führt eine isotherme Expansion durch (Wärme wird aus der Heizung zugeführt) und verrichtet dabei Arbeit. Beide Kolben erreichen somit ihre unteren Totpunkte - Stellung D.
Der Verdrängerkolben transportiert dann das Gas über den Regenerator in den kalten Raum zurück, die Ausgangssituation ist erreicht.

289. Eine Carnotmaschine, deren Reservoirs eine Temperatur von 220 °C bzw. 24 °C besitzen, benutzt als Arbeitsgas 20 dm³ Luft (p = 1 bar). Im ersten Takt erfolgt eine isotherme Expansion, wobei der Druck auf 0,7 bar sinkt.
a) Berechne das Volumen nach dem 1. Takt.
b) Ermittle Druck und Volumen nach dem 2. Takt ($\kappa = 1{,}4$).
c) Wie groß ist der thermodynamische Wirkungsgrad?

290. Eine Wärmepumpe, der ein See von 12 °C als kalter Wärmebehälter dient, führt 600 kJ pro Minute einer Heizungsanlage zu, deren Temperatur 45 °C beträgt. Ermittle die erforderliche Leistung des Kompressors.

291. Die Temperaturdifferenz der Wärmebehälter einer Carnotmaschine beträgt 120 °C. Berechne die Temperaturen der beiden Reservoirs, wenn der Wirkungsgrad 25 % beträgt.

292. Eine Carnotmaschine arbeitet zwischen 40 °C und 200 °C.
a) Berechne den Wirkungsgrad.
b) Wie muß die Temperatur des heißen Reservoirs verändert werden, wenn der thermodynamische Wirkungsgrad 45 % betragen soll?

293. Eine Carnotmaschine entnimmt dem heißen Reservoir eine Wärmemenge von 1000 J und führt dem kalten Reservoir 740 J zu. Berechne die Temperatur des kalten Reservoirs, wenn die des heißen 115 °C beträgt.

Kontrollfragen

1. Was versteht man unter einem Kreisprozeß?
2. Welche Aufgabe hat eine Wärmekraftmaschine?
3. Erkläre den Aufbau der Carnotmaschine.
4. Welche Takte durchläuft eine Carnotmaschine?
5. Wie ist der thermodynamische Wirkungsgrad festgelegt?
6. Von welchen Größen ist der thermodynamische Wirkungsgrad einer Carnotmaschine abhängig?
7. Wie lautet der 3. Hauptsatz der Wärmelehre?
8. Welchen Vorteil bietet die Temperaturmessung nach dem Carnotschen Kreisprozeß?
9. Warum ist der Carnotprozeß reversibel?
10. Warum kann eine Wärmekraftmaschine keinen höheren Wirkungsgrad besitzen als die vergleichbare Carnotmaschine?
11. Wie funktioniert eine Wärmepumpe?
12. Wo kann eine Wärmepumpe angewendet werden?

25. Wärmekraftmaschinen

Die Wärmekraftmaschinen können in zwei Gruppen eingeteilt werden: in Maschinen
- mit *Dampf als Arbeitsmittel:* Dampfmaschine, Dampfturbine,
- mit *innerer Verbrennung:* Verbrennungsmotoren, Strahltriebwerke.

25.1 Maschinen mit Dampf als Arbeitsmittel

Kolbendampfmaschine

Dampfmaschinen nutzen die Energie aus, die bei der Entspannung (Expansion) eines unter hohem Druck stehenden Dampfes frei wird. Der Dampf wird in einem Stahlkessel erzeugt, in dem Wasser zum Verdampfen gebracht wird. Das Ausströmen des Dampfes ist erst bei einem genügend hohen Dampfdruck möglich. Die Dampfmaschine arbeitet nach einem *Viertaktzyklus* (Abb. 169.1):

(1) Der Dampf wird über den rechten Kanal in den Zylinder geleitet und dehnt sich aus. Dadurch wird Arbeit am Kolben verrichtet, welcher sich dabei nach links bewegt.

(2) Hat der Kolben den linken Umkehrpunkt (Totpunkt) erreicht, kann der entspannte Dampf entweichen.

(3) Über den linken Kanal wird Frischdampf zugeführt. Der expandierende Dampf schiebt den Kolben nach rechts. Es wird dabei wieder Arbeit verrichtet.

(4) Der rechte Umkehrpunkt (Totpunkt) wird erreicht, der entspannte Dampf kann entweichen. Die Ausgangssituation ist erreicht.

Dampfturbine

Dampfturbinen sind Wärmekraftmaschinen, welche die kinetische Energie des Wasserdampfes in Rotationsenergie von Turbinenrädern umwandeln. Diese treiben meist einen Generator an, der elektrische Energie erzeugt.

Die im Dampf steckende Energie wird grundsätzlich auf zwei Weisen genutzt:
- durch *Geschwindigkeitsabstufung* (Der gesamte Dampfdruck wird in Geschwindigkeit umgesetzt. Die Abnahme der Geschwindigkeit erfolgt in mehreren Rädern hintereinander.)
- durch *Druckabstufung*

Wir wollen uns mit der Druckabstufung am Beispiel der *mehrstufigen Überdruckturbine* auseinandersetzen. Vom englischen Ingenieur *Charles Algernon Parsons* (1854 - 1931)stammen die Grundlagen dieser Turbine. (Abb.169.2)

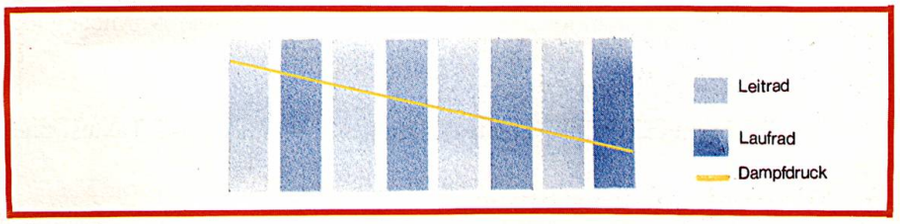
Die Dampferzeugung für die Turbine kann durch Verbrennung von Öl, Kohle, Gas oder durch Nutzung von Kernenergie erfolgen. Der Dampf wird bis 600 °C erhitzt, wobei der Druck auf 600 bar steigt.

Die Turbine besteht aus feststehenden Leiträdern, die mit Leitschaufeln besetzt sind, und den drehbaren Laufrädern mit den Laufschaufeln. (Abb. 169.3)

Der Dampfstrom wird auf das Leitrad geführt. Die Leitschaufeln lenken den Dampf nun so um, daß er möglichst günstig auf die rotierenden Laufschaufeln trifft. Dabei dehnt sich der Dampf aus und wird gleichzeitig beschleunigt.
Er gibt infolge seiner Strömungsgeschwindigkeit kinetische Energie an die Laufschaufeln ab. Ein zusätzlicher Kraftstoß wird bei der Expansion in den Laufrädern an diese abgegeben.

Die Leitschaufeln selbst sind so geformt, daß sie eine Düse bilden (Abb. 169.3 rechts). Bei der Strömung durch den verkleinerten Querschnitt kommt es zu einer Geschwindigkeitszunahme.

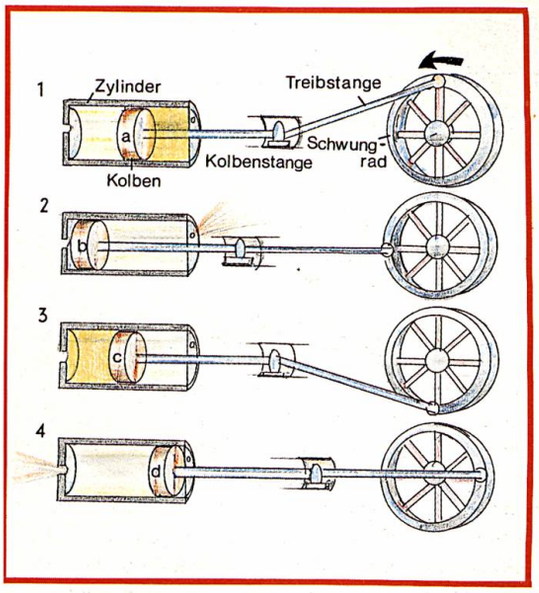
Der Dampfdruck nimmt folgendermaßen ab:



Es kommt zu einer Druckabstufung in den einzelnen Leit- und Laufräderpaaren, deren Durchmesser - wegen des sinkenden Druckes und der damit verbundenen Volumszunahme des Dampfes - größer werden.

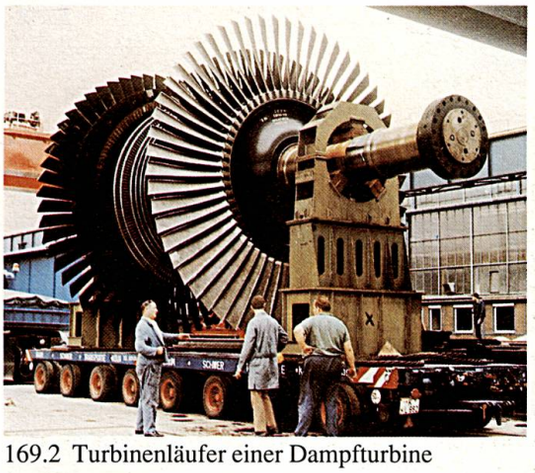
Eine moderne Turbinenanlage besteht aus einem Hochdruck- und einem Niederdruckteil. Der Dampf wird dabei bis zur Kondensation entspannt.

Dampfturbine und Generator besitzen eine gemeinsame Achse. Diese Maschinengruppe wird als *Turbogenerator* bezeichnet. Mit solchen Anlagen wird ein Wirkungsgrad bis zu 40 % erreicht.

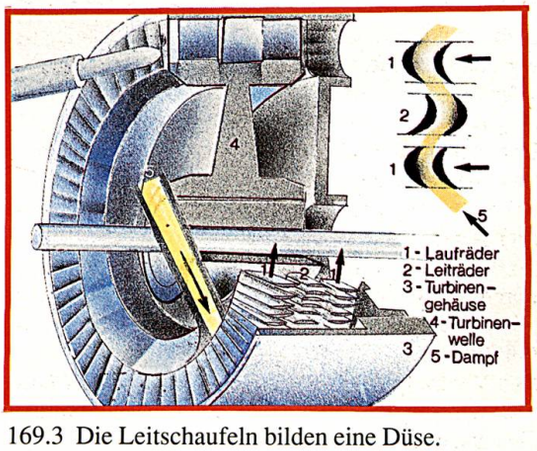


169.1 Die Hin- und Herbewegung des Kolbens wird über einen Kreuzkopf und einen Exzenter in eine Drehbewegung umgewandelt.

Der erfolgreichste Erfinder in der Entwicklung der Dampfmaschine war *James Watt* (1736 - 1819). Wesentliche Teile, wie Schiebersteuerung mit exzentrischer Scheibe, gehen auf seine Arbeit zurück. Eine Dampfmaschine benötigt für eine Kilowattstunde zwischen 5 kg und 25 kg Dampf. Zur Dampferzeugung ist dafür bei den besten Maschinen 1/2 kg Steinkohle erforderlich.
Der Wirkungsgrad ist sehr ungünstig, da der Großteil der freiwerdenden Wärme ungenutzt bleibt.
Unter günstigen Verhältnissen kann man einen Wirkungsgrad von 15 % erreichen, meist liegt er jedoch unter 10 %.



169.2 Turbinenläufer einer Dampfturbine



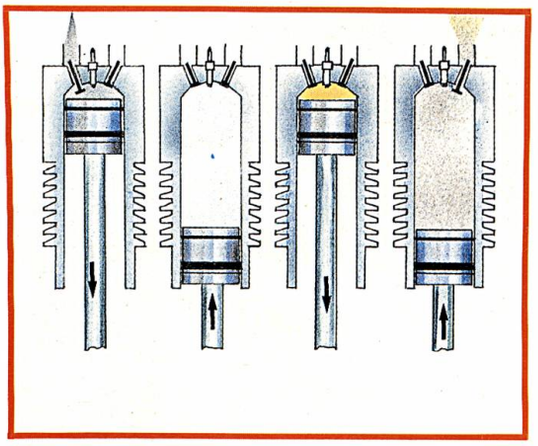
169.3 Die Leitschaufeln bilden eine Düse.

25.2 Maschinen mit innerer Verbrennung

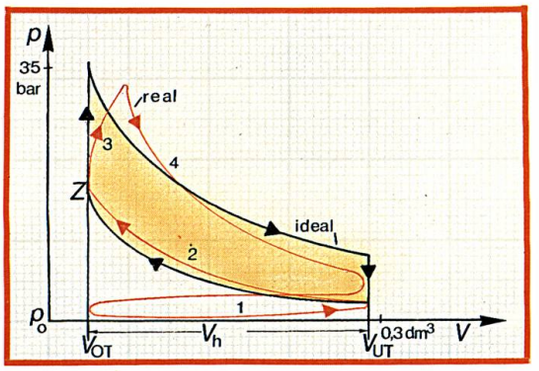
Verbrennungsmotoren

Die bekanntesten Erfinder im Motorenbau sind *Nikolaus August Otto* (1832 - 1891) und *Rudolf Diesel* (1858 - 1913).

Beide bauten Motoren, die nach dem Viertaktprinzip arbeiten. Man bezeichnet heute einen Motor mit *Fremdzündung* als *Ottomotor* und einen Motor mit *Selbstzündung* als *Dieselmotor*.

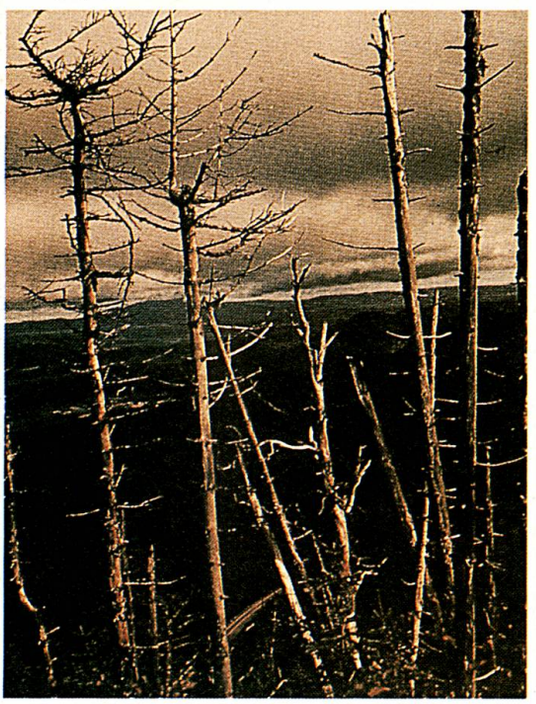


170.1 Ottomotor



170.2 Arbeitsdiagramme des idealen und realen Ottomotors

V_h	- Hubvolumen
V_{OT}	- Volumen beim oberen Totpunkt
V_{UT}	- Volumen beim unteren Totpunkt
p_o	- Normalluftdruck
1, 2, 3, 4	-Takte



170.3 *Waldsterben*: Die Luftverschmutzung, die auch durch die Abgase der Verbrennungsmotoren verursacht wird, hat vielfältige Auswirkungen auf die Umwelt. Etwa an der Fichte lassen sich folgende Schäden feststellen: Nadelvergilbung, Kronenverlichtung, Nadelröte. Außerdem hat sich das Wurzelverhalten geändert. Im Gegensatz zu gesunden Fichten haben sich die Wurzeln näher an die Oberfläche zurückgezogen, was sich in Trockenperioden negativ auswirkt. Von diesen und ähnlichen Schädigungen sind Fichten aller Wachstumsstufen sowie alle anderen Baumarten betroffen.

Viertaktverfahren

Das Viertaktverfahren erstreckt sich über 4 Takte oder 2 Kurbelwellenumdrehungen und soll am Beispiel des *Ottomotors* erläutert werden. (Abb. 170.1)

1. Takt: Ansaugtakt

Der Kolben bewegt sich vom oberen Totpunkt zum unteren, wobei ein Kraftstoff-Luftgemisch in den Zylinder gesaugt wird.

2. Takt: Verdichtungstakt

Bei geschlossenen Ventilen wird das Gemisch verdichtet (komprimiert). Für einen möglichst großen Arbeitsgewinn muß der Druck entsprechend hoch sein. Mit dem Druck steigt auch die Temperatur. Die Endwerte betragen etwa 1 bar bis 16 bar bzw. 350 °C bis 450 °C. Temperaturen über 500 °C würden zu einer unerwünschten Selbstzündung des Kraftstoff-Luftgemisches führen.

3. Takt: Arbeitstakt

Die Ventile bleiben geschlossen. Am Ende des Verdichtungstaktes zündet ein Funke der Zündkerze das Gemisch. Die thermische Bewegung der Teilchen wird durch die Verbrennungswärme verstärkt. Druck und Temperatur steigen rasch an und erreichen ungefähr 30 bar und 2200 °C.
Nach Überschreiten des oberen Totpunktes findet eine Expansion statt. Nur in diesem Takt wird Arbeit am Kolben verrichtet.

4. Takt: Auspufftakt

Das Auslaßventil wird geöffnet, und Druck sowie Temperatur erreichen wieder ihre Anfangswerte. Die Verbrennungsgase werden aus dem Zylinder geschoben.

Beim idealen Kreisprozeß des Ottomotors werden folgende Zustandsänderungen durchlaufen (Abb. 170.2, schwarze Kurve): adiabatische Kompression - isochore Wärmezufuhr (Verbrennung) - adiabatische Expansion (Arbeit wird verrichtet) - isochore Wärmeabgabe (Auspuffung).

Wie aus den beiden Arbeitsdiagrammen ersichtlich ist, schließt die Kurve des idealen Prozesses eine größere Fläche ein. Der "ideale" Arbeitsgewinn ist somit höher als beim realen Kreisprozeß.

Die wichtigsten Ursachen für die Verluste sind:

(1) Der Zylinder kann nicht ideal isoliert werden, wodurch eine Wärmeabgabe an den Motorblock erfolgt.
(2) Der Kraftstoff verbrennt nicht vollständig.
(3) Konstanter Druck und konstantes Volumen während eines Taktes sind praktisch nicht erreichbar.

Anmerkung:
Da nur jeder 4. Takt dem Antrieb dient, koppelt man mehrere Zylinder miteinander, um einen "runden" Lauf des Motors zu gewährleisten.
Der Wirkungsgrad eines Ottomotors liegt zwischen 25 % und 30 %.

Beispiel A

Ein Ottomotor hat eine Arbeitstemperatur von 2200 °C und eine Abgastemperatur von 800 °C.
Berechne den thermodynamischen Wirkungsgrad.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

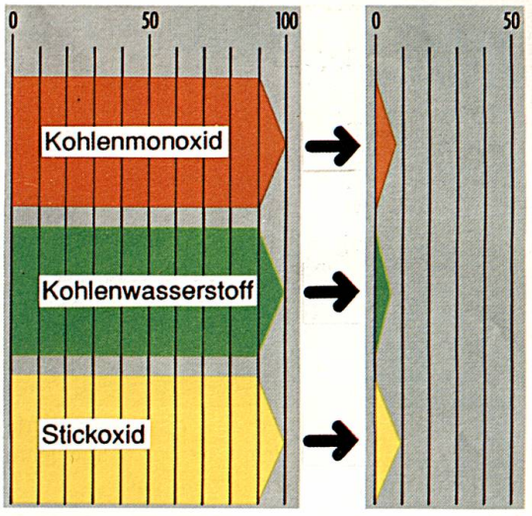
$$\eta = \frac{2473{,}15\ \text{K} - 1073{,}15\ \text{K}}{2473{,}15\ \text{K}} \approx 57\ \%$$

Nimmt man einen realen Wirkungsgrad von 28 % an, so ergibt sich eine Differenz von 29 %. Durch Senken der Abgastemperatur und Erhöhung der Arbeitstemperatur steigt der Wirkungsgrad. Die Höhe der Arbeitstemperatur wird von den verwendeten Werkstoffen begrenzt.

Katalysator

Die Abgase eines Ottomotors einthalten ein hohes Maß an *Schadstoffen,* und zwar: Kohlenmonoxid, Kohlenwasserstoffe und Stickoxide. Mit Hilfe eines Katalysators (Abb. 171.1) können Schadstoffe, die bei der Verbrennung von Benzin ohne Bleizusatz entstehen, bis zu 90 % verringert werden.

Beim sogenannten *Dreiwegkatalysator* werden umgewandelt: Kohlenmonoxid in Kohlendioxid, Kohlenwasserstoffe und Stickoxide in Wasser und Stickstoff.



171.1 Reduktion des Schadstoffausstoßes durch einen 3-Weg-Katalysator

Der Dieselmotor

Rudolf Diesel beschäftigte sich intensiv mit der Theorie der Wärmekraftmaschinen und versuchte einen Motor zu bauen, der nach dem Carnotschen Kreisprozeß arbeiten sollte. Er erkannte jedoch die Unmöglichkeit eines isothermen Prozesses bei einem Verbrennungsmotor. Der von Diesel konstruierte Motor arbeitet nach einem Kreisprozeß (Abb. 171.2) ähnlich dem des Ottomotors:

1. Takt

Reine Luft wird angesaugt.

2. Takt

Es erfolgt die Verdichtung, die wesentlich höher als beim Ottomotor ist. Dies ist möglich, da sich ja noch kein Kraftstoff im Brennraum befindet, der sich aufgrund der hohen Temperatur selbst entzünden könnte. Der Druck liegt zwischen 30 bar und 50 bar, die Temperatur zwischen 550 °C und 700 °C.

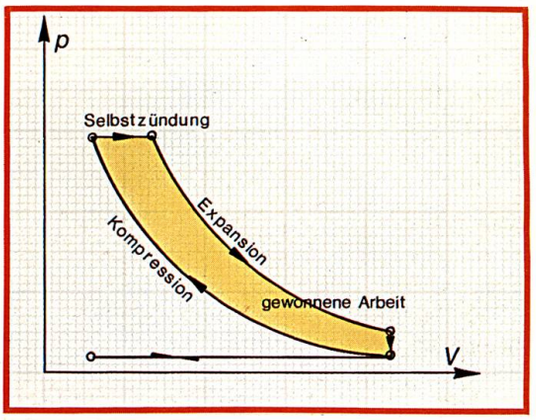
3. Takt

Der Kraftstoff wird eingespritzt. Aufgrund der hohen Temperatur entzündet er sich von selbst. Die Temperatur steigt auf etwa 2600 °C, der Druck auf 80 bar.

4. Takt

Auspuffung der Verbrennungsgase; die Abgastemperatur beträgt ungefähr 400 °C. Der Anfangszustand wird erreicht.

Der Wirkungsgrad des Dieselmotors liegt zwischen 30 % und 45 %. Da trotz höherer Arbeitstemperatur eine tiefere Abgastemperatur erreicht wird, ist der Wirkungsgrad des Dieselmotors größer als der des Ottomotors.

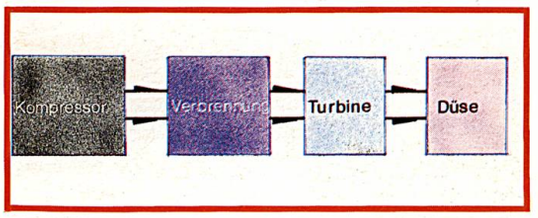


171.2 Arbeitsdiagramm des idealen Dieselmotors

Strahltriebwerke

Strahltriebwerke dienen zum Antrieb von Flugzeugen. 1939 startete das erste Flugzeug (He 178) mit einem Strahltriebwerk, das vom deutschen Flugzeugkonstrukteur E. H. Heinkel (1888 - 1958) entwickelt wurde.

Ein Strahltriebwerk besteht im wesentlichen aus 4 Teilen (Abb. 171.3):
(1) Kompressor
(2) Verbrennungsteil
(3) Turbine
(4) Schubdüse



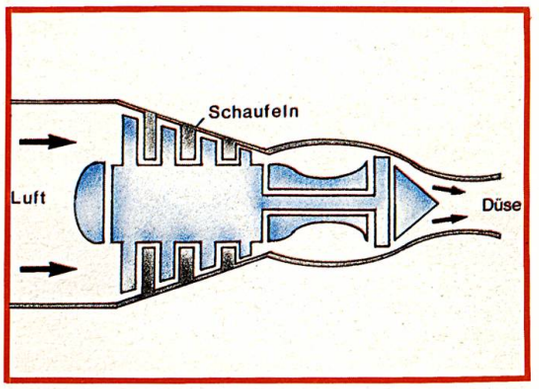
171.3 Wesentliche Teile eines Strahltriebwerkes

Turbinen-Luft (TL)-Triebwerk

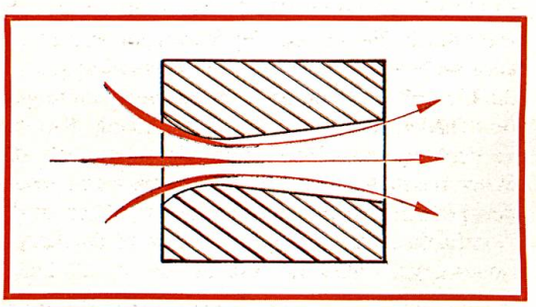
Beim Turbinen-Luft-Triebwerk (Abb. 171.4) wird die einströmende Luft durch den Kompressor verdichtet und gelangt dabei in die Brennkammern. Unter Druck stehender Kraftstoff wird zugefügt, wodurch eine ständige Verbrennung ermöglicht wird. Das expandierende Arbeitsgas strömt über eine Turbine. Ein Teil seiner Bewegungsenergie wird zum Antrieb des Kompressors und anderer Zusatzgeräte entnommen. Die über die Schubdüse (Lavaldüse) ausströmenden Verbrennungsgase haben eine erheblich größere Geschwindigkeit als die in das Triebwerk einströmende Luft (Abb. 171.5). Der nach dem Impulserhaltungssatz resultierende Impulsgewinn bewirkt den *Triebwerkschub.*

Die besondere Form der Düse sorgt für einen gerichteten Teilchenstrom.

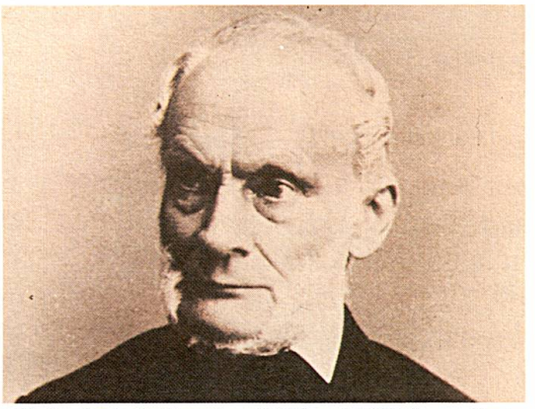
Während Luftstrahltriebwerke den zur Verbrennung des Treibstoffs erforderlichen Sauerstoff der umgebenden Luft entnehmen, führen ihn Raketentriebwerke, meist in chemisch gebundener Form, mit.



171.4 Turbinen-Luft-Triebwerk

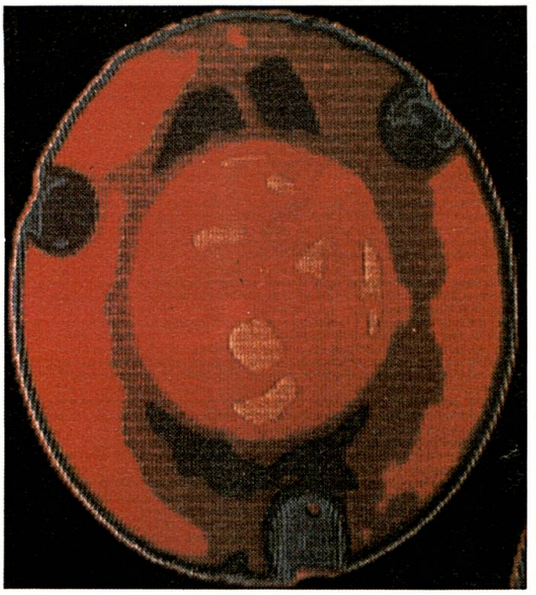


171.5 Lavaldüse

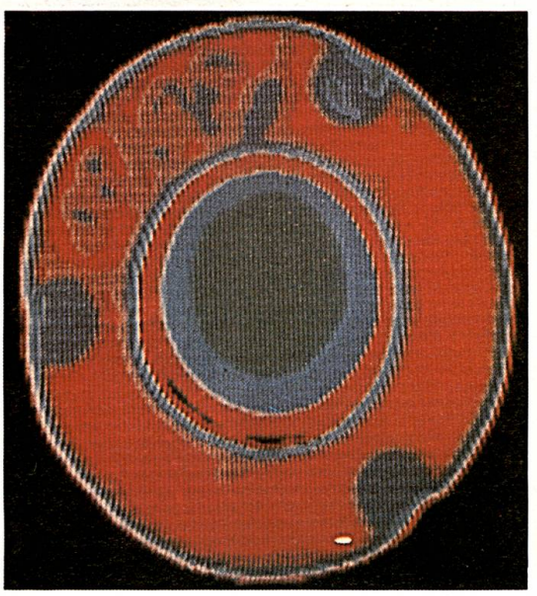


172.1 *Rudolf Clausius* (1822 - 1888) formulierte erstmals den zweiten Hauptsatz der Wärmelehre und führte den Begriff der *Entropie* ein.

Der *zweite Hauptsatz der Wärmelehre* wurde vor dem ersten gefunden. Erst danach wurden der erste und der dritte Hauptsatz formuliert. Das "Durcheinander" in der Numerierung spiegelt die Problematik der Begriffsbildung in der Wärmelehre wider.



172.2 Der Energietransport vom wärmeren zum kälteren Körper hängt von der Wärmeleitfähigkeit ab. Kreisförmige Plättchen gleicher Stärke werden auf einer Heizplatte (rot) mit Kupferringen und Stahlschrauben (blau) befestigt und auf die gleiche Temperatur erwärmt. Das Foto zeigt den unterschiedlichen Wärmestrom durch ein Goldplättchen (oben) und ein Styroporplättchen (unten). Je höher die Temperatur ist, desto mehr wechselt die Farbe ins Rot.



Aufgabe

294. Der Ottomotor eines Personenkraftwagens hat eine Nutzleistung von 45 kW und einen Wirkungsgrad von 25 %. Wieviel Benzin verbraucht der Motor bei maximaler Leistung in einer Stunde, wenn der spezifische Heizwert des Kraftstoffs 42 000 kJ/kg beträgt?

Kontrollfragen

1. Erkläre die Takte einer Kolbendampfmaschine.
2. Warum ist der Wirkungsgrad einer Dampfmaschine relativ klein?
3. Auf welche Weise wird bei der Dampfturbine Arbeit aus dem Dampfstrom gewonnen?
4. Wie ist eine moderne Turbinenanlage aufgebaut?
5. Erkläre das Viertaktprinzip des Ottomotors und des Dieselmotors.
6. Warum weichen ideales und reales Arbeitsdiagramm des Ottomotors voneinander ab?
7. Welche Aufgabe hat ein Dreiwegkatalysator?
8. Warum ist der Wirkungsgrad des Dieselmotors höher als der des Ottomotors?
9. Erkläre den Aufbau eines Strahltriebwerks.
10. Welche Aufgabe hat eine Lavaldüse?

26. Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre gibt - aufbauend auf dem Carnotschen Kreisprozeß - Antwort darauf, inwieweit die Umwandlung von Wärme in Arbeit möglich ist. Er kann auf mehrere Arten formuliert werden.

Perpetuum mobile 2. Art

Die Voraussetzung für den Ablauf des Carnotprozesses ist ein heißes Reservoir und ein kaltes Reservoir - kurz: eine *Quelle* und eine *Senke*.

Daraus kann man unmittelbar folgern:

Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre
Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu konstruieren, welche die gesamte verfügbare Wärme vollständig in Arbeit umwandelt.

Anders formuliert: Es gibt keine Wärmekraftmaschine mit dem Wirkungsgrad 1, ein sogenanntes *Perpetuum mobile 2. Art* - vgl. auch S. 65.

Mit einem Perpetuum mobile 2. Art könnte man beispielsweise dem Meerwasser Wärme entziehen und vollständig in Arbeit umwandeln. Dies wäre aufgrund des ungeheuren Wasservorrates eine beinahe unerschöpfliche Energiequelle. Man könnte den Energiebedarf auf tausende Jahre hinaus decken.

Diese Gedankenmaschine, die in völligem Einklang mit dem ersten Hauptsatz der Wärmelehre steht, ist nicht möglich. Eine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine benötigt stets eine Senke, welche hier jedoch nicht gegeben ist. Diese Senke könnte nur unter Arbeitsaufwand auf entsprechend tiefer Temperatur gehalten werden.

Es gibt also keine Maschine, deren Funktionsweise einzig darin besteht, Wärme aus einem Reservoir aufzunehmen und vollständig in Arbeit umzuwandeln. Es müssen gleichzeitig noch andere Umwandlungsvorgänge ablaufen.

Der 2. Hauptsatz in der Formulierung von Clausius

Von Rudolf Clausius stammt folgende Formulierung des zweiten Hauptsatzes, die eine Erfahrungstatsache widerspiegelt:

Wärme kann nicht von selbst von einem kalten zu einem wärmeren Körper fließen.

Anders ausgedrückt: Der zweite Hauptsatz gibt unabhängig von der Gesamtenergie die naturgegebene Richtung der Energieumwandlung an. Damit wird die *fundamentale Asymmetrie* in der Natur deutlich gemacht: Heiße Körper kühlen von selbst ab, kalte werden nicht spontan heiß.

Die drei Hauptsätze der Wärmelehre lassen sich - auf eine Wärmekraftmaschine angewendet - so zusammenfassen:

> Wärme läßt sich in Arbeit umwandeln (1. HS.), vollständig aber nur am absoluten Nullpunkt (2. HS.), der jedoch nicht erreichbar ist (3. HS.).

27. Entropie

Öffnet man das Ventil einer aufgepumpten Luftmatratze, strömt die Luft aus (Abb. 173.1). Niemand hat jemals beobachtet, daß die Matratze beim Öffnen des Ventils von selbst weiter aufgepumpt wird. Man bezeichnet diesen Vorgang somit als *irreversibel*.

Ebenso wird nicht das Wasser in der Badewanne zu sieden beginnen, indem der Umgebung innere Energie entzogen wird (Abb. 173.2).

Man ordnet nun Vorgängen eine physikalische Größe zu, welche bei irreversiblen Prozessen zunimmt und bei reversiblen Prozessen gleich bleibt. Diese Größe heißt *Entropie*.

> Die Entropie gibt Auskunft über die Umkehrbarkeit physikalischer Vorgänge.

Mit Hilfe der Entropie kann der zweite Hauptsatz der Wärmelehre in folgender Weise formuliert werden:

> Bei irreversiblen Prozessen nimmt die gesamte Entropie eines Systems zu, bei reversiblen bleibt sie gleich.

Nimmt man das Beispiel der Luftmatratze her, stellt man fest, daß durch das Ausströmen das Gas in einen ungeordneteren Zustand übergeht. Dies bedeutet eine *Zunahme der Entropie*.

27.1 Entropie und Wahrscheinlichkeit

In einem Zylinder mit dem Volumen V befindet sich 1 Gasteilchen. Durch Herausziehen des Kolbens verdoppelt man das dem Teilchen zur Verfügung stehende Volumen (Abb. 173.3).

Bei 2 unterscheidbaren Teilchen gibt es 4 verschiedene gleichwahrscheinliche Möglichkeiten für den Aufenthaltsort der Teilchen in den beiden Raumhälften (Abb. 173.4).
Für N Teilchen gibt es 2^N verschiedene Anordnungen.

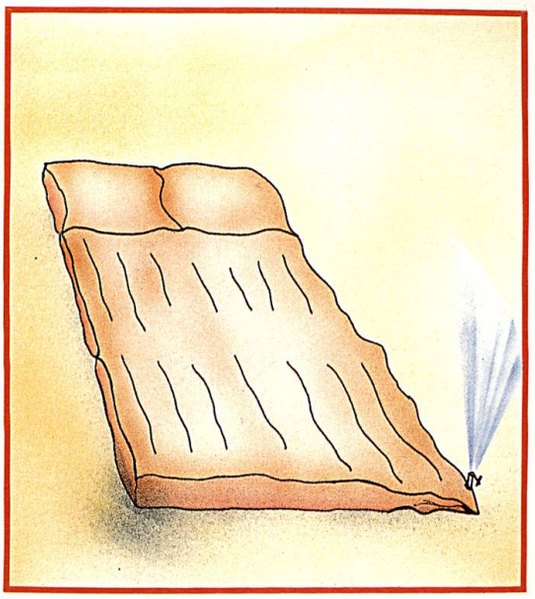
Nach *Boltzmann* berechnet sich die *Entropie* S als:

$$S = k \ln W \qquad k \text{ ... Boltzmannkonstante}$$

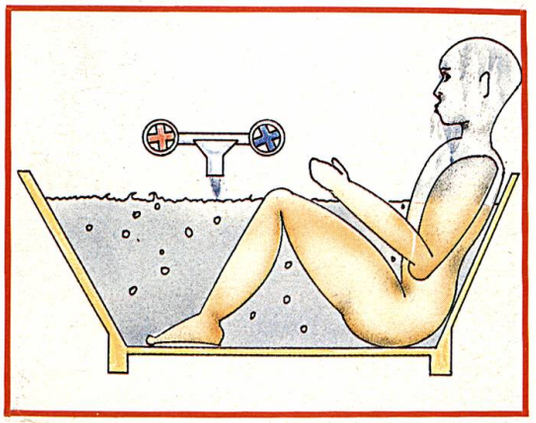
W entspricht der Anzahl der möglichen Anordnungen und wird als *thermodynamische Wahrscheinlichkeit* bezeichnet.

Es ist äußerst unwahrscheinlich ($1/2^N$), daß sich die Gasteilchen nur in einer Hälfte des Raumes aufhalten.
Der wahrscheinlichste Zustand ist der einer Gleichverteilung der Teilchen im vorhandenen Volumen. Wie auch die kinetische Gastheorie voraussetzt, füllt das Gas das Volumen ganz aus.

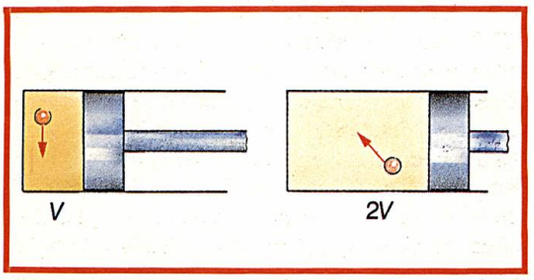
Die Gesetzmäßigkeiten der Wärmelehre haben statistischen Charakter. Sie geben Auskunft über die wahrscheinlichsten Zustände und Abläufe.



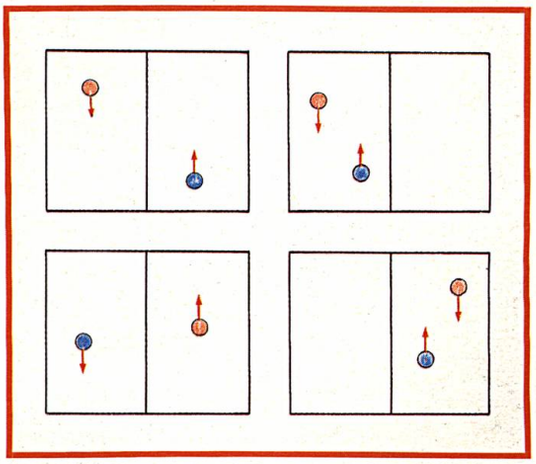
173.1 Das Ausströmen der Luft ist ein irreversibler Vorgang.



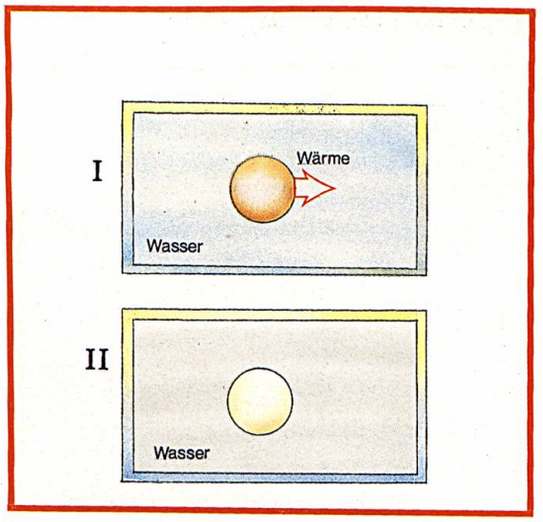
173.2 Würde hier der Umgebung innere Energie entzogen, wäre das Baden ein gefährliches Unterfangen.



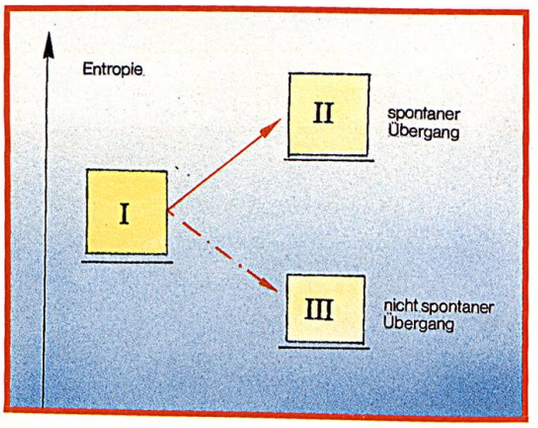
173.3 Volumsverdoppelung: Der Aufenthaltsraum des Teilchens kann nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit angegeben werden.



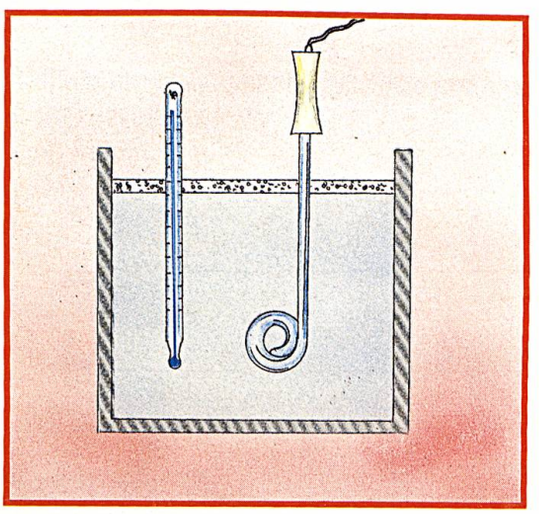
173.4 Es gibt vier Anordnungsmöglichkeiten.



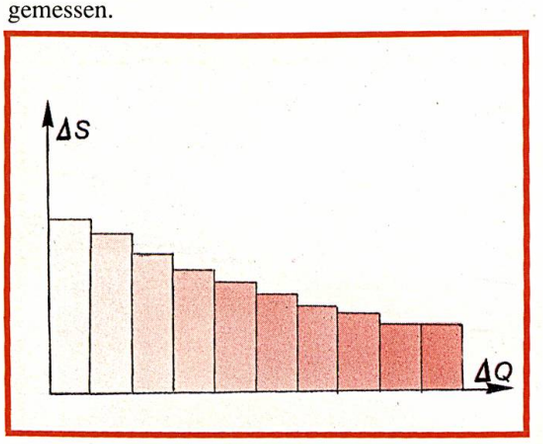
174.1 Versuch: Spontaner Übergang von I nach II



174.2 Spontaner und nicht spontaner Übergang



174.3 Versuch: Die zugeführte Wärmemenge wird gemessen.



174.4 Entropieänderungen pro Wärmeportion: Die gesamte Entropiezunahme entspricht der Summe aller Rechtecksflächen.

Ein System geht von selbst in einen Zustand über, bei dem die Unordnung größer wird. Dieser ist nach Boltzmann der wahrscheinlichere.

$\Delta S \geq 0$
Die Entropieänderung ist stets größer oder gleich Null. Ein System hat das Bestreben, in einen Zustand größerer Wahrscheinlichkeit überzugehen.

27.2 Entropie und Temperatur

Wir betrachten eine heiße Metallkugel in einem wärmeisolierten, mit Wasser gefüllten Gefäß. Diese Anordnung sei ein abgeschlossenes System, das heißt, es ist kein Energieaustausch mit der Umgebung möglich.

Die Kugel gibt Energie in Form von Wärme an das Wasser ab (Abb. 174.1). Beide Zustände I und II besitzen die gleiche Gesamtenergie. Der vorerst meßbare Unterschied liegt in der Temperatur. Aus der kinetischen Gastheorie wissen wir, daß die Temperatur der Bewegungsenergie der Teilchen entspricht. Die schnelleren Teilchen geben teilweise ihre Energie an die langsameren ab, bis eine Gleichverteilung erreicht ist.

Der erste Hauptsatz der Wärmelehre besagt, daß der zweite Zustand vom ersten aus nur erreicht werden kann, wenn die Gesamtenergie konstant bleibt.

Der zweite Hauptsatz schränkt ein, daß I nur dann in II spontan übergehen kann, wenn die Entropie für den Zustand II größer ist. (Abb. 174.2)

Zustände I, II, III haben zwar dieselbe Energie, aber unterschiedliche Entropie.

Entropieänderung

Wird ein Körper erwärmt, nimmt die Unordnung der Teilchen zu. Das bedeutet, die Entropie steigt. Wird ein Körper abgekühlt, sinkt seine Entropie. Diese Abnahme tritt jedoch nur lokal auf. Irgendwo anders muß die kompensierende Entropiezunahme erfolgen.

Die Entropieänderung ist wie folgt definiert:

$$\text{Entropieänderung} = \frac{\text{Wärmeänderung}}{\text{Temperatur}} \qquad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$[S] = 1\,\frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Bei Wärmezufuhr ist die Entropieänderung positiv, bei Abgabe negativ.

Versuch
Wir erwärmen eine Flüssigkeit mit Hilfe eines elektrischen Heizgerätes, wobei Temperatur und zugeführte Wärme gemessen werden. (Abb. 174.3)

Da die Entropieänderung bei konstanter Temperatur definiert ist, soll die Wärme in so kleinen Portionen zugeführt werden, daß die Temperatur während eines kurzen Übertragungszeitraumes konstant bleibt. Erst nach erfolgter Übertragung steige die Temperatur.

Bei jedem Einzelschritt nimmt nun die Entropie zu. Diese Zunahmen werden mit steigender Temperatur kleiner. Ihre Summe liefert die gesamte Entropieänderung während der Erwärmung. (Abb. 174.4)

Nicht nur die Energieübertragung in Form von Wärme, sondern alle Vorgänge laufen so ab, daß die Entropie zunimmt. Es erfolgt dabei eine Umverteilung der Energie.

Diese Erkenntnis faßte *Rudolf Clausius* folgendermaßen zusammen:

Die Energie des Universums ist konstant, die Entropie des Universums strebt einem Maximum zu.

Entropie und Arbeit

Wird Wärme in Arbeit umgewandelt, entsteht aus einer ungeordneten Bewegung eine geordnete; das "Chaos" wird vermindert. Umwandlung von Wärme in Arbeit bedeutet folglich eine Entropieabnahme.

Nach dem zweiten Hauptsatz muß diese Umwandlung jedoch so erfolgen, daß insgesamt $\Delta S \geq 0$.

Wir betrachten ein Gas, welches isotherm von V_1 auf V_2 expandiert.

Die Entropiezunahme beim Übergang von V_1 zu V_2 ist:

$$\Delta S = k \ln W_2 - k \ln W_1 = k \ln \frac{W_2}{W_1}$$

Die Änderung der Wahrscheinlichkeit hängt unmittelbar mit der Volumsvergrößerung zusammen:

Ist nur 1 Teilchen vorhanden, gilt: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{V_1}{V_2}$

Für N Teilchen folgt: $\frac{W_1}{W_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^N$

$$\Delta S = k \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^N = k N \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Durch Erweiterung mit der Temperatur T erhält man:

$$\Delta S = \frac{k N T \ln \frac{V_2}{V_1}}{T}$$

Nimmt man die Zustandsänderung von V_1 auf V_2 als reversibel isotherm an, liefert der Zähler des Bruches genau jene Wärmemenge, die man dem System bei der Expansion zuführen muß, um die Reversibilität zu gewährleisten.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q_{rev}}{T}$$ Entropieänderung

Beispiel A

Eine Wärmepumpe, die nach dem Carnotschen Kreisprozeß arbeitet, entzieht einem Reservoir von 10 °C Wärme und gibt diese ins Innere eines Hauses ($\vartheta = 24$ °C) ab.
Berechne die Entropieänderung im Haus, wenn der Kompressor 1 J Energie verbraucht.

$$Q = \frac{T_1}{T_1 - T_2} W \qquad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$Q = \frac{297{,}15\ \text{K}}{14\ \text{K}} \cdot 1\ \text{J} \qquad \Delta S = \frac{21{,}23\ \text{J}}{297{,}15\ \text{K}}$$

$$Q = 21{,}23\ \text{J} \qquad \Delta S = 0{,}071\ \text{J/K}$$

Da Wärme dem Inneren des Hauses zugeführt wird, nimmt die Entropie um 0,071 J/K zu. Bei Annahme eines reversiblen Kreisprozesses muß die Entropie im Reservoir um denselben Betrag abnehmen.

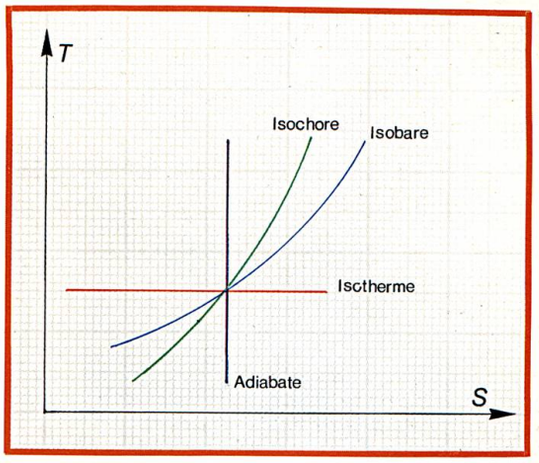
27.3 Freie Energie

Das Rosten von Eisen ist ein Oxidationsprozeß, welcher spontan (exotherm) abläuft. Bei dieser Reaktion wird Wärme freigesetzt. (Abb. 176.1)

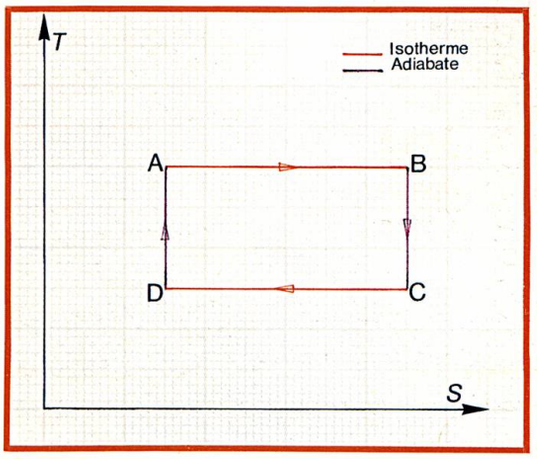
Das Reaktionsprodukt Eisenoxid besitzt ein wesentlich geringeres Volumen als die beiden Ausgangsprodukte.

Die Sauerstoffteilchen sind chemisch an das Eisen gebunden. Ihre Bewegungsenergie hat somit abgenommen. Der Zustand nach der Reaktion besitzt eine größere Ordnung als vorher.

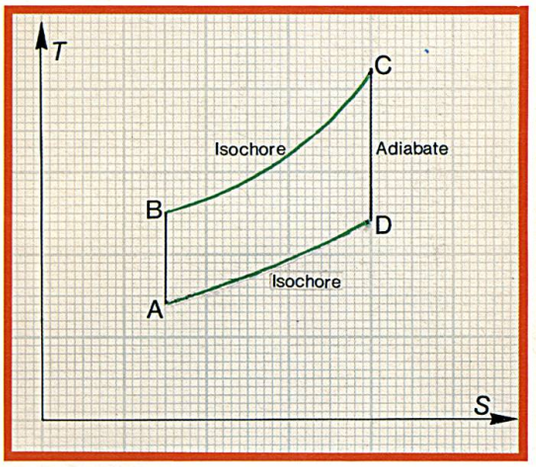
Temperatur-Entropie-Diagramme



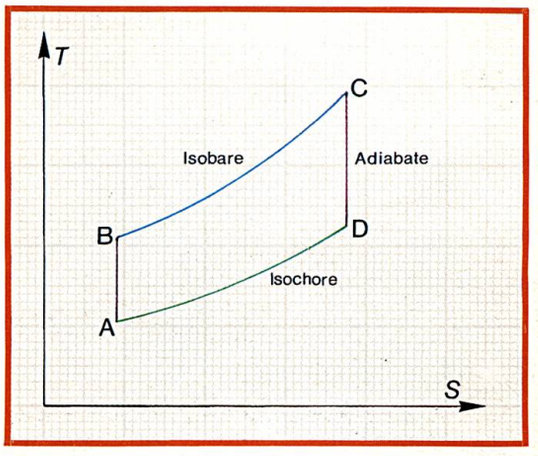
175.1 Isotherme, isobare, isochore und adiabatische Zustandsänderung



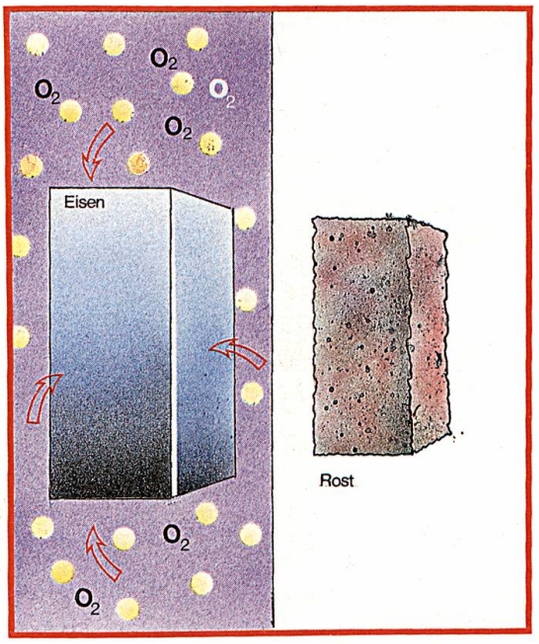
175.2 Carnotmaschine



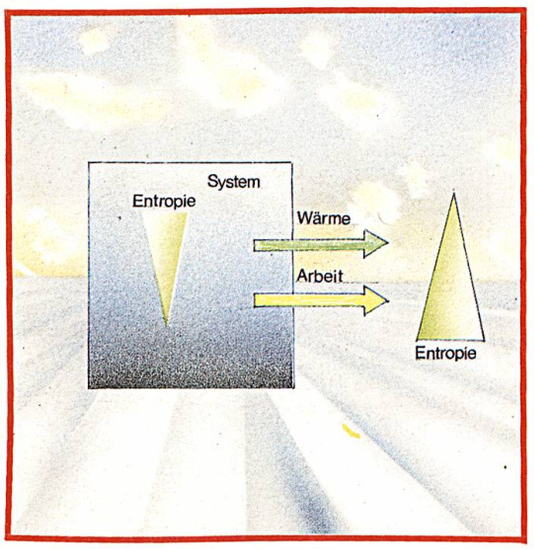
175.3 Ottomotor



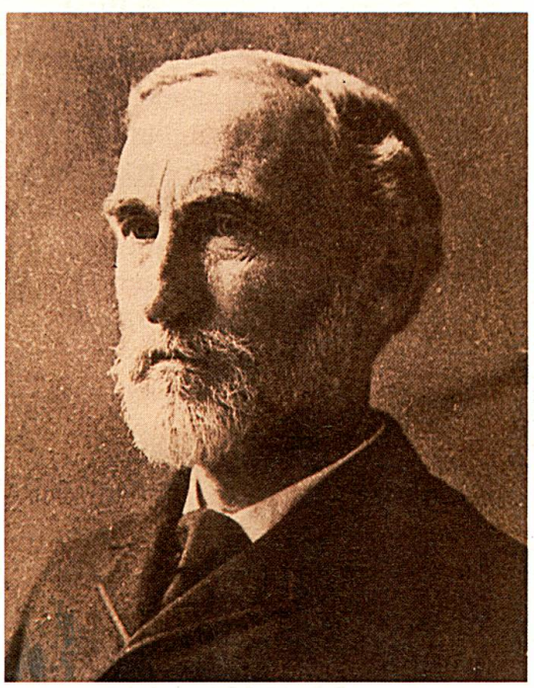
175.4 Dieselmotor



176.1 Das Volumen nimmt als Folge der Oxidation ab.



176.2 Ein gewisser Anteil der Energie dient der Entropieerhöhung.



176.3 *Josiah Willard Gibbs* (1839 - 1903), US-amerikanischer Physiker, führte den Begriff der freien Energie ein.

Die Entropie des Reaktionsproduktes ist kleiner als die von Eisen und Sauerstoff. Es wird jedoch bei diesem Prozeß Wärme freigesetzt, und diese bewirkt eine Entropiezunahme. (Abb. 176.1)

Könnte man die gesamte freiwerdende Wärme mit Hilfe eines Motors in Arbeit umwandeln, würde die Entropie des Universums bei diesem Oxidationsprozeß abnehmen. Diese vollständige Umwandlung von Wärme in Arbeit ist nach dem zweiten Hauptsatz jedoch nicht möglich.

In Form von Wärme kann die gesamte Energie an die Umgebung abgegeben werden, weil sie zur Entropieerhöhung führt; nicht aber als Arbeit. Dies zeigt den *Unterschied* zwischen *Wärme* und *Arbeit*.

Welcher Anteil der freiwerdenden Energie kann nun in Form von Arbeit genutzt werden?

Es muß zumindest soviel an Wärme an die Umgebung abgegeben werden, daß die gesamte Entropie zunimmt. Diese minimale Wärmeabgabe ergibt sich als Produkt von Temperatur und Entropieänderung (Abb. 176.2):

$$\Delta Q_{\min} = T\ \Delta S$$

Die freie Energie F gibt nun an, welcher Anteil als Arbeit zur Verfügung steht. Sie errechnet sich aus der Differenz der inneren Energie und minimaler Wärmeabgabe:

$$F = U - T\ \Delta S$$

Die freie Energie gibt an, welcher Anteil an innerer Energie in Arbeit umgewandelt werden kann.

Aufgaben

295. Eine Wärmemenge von 50 kJ wird von einem heißen Wärmebehälter (300 °C) an einen kalten (10 °C) abgegeben. Wie groß ist die Entropieänderung dieses Systems?

296. Ein Mol eines Gases wird durch einen isothermen Vorgang auf 1/4 seines ursprünglichen Volumens komprimiert. Wie groß ist die Entropieänderung?

297. Wie und um welchen Betrag ändert sich die Entropie, wenn 300 g Eis bei 0 °C schmelzen?

Kontrollfragen

1. Wie lautet der 2. Hauptsatz der Wärmelehre? (3 Formulierungen).
2. Was versteht man unter einem Perpetuum mobile 2. Art?
3. Widerspricht ein Perpetuum mobile 2. Art dem Energieerhaltungssatz? Begründe!
4. Was gibt die Entropie an?
5. Welche Formel hat Boltzmann für die Entropie gefunden?
6. Was versteht man unter der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit?
7. Welche Voraussetzung ist für einen spontanen Energietransport erforderlich?
8. Wie lautet die Formel für die Entropieänderung?
9. Warum nimmt die Entropie bei spontanen Prozessen zu?
10. Was versteht man unter der freien Energie?

Lösungen zu den Aufgaben

1 4,80 km/h, 1,33 m/s

2 $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km

3 7,5 km

4 $2{,}88 \cdot 10^{12}$ m

5 s (in km) = 340 t (in s)/1000 ≈ t (in s)/3

6 3,6 s

7 93,5 km/h

8 36 min

9 180 min; 35 km/h

10 71 km/h

11 16^{00}; 100 km

12 11^{33}; 30 km

13 46,3 s

14 28,6 m/s

15 9,60 s; 1,74 m/s²

16 89,16 s; $3{,}22 \cdot 10^3$ m

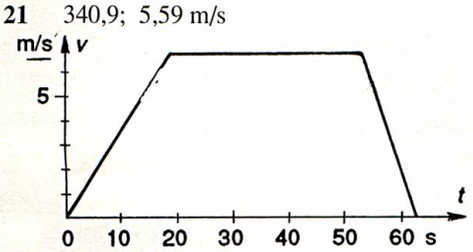
17 2,15 m/s²; 179,2 m

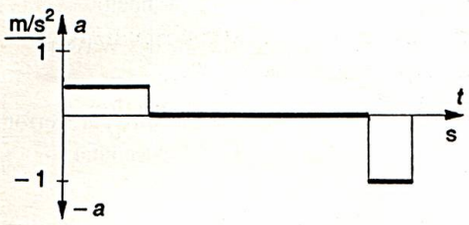
18 0,89 m/s²; 7,11 m/s; 28,44 m

19 2,06 m/s²; 5,40 s

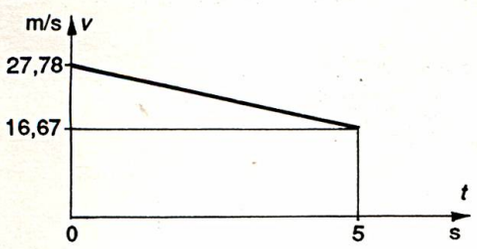
20 80 m

21 340,9; 5,59 m/s

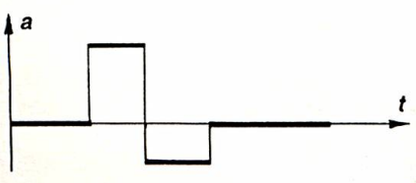




22

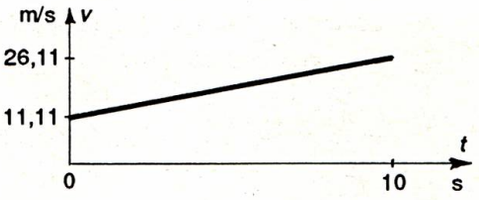


23

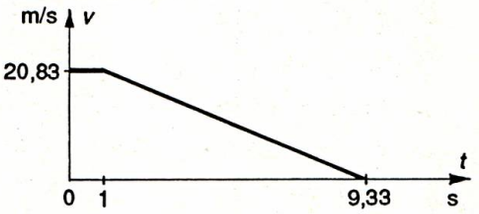


24 − 3,86 m/s²

25 94 km/h; 186 m



26 9,3 s; 108 m



27 35,3 m/s; 63,6 m

28 9,83 m

29 4,04 s

30 2,97 s

31 4,91 m; 14,7 m; 24,5 m

32 1,32 s

33 53,5 min

34 291,7 km/h; 41,7 km/h

35 10,8 m/s; 5,9 m

36 6,1 s; 34,8 m/s

37 18,0 m; 3,75 s

38 178,6 m

39 2,83 m

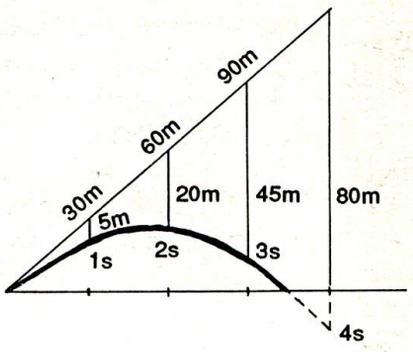
40 a) 39,6 m/s; 4,04 s b) 8,08 s c) 75,1 m

41 5,2 m/s; 10 s; 52 m

42 4 m/s; 100 m

43 17,5 m/s; 2,86 s

44



45 Fahrzeuggeschwindigkeit = Umfangsgeschwindigkeit des Rades

46 149,2 U/min; 0,40 s; 20 km/h

47 1592 U/min; 955 U/min

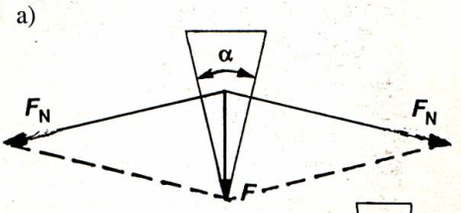
48 1790 U/min

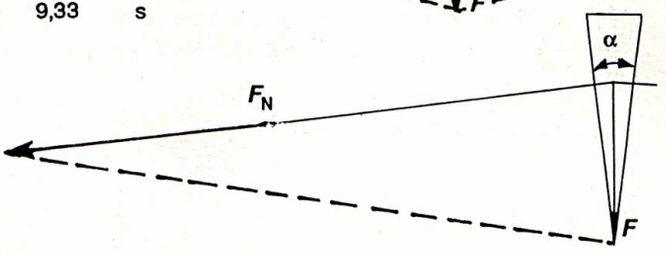
49 74,3 km/h

50 70,6 km/h

51 links: 500 N
rechts: 250 N
Die feste Rolle ändert nur die Richtung der Kraft. Die lose Rolle bringt einen Kraftgewinn.

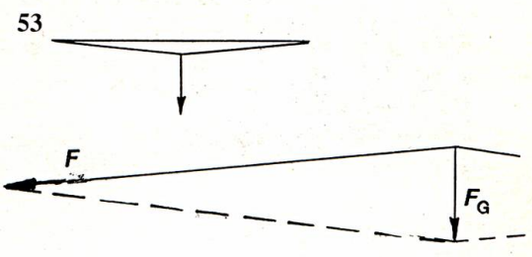
52 a)





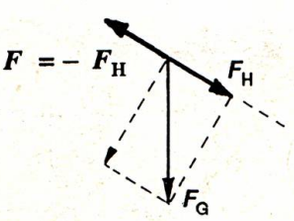
Je spitzer der Keil ist, desto größer ist die Normalkraft.

53

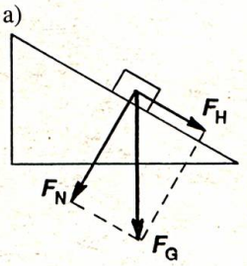


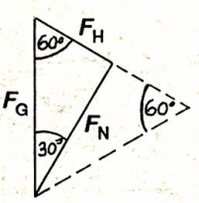
Kraft F auf den Mauerhaken (Seilkraft) ≈ 635 N

54



55 a)

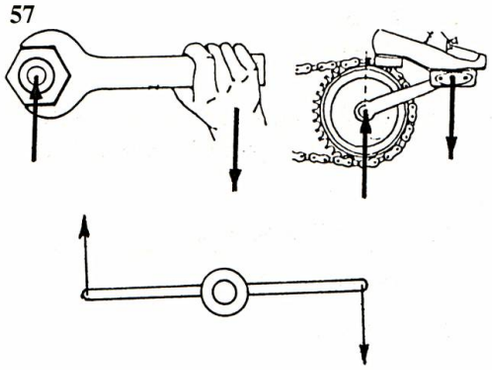




$F_H = 1/2\, F_G$
$F_N = \sqrt{3}/2\, F_G$

56 a) keine Drehung
b) gegen den Uhrzeigersinn
c) im Uhrzeigersinn

57



58 a) 36,4 N b) 16

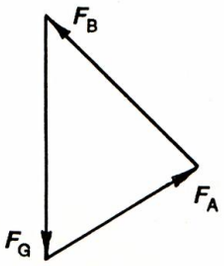
59 0,01 N

60 40 N

61 Die Drehzahlen verhalten sich umgekehrt wie die Durchmesser.
Die Kraft bleibt gleich.
Die Drehmomente verhalten sich wie die Durchmesser.

62 11 250 N; 13 750 N

63



64 In Aufgabe 62 ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Resultierende aller Kräfte und die Resultierende aller Drehmomente Null sind.
In Aufgabe 63 ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Resultierende aller Kräfte Null ist.

65 a) $l/4$; b) 3/10 l

66 20 N

67 11/12 l

68 0,024 m

69 31,3 N/m; 14,3 N/m

70 a) 0,02 m; b) 0,01 m; c) 0,04 m

71 1 bar

72 $1 \cdot 10^9$ Pa

73 0,01 m^2

74 10 bar

75 7,07 mm

76 408 N

77 8,3 mm; 1,6 mm

78 0,8 mm

79 $4 \cdot 10^4$ N; 4,8 mm

80 $1{,}18 \cdot 10^8$ N

81 67,6 km/h

82 2396 N

83 4,2 s; 50 m

84 0,034 m/s^2

85 438 g

86 119 N

87 a) 400 N b) 50 N
c) vierfache Schnurlänge

88 180 U/min

89 1,67 cm

90 3,4 kg

91 15 µm

92 8 mm

93 8500 kg/m^3

94 0,26 m

95 0,0077 m^3

96 $m_1 : m_2 = 8 : 1$

97 $l_{Al} : l_{Cu} = \rho_{Cu} : \rho_{Al}$

98 0,25

99 Nein

100 a) 12 m b) 98 m

101 48 m

102 885 m

103 3,4 m/s^2

104 78 km/h

105 0,4

106 a) Nein; b) 0,83 kg; c) 0,45 kg

107 Nicht die Reibungskraft, sondern das Drehmoment wird kleiner.

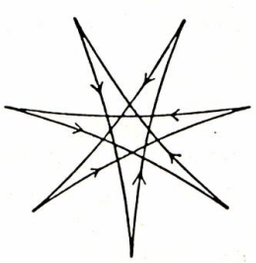
108 0,2

109 a) 944,8 N b) 624,8 N

110 Aufgrund der Beschleunigung beim Anfahren wirkt auf den mitbewegten Beobachter eine Trägheitskraft.

111 Ändert die Straßenbahn ihren Bewegungszustand, wirken auf die Leute Trägheitskräfte.

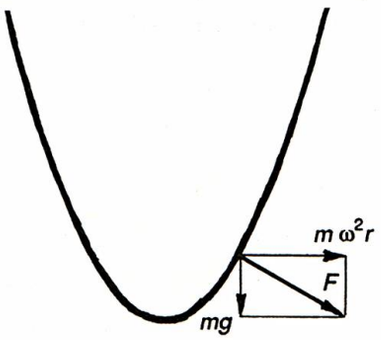
112 Rosettenbahn



113 17mal schneller

114 a) nach rechts b) nach links

115 Paraboloid



116 892,7 J

117 58 860 J

118 1569,6 J

119 675 J

120 690,6 J

121 1,8 J

122 392 400 J + 6 250 J + 10 000 J = = 408 650 J

123 11 343 N

124 Da immer ein gewisser Anteil an innerer Energie entsteht, der nicht technisch verwertet werden kann, funktioniert die Anlage nicht.

125 Nach dem Energieerhaltungssatz ist die potentielle Energie auf der einen Seite gleich der potentiellen Energie auf der anderen.

126 50 J

127 $H = 5/2\,r$

128 5 m

129 4,85 m/s

130 a) Potentielle Energie des Wassers wird in Arbeit umgewandelt.
b) Kinetische Energie des Wassers wird in Arbeit umgewandelt.

131 14,67 kg; die Energie wird zur Verformung des Werkstückes genützt.

132 278 W

133 71,5 PS

134 156 m^3

135 11,33 t

136 4,2 s

137 7,36 W

138 1,43 m/s

139 12 778 kg m/s

140 $v > 11{,}5$ m/s

141 2,3 m/s

142 2,3 s

143 620 N

144 a) 937 500 N
b) Verformung und innere Energie

145 $u_1 = \dfrac{(m_1 + m_2)(v_1 - u_2)}{m_1}$

146 a) 9 m/s; b) 3 m/s, 18 m/s

147

elastisch:	unelastisch:
$p_1 = m\,v_1 + m\,v_2$	$p_1 = m\,v_1 + m\,v_2$
$p_2 = m_1\,v_1' + m\,v_2'$;	$p_2 = m\,v_1' + m\,v_2'$
$v_1 = v_1'$; $v_2 = -v_2'$	$v_1 = v_1'$; $v_2' = 0$
$\Delta p = 2\,m\,v_2$	$\Delta p = m\,v$

148 14,15 m/s = 50,9 km/h
ΔU = 1,1 MJ

149 346 000 km

150 35 900 km

151 22,7 cm

152 274 m/s^2

153 Beschleunigung zum Erdmittelpunkt hin, dann Abnahme der Geschwindigkeit, da der größere Teil der Erde "hinter einem" ist.
Die Geschwindigkeit sinkt auf Null, wenn man das andere Ende erreicht usw.

154 29,3 Jahre

155 Der Massivzylinder eilt wegen seines kleineren Trägheitsmomentes ($1/2\,m\,r^2$) dem Hohlzylinder ($m\,r^2$) voraus.

156 0,048 kgm^2

157 4867 J

158 $E_{kin} + E_{rot} = F_r\,s$; s = 1268 m

159 a) 0,198 kg m^2
b) 0,002 Nm
c) 1,08 Nm

160 20,5 kgm^2

161 Nach Drehung des Rades um 180° besitzt es den Drehimpuls $-L_o$. Da der ursprüngliche Drehimpuls L_o erhalten bleiben muß, beginnt sich der Schüler so schnell zu drehen, daß die Summe der in einer Richtung wirkenden Drehimpulse L_o ergibt.
Er dreht sich doppelt so schnell wie bei der 90°-Stellung.

162 Die Diskusscheibe behält die Richtung der Drehachse bei; die Scheibe wirkt wie ein Tragflügel und fliegt weiter als bei einem "normalen" schiefen Wurf.

163 Die Veränderung der Lage der Drehachse vom Vorderrad führt zu einem Drehmoment, welches eine Präzessionsbewegung bewirkt.

164 $1{,}0 \cdot 10^{-34}$ kg m^2/s

165 $7{,}1 \cdot 10^{33}$ kg m^2/s

166 0,297 m; 4,91 m

167 88.3 Kraftwandlung
88.4 Druckwandlung
88.5 Reine Kraftübertragung

168 Die drei Kolben stellen sich gleich hoch ein.

169 5 kN

170 $5{,}65 \cdot 10^5$ N

171 1100 bar; $3{,}5 \cdot 10^6$ N

172 2474 m

173 $3{,}16 \cdot 10^4$ Pa

174 $1{,}34 \cdot 10^4$ Pa

175 7,85 bar

176 1,25 cm

177 18,5 cm

178 0,0012 m^3

179 3039 kg/m^3; 238 N

180 66,7 N

181 4,4 cm

182 100 kg/m^3

183 240 kg

184 2,3 cm

185 59,8 kN

186 9,8 %

187 16 %

188 10,6 N

189 54,7 N

190 0,52 m

191 Holz: Das Gewicht bleibt gleich.
Eisen: Das Gewicht nimmt zu.

192 20 kN

193 437 N

194 196 N

195 228 N

196 5 mbar Überdruck; 1025 mbar

197 11 mm; 0,75 mm; Das Ölmanometer ist empfindlicher.

198 876 kg/m^3

199 a) Der Druck der Flüssigkeit ist gleich dem Unterdruck im abgeschlossenen Raum.
b) 2350 Pa

200 a) 0,3 % b) 0,02 %
Die Auftriebskraft in Luft spielt in diesen Fällen keine Rolle.

201 568 N

202 40 g

203 2 mm

204 0,016 N/m

205 Je geringer der Abstand der Glasplatten ist, desto größer ist der kapillare Anstieg.

206 $3{,}4 \cdot 10^{-4}$ m^3/s; 3 m/s

207 18 m/s; 0,023 m^3/s

208 1,49 m/s

209 a) 0,0017 m^3/s; b) 9,7 min; 900 kg

210 12,3 m/s

211 25 mm

212 a) 258 Pa b) 0,21 bar

213 6,09 m/s

214 2,83 m/s; 0,16 bar

215 Unterdruck: 73 mbar

216 1,83 m

217 2,2 m/s

218 23,6 m^3

219 $v_1 : v_2 = \sqrt{2} : 1$

220 429 N; 1190 W

221 1800 N

222 8,3 m/s

223 227 N

224 Der Strömungswiderstand vervierfacht sich.

225 41 %

226 33 %

227 89 km/h

228 110 km/h

229 300 kN

230 Die Geschwindigkeit steigt nur so lange an, bis der Luftwiderstand gleich der beschleunigten Kraft ist.

231 a) Die Auftriebskraft vervierfacht sich.
b) Die Auftriebskraft muß mindestens gleich der Gewichtskraft sein.
c) Schnittrichtung von oben nach unten: Die Querkraft wirkt nach oben. Die Flugbahn wird flacher und auch länger.
Schnittrichtung von unten nach oben: Die Querkraft wirkt nach unten. Die Flugbahn wird stärker gekrümmt und verkürzt.

232 98,6 °F

233 82,4 °F

234 Gasthermometer, Thermoelement

235 1,6 m

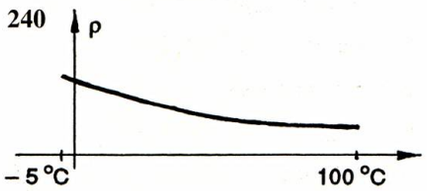
236 68,16 cm

237 139,82 m

238 266,67 °C

239 13 472 kg/m^3

240



241 0,22 bar

242 10 m

243 4,1 · 10^{13} Teilchen

244 1,79 kg/m^3

245 174 dm^3

246 43,98 °C

247 – 153,15 °C, – 73,15 °C

248 9,42 dm^3

249 4,6 · 10^{-3} kg

250 a) 85,73 mol
b) 5,16 · 10^{25} Teilchen

251 76,92 cm^3

252 1,62 kg

253 32,61 g; 17,39 g

254 57,78 °C

255 449,66 J/kg K

256 55,61 g

257 40,87 °C

258 a) 167 MJ b) 419 kg

259 0,02 °C

260 1,89 · 10^{10} J

261 2885 kg

262 0,12 m^3

263 a) 3850 W; b) 61,6 kWh

264 a) 17,5 W/m^2 b) 36 cm

265 a) Der Wärmestrom sinkt auf die Hälfte ab.
b) Der Wärmestrom sinkt auf ein Viertel ab.

266 5 : 3

267 a) 0,86 W/m^{2}K b) 21,5 W/m^2
c) 17,3 °C; – 4,1 °C

268 $pV = 2/3\, N\, E_{kin} = 2/3\, N \cdot m\, \overline{v^2}/2$

$p = 1/3 \cdot N\, m/v \cdot \overline{v^2}$

$p = 1/3\, \rho\, \overline{v^2}$

269 2,23 · 10^5 m^2/s^2

270 Die mittlere Geschwindigkeit der Gasteilchen der Atmosphäre ist kleiner als die 2. kosmische Geschwindigkeit.

271 4,14 · 10^{-20} J

272 1113 kJ

273 $P\, t_1 = m\, c\, \Delta\vartheta$

$P/m = 8380$ J/kg s

$q_v = P\, t_2/m$

$q_v = 2263$ kJ/kg

274 6436 kJ

275 19,5 s

276 1127 kJ

277 70 162 kJ

278 3,14 kg

279 6395 kJ

280 12,1 g

281 0 °C

282 2,6 %

283 a) Die innere Energie nimmt um 50 J zu.
b) Die innere Energie bleibt gleich.

284 549,77 J

285 4,74 m^3

286 a) 192,20 °C b) 7,93 · 10^4 J

287 37 %

288 16,1 °C

289 a) 28,57 dm^3
b) 0,12 bar; 101,38 dm^3
c) 40 %

290 1037 W

291 206,85 °C; 86,85 °C

292 a) 34 % b) 296,21 °C

293 14,08 °C

294 15,43 kg

295 89,35 J/K

296 – 11,53 J/K

297 366,5 J/K

Personen- und Sachregister

(*Kursiv* gesetzte Verweise bezeichnen Kapitel, normal gesetzte Verweise bezeichnen Seiten.)

A

Absorberkühlschrank 161
Achse, freie 80f
Adhäsionskraft *11.1*
adiabatisch 158ff
Aggregatzustand 21, 40f, *21*
Aktion und Reaktion 34, 59
Amontons, Guillaume 16.3
Amontonsches Gesetz *16.3*
Anstieg, kapillarer *101*
Aquaplaning *54*
Aräometer 93
Arbeit 60, *8.8, 8.17, 17.1, 22*
Arbeitsintegral 157
Archimedisches Gesetz 91
Atom 40
Auftrieb, dynamischer 109ff
Auftrieb in Flüssigkeiten *9.3*
Auftrieb, in Luft *10.3*
Ausdehnung fester Körper, lineare *15.1*
- , Volums- *15.2*
- von Flüssigkeiten und Gasen *15.3*
Ausdehnungskoeffizient, linearer 116f
- , räumlicher 118f
Ausflußgesetz von Torricelli 106
Avogadro, Amadeo 125
Avogadrokonstante 124
Axiome, Newtonsche 47

B

Bahnbeschleunigung 48
Bahngeschwindigkeit 28
Balkenwaage 51
Barometer 96
Benetzbarkeit 100f
Bernoulli-Gleichung *104f*
Beschleunigung 13, 49, 62
Beschleunigungsarbeit 62
Bewegung *5.1*
Bewegung, geradlinig gleichförmige *5.2*, 16
- , geradlinig, gleichmäßig beschleunigte *5.3*, 16
- , thermische *14.1*
- , zusammengesetzte *5.5*
Bewegungsenergie 64
Bezugssystem *5.1*, *8.7*
Bezugssystem, geradlinig beschleunigtes 58f
- , rotierendes 59f
Bimetallthermometer 113
Binnendruck eines Gases 154
Birnenbarometer *96*
Bogenmaß 27
Boltzmann, Ludwig 143
Boltzmannkontante 125, 173
Boyle-Mariottesches Gesetz *16.1*, 142
Brown, Robert 114
Brownsche Bewegung 114

C

Cavendisch, Henry 75
Carnot, Sadi 128, 163
Carnotmaschine 163f
Carnotprozeß *24.1*, *24.2*
Celsiusskala 112
Clausius, Rudolf 172
Corioliskraft 60, 144

D

Dalton, John 124, 126
Daltonsches Gesetz *16.5*, 126, 154f
Dampf, gesättigter 149ff
- , ungesättigter 149ff
- , überhitzter 149
Dampfdruck 149, 151
Dampfdruckkurve 151f
Dampfmaschine *25.1*
Dampfturbine 169
Dehnung *7.4*, 44
Dehnungsarbeit 61f
Depression, kapillare 101
Destillation 153
- , fraktionierte 153
Dichte *8.3*, 93
Dichtemessung 93
Diesel, Rudolf 169
Dieselmotor 171
Diffusion *14.2*
Dosenbarometer 90
Drehbewegung *5.1*
- , gleichmäßig beschleunigte *5.7*
Drehimpuls *8.18*, 83
Drehimpulserhaltungssatz 84
Drehmoment *6.2*, 35, 81, 83
Drehmomentstoß 83
Drehwinkel 26f
Drehzahl 27,80
Drei-Kelvin-Strahlung 163
Dreiwegkatalysator 171
Druck *7.3*
- eines Gases *10.3*
- , hydrostatischer *9.2*
- , kritischer 152
- , osmotischer 127
Druckkochtopf 151
Druckmessung 96f
Dulong-Petit, Gesetz von 146
Durchschnittsgeschwindigkeit 12
Dynamik 32
dynamisches Grundgesetz *8.2*, *8.3*, 47

E

Eigenimpuls 83
Einheit, abgeleitete *2.2*
- , physikalische *2.2*
Einheitensystem, internationales *2.2*
Elektron 40
Energie *8.9*, *20.4*
- , chemische 132
- , elektrische 132
- , freie *27.3*
- , innere 65f, 128ff
- , kinetische 64
- , mechanische *131*
- , potentielle 64f
Energieerhaltungssatz 64f 104, 128
Energieumwandlung *8.9, 18.4*
Energieübertragung *17.1*, *17.2*
Entropie *27*
Entropieänderung 174
Ergometer 67
Erhaltungsgröße 63, 69, 84
Erstarren *21.1*
Erstarrungspunkt 148

Erstarrungsverzug 149
Erstarrungswärme 148
Expansionsarbeit, isotherme 158

F
Fahrenheitskala 112
Federkonstante 42
Federwaage 52
Feld, physikalisches 78
Feldlinien 78
Feynman, Richard 142
Fliehkraft 59f
Fliehkraftregler 59
Flüssigkeit, allgemeine Eigenschaften *9.1*
freier Fall *5.4*, 109
Freiheitsgrad 145
Frequenz 27f

G
Galilei, Galileo 5, 18
Galtonbrett 144f
Gas, allgemeine Eigenschaften *10.1*
- , ideales *16.4*, *20.1*
Gasgesetze *16*
Gaskonstante, spezifische 125
- , universelle 125
Gastheorie, kinetische *20*
Gasverflüssigung *23.3*
Gay-Lussac, Joseph Louis 16.2
Gay-Lussacsches Gesetz *16.2*
Gefriertrocknen 152
Geschwindigkeit *5.2*, 9f
Gesetz des Archimedes 91
Gesetz von Pascal 87
Gewichtskraft *8.4*
Gitter 40
Gleichgewicht, indifferentes 39
- , labiles 39
- , stabiles 39, 64
- , thermisches 145
Gleichverteilungssatz der Energie *20.4*
Gleitreibung *8.6*
Gravitationsfeld 78
Gravitationsgesetz *8.15*
Gravitationskonstante 75
Gravitationskraft 75ff
Größe, abgeleitete *2.1*
Größe, physikalische *2.1*
Grundeinheit *2.2*
Grundgröße *2.1*

H
Haarhygrometer 155
Haftreibung *8.6*
Hauptsatz der Wärmelehre, dritter 165, 173
- , erster *18*, *18.5*, 133, 173
- , zweiter *26*, 172f
Hebelgesetz 36f
Heizwert, spezifischer 132f
Hookesches Gesetz 42, 44
Hubarbeit 61
hydraulische Presse 88
Hydrostatik *9*
hydrostatischer Druck *9.2*

I
Impuls *8.12*, *8.13*, 69, 73
Impulserahltungssatz 69f, 73
Inertialsystem 57f
Infrarotstrahlung 140
Inversionstemperatur 161
irreversibler Prozeß 173
Isobare 121ff
Isochore 122ff
Isotherme 120ff

J
Joule (J) 61
Joule, James Prescott 128f
Joule-Thomson-Effekt *23.2*

K
Kalorie (cal) 130
Kalorimeter 129ff
Kammerling-Onnes, Heike 162
Kapillarität 101
Katalysator 171
Kelvin (K) 112, 153
Kelvinskala 112
Kepler, Johannes 74
Keplergesetze *8.14*
Kernenergie 132
Kilogramm (kg) 46
Kinematik *5*
kinetische Gastheorie *20*
Kohäsionskraft *11.1*
Kolbendampfmaschine 168f
Kolbendruck 87
kommunizierende Gefäße 90
Komponentenzerlegung eines Vektors *22*
Kompressionsarbeit, isotherme 157
Kompressorkühlschrank *23.1*
Kondensieren *21.2*
Kontinuitätsgleichung für ideale Strömungen 102
Konvektion *19.2*
kosmische Geschwindigkeit, erste 76
- , zweite 77
Kovolumen eines Gases 154
Körper, elastischer 41
- , plastischer 41
- , starrer 41
Kraft *6.1*, *7.2*
Kraftstoß 68f
Kräftepaar 36
Kreisel 85
Kreiselkompaß 86
Kreisprozesse *24*
kritischer Punkt 152
Kugellager 54

L
Lageenergie 69
Lavaldüse 171
Länge *4*
Leistung *8.10*, 66, *8.17*
Leistungszahl einer Wärmepumpe 167
Lindeverfahren 162
Loschmidt, Joseph 124
Loschmidtkonstante 123f
Luftdruck *10.2*, *10.4*
Luftfeuchtigkeit *21.6*
- , absolute 154
- , maximale 155
- , relative 155
Lufthülle der Erde *10.2*
Luftverflüssigung 162

M
Mach, Ernst 142
Magnuseffekt 109
Manometer 87, 96f

Masse *8.1*, *8.2*, *8.3*, *8.4*, *8.5*
Massenmittelpunkt 39
Materie, Aufbau der 40
Maxwell-Boltzmann-Verteilung 144
Mayer, Julius Robert 130
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase *9 - 12*
Mechanik fester Körper *5 - 8*
Meteorologie 156
Meter 8
Mikrogravitation 77
Mikrometerschraube 8
Modell, physikalisches 143, 146
Mol (mol) 124
Molekularbewegung *14.1*, *14.2*
- , thermische *14.1*
Molekularkräfte *11*
Momentangeschwindigkeit 15

N
Neutron 40
Newton (N) 32, 46f
Newton, Isaac 5, *8.15*
Nullpunkt, absoluter 112

O
Oberflächenenergiedichte 100
Oberflächenspannung *11.2*, 99
Osmose 115
Otto, Nikolaus August 169
Ottomotor 169f

P
Paradoxon, hydrodynamisches 103
Paradoxon, hydrostatisches 89f
Partialdruck 126
Periodensystem der Elemente 124
Perpetuum mobile, 1. Art 65
- , 2. Art 172
Phasendiagramm des Wassers *21.4*
Poissonsches Gesetz 158f
Prandtl-Staurohr 105
Präzession 85f
Pyrometer 113

Q
Quark 40

R
Reibung *8.6*
- , äußere 107
- , innere 107
Reibungsarbeit 62
Reibungszahl 54
Resublimation 151
reversibler Prozeß 158, 166
Rollenlager 54
Rollreibung *8.6*
Rotation *5.1*, *5.6*, *5.7*
Rotationsenergie 79

S
Saugpumpe 97
Sättigungsdampfdruck 149f
Schiebelehre 8
Schmelzdruckkurve 152
Schmelzen *21.1*
Schmelzwärme 147f
- , spezifische 147f
Schraubenfeder 41f
Schubkurbelgetriebe 31
Schweredruck 89
Schwerelosigkeit 77
Schwerpunkt 38f, *8.13*
Schwungrad 80
Seilwinde 29
Sekunde (s) 7
SI (Système International d'Unités) *2.2*
SI-Vorsilben 6
Sieden 150f
Siedepunkt 150
Skalar 20f
Skalarfeld 78
Sonnentag, mittlerer 7
- , wahrer 7
Spannenergie 65
Spannung *7.3*, *7.4*, 43
Spin 110
Standardbedingungen für Gase 123
Statik *6*
Staudruck 104f
Stirlingmotor 168
Stoß, elastischer 70ff
- , unelastischer 70ff
Strahltriebwerk 171
Strahlung als Wärmeübertragung *19.4*
Stromlinien 102ff
Stromlinienkörper 108
Strömung, ideale 102
- , laminare 107f
- , reale 102, *12.3*
- , stationäre 102
- , turbulente 107f
Strömungswiderstand 108f
Sublimation *21.3*
Sublimationswärme 152
Suprafluidität 162
Supraleitung 162

T
Tangentialgeschwindigkeit 28
Taupunkt 155
Teilchengeschwindigkeit *20.3*
Temperatur *13.1*, *13.2*
- , thermodynamische 165
- , tiefe *23*
Temperaturskala 112
- , thermodynamische 112
Temperaturstrahlung 140
thermoelektrischer Effekt 113
Thermoelement 113
Thermometer *13.2*, 113
Thermosäule 113
Torricelli, Evangelista 95
Torricelli-Versuch 95
Translation *5.1*, *5.2*, *5.3*, *5.5*
Trägheitsgesetz 46
Trägheitskräfte *8.7*
Trägheitsmoment *8.16*, *8.17*, *8.18*, 79
Tripelpunkt des Wasser 152f
Trockeneis 152
Turbogenerator 169

U
Uhr *3.2*
Ultrarotstrahlung 140
Umfangsgeschwindigkeit 28
Umkehrosmose 115
Umlaufzeit 28
Unabhängigkeitsprinzip 23
Urknall 163

V
Vakuumpumpe 97

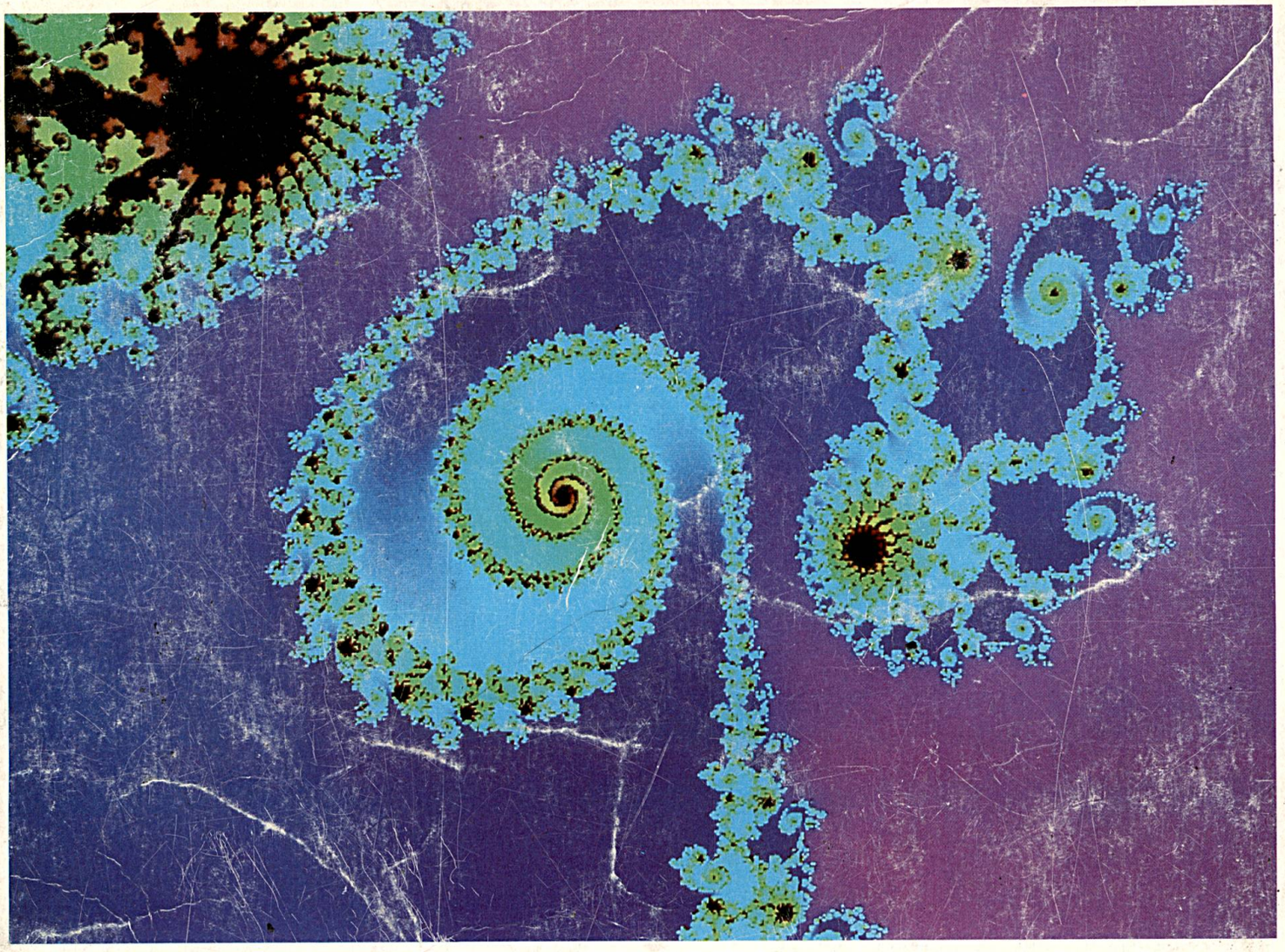
Vektor 20f, 32
- , linienflüchtiger 32
Vektorfeld 78
Venturi-Rohr 105
Verbrennungsmotor 169ff
verbundene Gefäße 90
Verdampfen *21.2*
Verdampfungswärme 151
- , spezifische 151
Verdunsten 150
Verdunstungskälte 150
Verformung *7.2*
Verzögerung *5.3*
Viertaktverfahren 170
Viskosität 107
Volumenstrom 102
Volumsausdehnung *15.2*, *15.3*

W

Wahrscheinlichkeit, thermodynamische 173
Wasserstrahlpumpe 104
Watt (W) 66
Watt, James 169
Wärmeausdehnung *15*
Wärmedurchgang *19.3*
Wärmedurchgangszahl 139
Wärmekapazität, molare *18.2*, *18.3*, 146
Wärmekapazität, spezifische *18.2*, *18.3*, *18.6*
Wärmekraftmaschine *25*
Wärmelehre *13 - 27*
Wärmeleitfähigkeit 136f
Wärmeleitung *19.1*
Wärmemenge *18.1*
Wärmepumpe *24.3*
Wärmestrom 136, 138f
Wärmestromdichte 136ff
Wärmeströmung *19.2*
Wärmeübergang *19.3*
Wärmeübertragung *19*
Wechselwirkungsgesetz 34
Wellrad 37
Weltbild, geozentrisches 74
- , heliozentrisches 74
Wetterfront 156
Wetterkarte 156
Widerstandsbeiwert 108
Winkelbeschleunigung 30
Winkelgeschwindigkeit 27
Wirkungsgrad *8.11*, *8.12*
- , thermodynamischer 164f, 170f
Wirkungslinie 32f
Wolken 155f
Wurf, horizontaler 25
- , lotrecht nach oben 23f
- , schiefer 25

Z

Zeit *3*
Zentrifugalkraft 59f
Zentrifuge 59f
Zentripetalbeschleunigung 49f
Zentripetalkraft 49f
Zerstäuber 104
Zirkulationsströmung 109f
Zustandsänderung, adiabatische *22.2*
- , isotherme *22.1*
- , polytrope *22.3*
- , reversible 158
Zustandsdiagramm des Wassers *21.4*
Zustandsgleichung eines idealen Gases *16.4*, 125, 127, *20.2*
- realer Gase *21.5*
- , van der Waalsche 154
Zykloide 31



Buch-Nr. 2208

Kraker - Paill
Physik, Band 1 HTL

© by Verlag E.Dorner Ges.m.b.H., Wien

ISBN 3 - 900 942 - 01 - 3